Statistique Série 3

Exercice 2

Dr STIHI Nadjet

28/04/2020

Exercice 2

L'étude de 2 caractères X et Y a donné le tableau suivant:

$Y \backslash X$	1	2	4
1	8	7	5
3	10	9	11

1. Déterminer le moyenne marginale et la variance marginale de X et de Y.
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Y.
3. Que pensez-vous d'un tel ajustement ?

On complète le tableau pour faciliter le calcul des différentes caractéristiques

$Y \backslash X$	1	2	3	$\sum n_j$
1	8	7	5	20
3	10	9	11	30
$\sum n_i$	18	16	16	50

Calcul des moyennes

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{3} n_{i\bullet}x_i = \frac{18+32+64}{50} = \frac{114}{50} = 2.28 \\ \overline{X} &= 2.28\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{Y} &= \frac{1}{50}\sum_{j=1}^{2} n_{\bullet j}y_j = \frac{20+90}{50} = \frac{110}{50} = 2.2 \\ \overline{Y} &= 2.2\end{aligned}$$

Calcul des variances

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{3} n_{i\bullet} x_i^2 + \overline{X}^2 = \frac{18+64+256}{50} - (2.28)^2 = 1.5616$$
$$\sigma_X^2 = 1.5616$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{50}\sum_{j=1}^{2} n_{\bullet j} y_j^2 - \overline{Y}^2 = \frac{20+270}{50} - (2.2)^2 = 0.96$$
$$\sigma_Y^2 = 0.96$$

2. L'équation de la droite de régression de X en Y

La droite de régression de X en Y , $D_{X|Y}$ a pour équation:

$$X = aY + b$$

où

$$a = \frac{Cov\,(X, Y)}{\sigma_Y^2}$$

et

$$b = \overline{X} - a\overline{Y}$$

2. L'équation de la droite de régression de X en Y

On a

$$
\begin{aligned}
Cov\,(x,y) &= \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2} n_{ij}x_iy_j - \overline{XY} \\
&= \frac{1.1.8+2.1.7+4.1.5+1.3.10+2.3.9+4.3.11}{50} - 2.28\times 2.2 \\
&= \frac{258}{50} - 5.016 = 0.144
\end{aligned}
$$

$$
Cov\,(x,y) = 0.144
$$

alors

$$a = \frac{Cov\left(X,Y\right)}{\sigma_Y^2} = \frac{0.144}{0.96} = 0.15$$

$$b = \overline{X} - a\overline{Y} = 2.28 - 0.15 \times 2.2 = 1.95$$

donc

$$\left(D_{X|Y}\right) : X = 0.15Y + 1.95$$

Pour répondre à cette question on calcule d'abords le coefficient de corrélation linéaire

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{0.144}{\sqrt{1.5616}\sqrt{0.96}} \simeq 0.1176$$

$$\rho(X, Y) \simeq 0.1176$$

Comme $\rho^2(X, Y) \simeq 0.0139 < 0.1$ alors l'ajustement est très mauvais. X et Y sont non corrélées.