Université Badji Mokhtar, Annaba
Faculté des Sciences
Mathématiques et Informatique

T. C. M. I.
Semestre 2
2018/2019

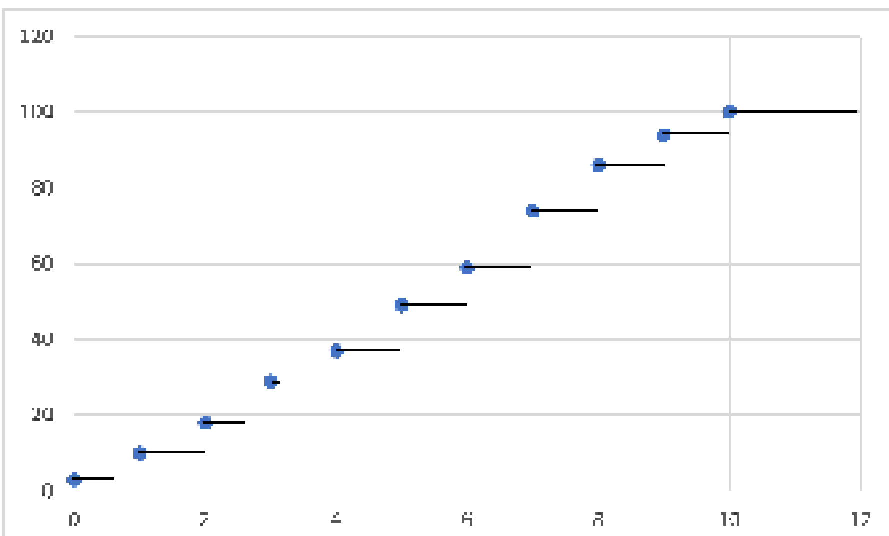
Corrigé du rattrapage

Exercice 1.

1.

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
n_i	3	7	8	11	8	12	10	15	12	8	6	100
$n_i \uparrow$	3	10	18	29	37	49	59	74	86	94	100	$-$
$n_i x_i$	0	7	16	33	32	60	60	105	96	72	60	541
$n_i x_i^2$	0	7	36	99	128	300	360	735	768	648	600	3677

2. Courbe des effectifs cumulés croissants



3. La moyenne :

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = \frac{541}{100} = 5,41.$$

Le mode : $Mo = 7$ qui a l'effectif le plus élevé.

La médiane : $n = 100 = 2 \times 50$ d'où $p = 50$ alors $Me = \frac{x_p + x_{p+1}}{2} = \frac{x_{50}+x_{51}}{2} = \frac{6+6}{2} \Longrightarrow Me = 6.$

4. L'écart-type est σ_X, on a

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{11} n_i x_i^2 - \overline{X}^2 = \frac{3677}{100} - 5,41^2 = 7,5019.$$

alors $\sigma_X = \sqrt{7,5019} \simeq 2,7390.$

L'écart interquartile : On a $n' = \frac{n}{2} = 50 = 2\times 25 \Longrightarrow p' = 25$ d'où
$Q_1 = \frac{x_{p'}+x_{p'+1}}{2} = \frac{x_{25}+x_{26}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3.$
et $Q_3 = \frac{x_{p+p'}+x_{p+p'+1}}{2} = \frac{x_{75}+x_{76}}{2} = \frac{8+8}{2} = 8.$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 8 - 3$$
$$IQR = 4.$$

Le coefficient de variation :

