Statistique Série 2

Exercice 4

Dr STIHI Nadjet

28/04/2020

Exercice 4

La mesure de la teneur en fer d'un minerai a été effectué sur 20 échantillons a donné les résultats suivants:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 10, & 15, & 7, & 10, & 9, & 11, & 13, & 17, & 9, & 8, \\ 10, & 10, & 12, & 13, & 11, & 9, & 12, & 14, & 10, & 8, & 12. \end{array}$$

1. Construire le tableau statistique de cette série.
2. Représenter graphiquement les effectifs, tracer le polygone des effectifs ainsi que la courbe des effectifs cumulés croissants.
3. Déterminer le mode, la moyenne et les quartiles.

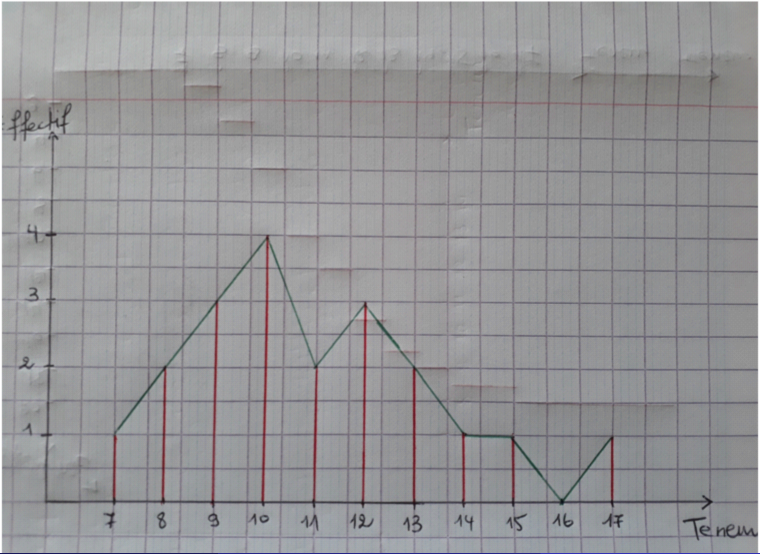
Un $21^{ème}$ échantillon est rajouté au groupe et a une teneur égale à 12.

4. Déterminer le mode, la moyenne et les quartiles.
5. Calculer l'écart-type, le coefficient de variation et l'écart interquartile.
6. Interpréter les résultats obtenus.

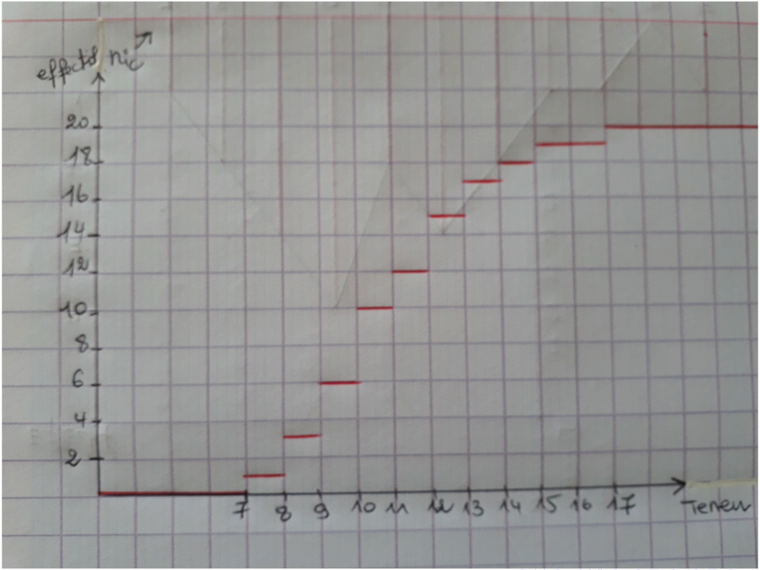
1. Tableau Statistique

Teneur	**Effectif**	$n_i^c \uparrow$
7	1	1
8	2	3
9	3	6
10	4	10
11	2	12
12	3	15
13	2	17
14	1	18
15	1	19
17	1	20
Total	20	/

2. Diagramme en batons et polygone des effectifs



2. La courbe des effectifs cumulés croissants



3. Mode, Moyenne et Quartiles

Le Mode est $Mo = 10$.

La Moyenne est

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{10} n_i x_i = \frac{220}{20} = 11$$

Les quartiles

On a $n = 20 = 2 \times p = 2 \times 10$ alors $p = 10 = 2 \times k = 2 \times 5$ alors $k = 5$:

La mediane (le deuxième quartile)

$$Me = \frac{x_p + x_{p+1}}{2} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{10 + 11}{2} = 10.5$$

$$Me = 10.5$$

Le premier quartile

$$Q_1 = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9+9}{2} = 9$$

$$Q_1 = 9$$

Le troisième quartile

$$Q_3 = \frac{x_{3k} + x_{3k+1}}{2} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{12+13}{2} = 12.5$$

$$Q_3 = 12.5$$

4. Tableau statistique, Mode, Moyenne et Quartiles

En rajoutant la note 12 on obtient le tableau suivant

Teneur	**Effectif**	$n_i^c \uparrow$
7	1	1
8	2	3
9	3	6
10	4	10
11	2	12
12	**4**	16
13	2	18
14	1	19
15	1	20
17	1	21
Total	21	/

La série devient **bimodale** et les modes sont $Mo_1 = 10$ et $Mo_2 = 12$.
La moyenne est

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{10} n_i x_i = \frac{232}{21} = 11.05$$

Les quartiles
On a $n = 21 = 2 \times 10 + 1 = 2 \times p + 1$ alors $p = 10 = 2 \times 5$ alors $k = 5$:

La médiane $Me = Q_2 = x_{p+1} = x_{11} = 11$

Le premier quartile

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{x_k + x_{k+1}}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9+9}{2} = 9 \\ Q_1 &= 9 \end{aligned}$$

Le troisième quartile

$$\begin{aligned} Q_3 &= \frac{x_{3k+1} + x_{3k+2}}{2} = \frac{x_{16} + x_{17}}{2} = \frac{12+13}{2} = 12,5 \\ Q_3 &= 12,5 \end{aligned}$$

5. Ecart-type, le coefficient de variation et l'écart interquartile

L'écart-type σ_x

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{10} n_i x_i^2 - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{2686}{21} - 122,1025} = \sqrt{5,80} \simeq 2.41$$

Le coefficient de variation

$$CV_x = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \times 100 = \frac{2.41}{11,05} = 21.81\%$$

L'écart interquartile

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 12.5 - 9 = 3.5$$

6. Interprétation des résultats

50% des observations sont inférieures à Me et 50% sont supérieures à Me.

25% des observations sont inférieures à Q_1 et 75% sont supérieures à Q_1.

75% des observations sont inférieures à Q_3 et 25% sont supérieures à Q_3.

$CV_x = 21.81\%$alors, la série statistique est homorgène, les données sont très peu dispersées.

La moitié des donées sont concentrées dans un intervalle de longueur 3.5 (comprises entre 9 et 12.5) qui est très petit par rapport à la totalité des observations ce qui confirme le constat précédent.

Remarque: En rajoutant une nouvelle valeur les paramètre ont très peu changé et on remarque que la médiane est devenue presque égale à la moyenne ce qui veut dire que la série est équilibrée.