

PRINCIPES DE LA SEDIMENTATION

Les particules se distinguent en classification d'après leur différence de vitesse de sédimentation. Lorsqu'on plonge une particule dans un fluide, elle accélère sous l'effet de la force gravitationnelle, jusqu'à ce qu'elle atteigne une vitesse constante, appelée vitesse limite. On peut la déterminer en considérant les forces en jeu sur une particule sphérique en mouvement dans un fluide. Ces forces sont :

- Force gravitationnelle (dirigée vers le bas) ;

$$F_g = mg = \left(\frac{\pi d^3}{6} \rho_s \right) g$$
- La poussée d'Archimède (dirigée vers le haut) ;

$$F_A = \left(\frac{\pi d^3}{6} \rho_f \right) g$$
- La résistance causée par le fluide (dirigée vers le haut) ;

$$F_f = \frac{AC \rho_f V^2}{2} = \frac{\pi d^2 C \rho_f V^2}{8}$$

Où :

m: masse de la particule

g : accélération gravitationnelle

d : diamètre

ρ_s : masse volumique du solide

ρ_f : masse volumique du fluide

V : vitesse de la particule

A : aire de la section en travers de la particule (perpendiculaire à son mouvement)

(particule sphérique : $A = \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)$)

C : coefficient de résistance du fluide

Lorsque la vitesse limite est atteinte les différentes forces sont en équilibre :

$$F_g - F_A = F_f$$

$$\frac{\pi d^3}{6} g (\rho_s - \rho_f) = \frac{\pi d^2}{8} C \rho_f V_l^2$$

$$\frac{dg}{3} (\rho_s - \rho_f) = \frac{C}{4} \rho_f V_l^2$$

Commented [u1]:

La Vitesse limite V_l est:

$$V_l = \left[\frac{4 g d (\rho_s - \rho_f)}{3 C \rho_f} \right]^{0.5} \quad (1)$$

Dans cette équation, « C » est un paramètre qui dépend du régime d'écoulement, ce dernier étant déterminé à l'aide du nombre de Reynolds (R_e) :

$$R_e = V \rho_f d / \nu \quad (2)$$

Où : ν est la viscosité

Il y a trois régimes d'écoulement (sphères) :

- Le régime laminaire ou de Stokes, pour lequel $R_e < 1$ et $C = 24/R_e$

$$C = \frac{24 \nu}{V \rho_f d}$$

- Le régime turbulent ou de Newton pour lequel $R_e > 500$ et $C = 0.4$
- Le régime intermédiaire ou Allen, pour lequel $1 < R_e < 500$

On peut intégrer à l'équation (1) ces valeurs de C pour les régimes de Stokes et de Newton, et l'on obtient, pour les particules sphériques dans l'eau :

$$\text{Régime de Stokes : } V_l = 0.05 \frac{g \cdot d^2 (\rho_s - 1)}{\nu} \quad (3)$$

$$\text{Régime de Newton : } V_l = [3,3 g \cdot d (\rho_s - 1)]^{0.5} \quad (4)$$

Généralement, la loi de Stokes convient pour les particules de diamètre inférieur à 0.05 mm, tandis que la loi de Newton tient pour les particules de diamètre supérieur à 5mm.

Soit deux particules, l'une d'un diamètre d_1 et de masse volumique ρ_{s1} (masse volumique peu élevée), et l'autre d'un diamètre d_2 et de masse volumique ρ_{s2} (masse volumique élevée), ayant l'une et l'autre la même vitesse limite de sédimentation. Alors, si le régime est laminaire et si le fluide est de l'eau, on peut déterminer le rapport d_1 / d_2 , appelé *rapport de sédimentation libre en régime laminaire*, ou RSL_L :

$$V_l = 0.05 \frac{g \cdot d_1^2 (\rho_{s1} - 1)}{\nu} = 0.05 \frac{g \cdot d_2^2 (\rho_{s2} - 1)}{\nu}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_{s2} - 1}{\rho_{s1} - 1} \right)^{0.5} \quad (5)$$

On peut effectuer le même raisonnement pour le régime turbulent, pour trouver le RSL_T :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\rho_{s2} - 1}{\rho_{s1} - 1} \quad (6)$$

L'équation générale pour le rapport de sédimentation libre est :

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho s_2 - 1}{\rho s_1 - 1} \right)^m \quad (7)$$

Où m varie de 0,5 à 1 pour tout régime d'écoulement, y compris le régime intermédiaire.

La vitesse limite et le rapport de sédimentation tels que déterminés par les équations précédentes sont valables seulement si la pulpe est très diluée de l'ordre de 5% de solides en masse. Si le pourcentage de solide de la pulpe est plus élevé, il faut remplacer dans ces équations la masse volumique du fluide par la densité de la pulpe ρ_p , l'équation (7) devient :

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho s_2 - \rho_p}{\rho s_1 - \rho_p} \right)^m \quad (8)$$

Exercice d'application

Trouver le diamètre que devrait avoir une particule de sphalérite (Zn, Fe)S (masse volumique égale à 4,0 g/cm³) pour qu'elle ait la même vitesse limite que les plus grosses particules (5mm) de gangue, dont la masse volumique est de 2,8 g/cm³. Le minerai a une teneur de 12% Zn, Le rapport Zn/Fe est de 0,4 et la pulpe a 18% de solides en masse.

1. Masse volumique du minerai

Premièrement, on détermine la masse moléculaire de la sphalérite en solutionnant le système d'équations suivant :

$$\text{Zn} + \text{Fe} = 1$$

$$\text{Zn/Fe} = 0,4$$

D' où:

$$\text{Zn} = 0,29$$

$$\text{Fe} = 0,71$$

Ce qui donne comme masse moléculaire (MM) de la sphalérite :

$$(65,4 \times 0,29) + (55,8 \times 0,71) + 32,0 = 90,5 \text{ g/mole}$$

La formule comporte, en quantité relative de zinc :

$$65,4 \times 0,29 = 18,7 \text{ g/mole}$$

Le pourcentage de sphalérite dans le minerai est :

$$12 \times \frac{90,5}{18,7} = 58,1\%$$

Quelle est alors la masse volumique moyenne des solides du minerai ?

$$100/\rho_s = \frac{58,1}{4,0} + \frac{41,9}{2,8}$$

$$\rho_s = 3,4$$

2. Densité de la pulpe

On peut déterminer la densité de la pulpe de la façon suivante :

$$\frac{100}{\rho_s} = \left(\frac{18}{3,4} + \frac{82}{1,0} \right)$$

$$\rho_s = 1,145 \text{ kg/L}$$

3. Diamètre équivalent des particules de la sphalérite

Le régime d'écoulement est intermédiaire, puisque le plus grand diamètre est de 5 mm, valeur minimale pour le régime turbulent. On prend donc 0,75 mm comme valeur de m. L'application de l'équation (8) donne :

$$\frac{5}{d_2} = \left(\frac{4,0 - 1,145}{2,8 - 1,145} \right)^{0,75}$$

$$d_2 = 3,3 \text{ mm}$$

Exercice

Calculez la vitesse limite d'une particule de galène ayant une densité de 7,5 g/cm³ et de diamètre 10 µm, sédimentant dans un fluide (eau).

Si vous avez des questions ou remarques concernant le TD, je suis à l'écoute.