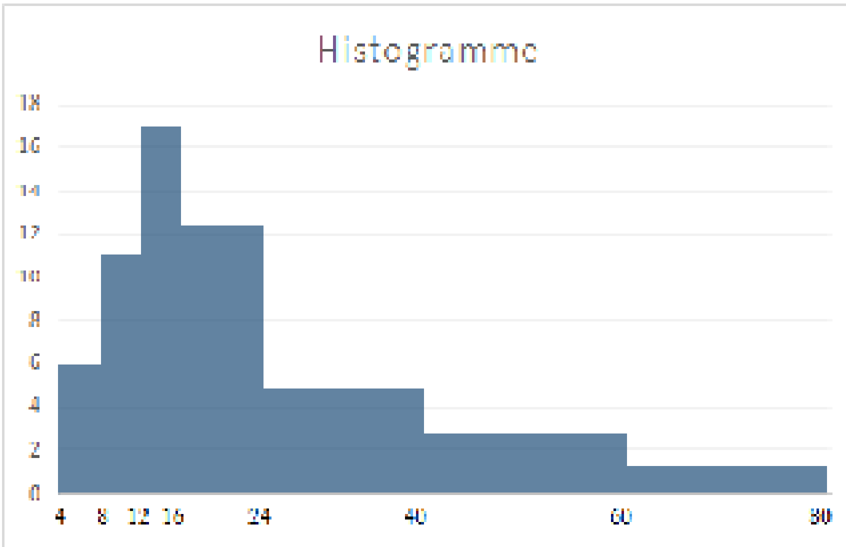
$$CV_X = \frac{\sigma_X}{\overline{X}}100 = \frac{2,7390}{5,41}100$$
$$CV_X \simeq 50,63\%.$$

Exercice 2.

1.

Durée	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,24[$	$[24,40[$	$[40,60[$	$[60,80[$	Total
Centre n_i	6	10	14	20	32	50	70	–
Effectif x_i	6	11	17	25	20	14	7	100
Fréquence	$0,06$	$0,11$	$0,17$	$0,25$	$0,20$	$0,14$	$0,07$	1
$n_i \uparrow$	6	17	34	59	79	93	100	–
$n_i x_i$	36	110	238	500	640	700	490	2714
$n_i x_i^2$	216	1100	3332	10000	20480	35000	34300	104428

2. Histogramme



3. La moyenne :

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} n_i x_i = \frac{2714}{100} = 27,14.$$

La médiane : $\frac{n}{2} = 50 \Longrightarrow Me \in [16, 24[$ et elle est donnée par

$$\begin{aligned} \frac{Me - 16}{24 - 16} &= \frac{50 - 34}{59 - 34} \\ &\Longrightarrow Me = \frac{16}{25}8 + 16 \\ &\Longrightarrow Me = 21,12. \end{aligned}$$

4. L'écart-type est σ_X, on a

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} n_i x_i^2 - \overline{X}^2 = \frac{104428}{100} - 27,14^2 = 389,1204.$$

alors $\sigma_X = \sqrt{389,1204} \simeq 19,7261.$

Le coefficient de variation est

$$CV_X = \frac{\sigma_X}{\overline{X}}100 = \frac{19,7261}{27,14}100$$
$$CV_X \simeq 72,68\%.$$

Exercice 3.

1. On complète le tableau pour faciliter le calcul des différentes caractéristiques

$X \quad \backslash Y$	4	8	12	16	20	$n_{i\cdot}$	$n_{i\cdot}x_i$	$n_{i\cdot}x_i^2$
1	**3**	**2**	**1**			6	6	6
2		**4**	**5**	**2**		11	22	44
3		**2**	**6**	**4**	**1**	13	39	117
4			**2**	**5**	**3**	10	40	160
$n_{\cdot j}$	3	8	14	11	4	40	**107**	**327**
$n_{\cdot j}y_j$	12	64	168	176	80	**500**		
$n_{\cdot j}y_j^2$	48	512	2016	2816	1600	**6992**		
$n_{ij}x_iy_j$	**12**	**128**	**444**	**576**	**300**	1460		

2. Moyenne de X

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{4} n_{i\cdot}x_i = \frac{107}{40} = 2,675.$$

Variance de X

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{4} n_{i\cdot}x_i^2 - \overline{X}^2 = \frac{327}{40} - 2,675^2 = 1,0194;$$

Moyenne de Y

$$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{5} n_{\cdot j}y_j = \frac{500}{40} = 12,5.$$

Variance de Y

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{40}\sum_{j=1}^{5} n_{\cdot j}y_j^2 - \overline{Y}^2 = \frac{6992}{40} - 12,5^2 = 18,55;$$

3. Covariance

$$Cov\,(X,Y) = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} n_{ij}x_iy_j - \overline{XY} = \frac{1460}{40} - 2,675\cdot 12,5 = 3,0625.$$

Coefficient de corrélation linéaire

$$\rho\,(X,Y) = \frac{Cov\,(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$$

$$\sigma_X = \sqrt{1,0194} \simeq 1,0097 \text{ et } \sigma_Y = \sqrt{18,55} = 4,3070;$$

d'où

$$\rho\,(X,Y) = \frac{3,0625}{1,0097 \cdot 4,3070} \simeq 0,7042.$$

4. Droite de régression de Y en X

$$Y = aX + b \text{ où } a = \frac{Cov\,(X,Y)}{\sigma_X^2} \text{ et } b = \overline{Y} - a\overline{X}$$

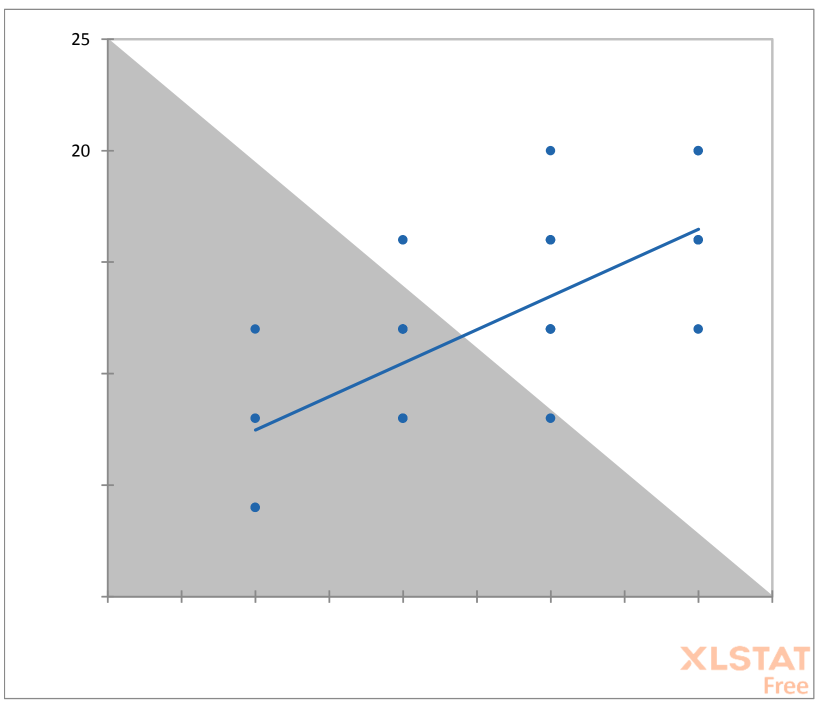
$$a = \frac{3,0625}{1,0194} \simeq 3,0042;$$

$$b = 2,675 - 3,0042 \cdot 12,5 \simeq -34,8775.$$

D'où

$$Y = 3,0042 \cdot X - 34,8775.$$

5. Le nuage de points et la droite de régression



Exercice 3. (Etudiants en L2 avec dettes)

1. Les résultats possibles sont

$$\{PPP, PPF, PFP, FPP, PFF, FPF, FFP, FFF\}.$$

2. La probabilité d'obtenir 3 piles

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(PPP) = \frac{1}{8} = 0,125.$$

3. La probabilité d'obtenir au moins 1 faces

$$\mathbb{P}(B) = 1 - \mathbb{P}(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875.$$

4. La probabilité d'obtenir 2 piles ou 2 faces

$$\mathbb{P}(C) = \mathbb{P}(PPF, PFP, FPP) + \mathbb{P}(PFF, FPF, FFP) = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = 0,75.$$