

SERIE 2 *maths 2* ALGEBRE**Ex1:** Déterminer le rang des matrices suivantes :

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -4 & -7 & -3 \\ 3 & 8 & 1 & -7 & -8 \end{pmatrix}$

Ex2: Calculer les déterminants suivants :

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -7 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 5 & 15 & 7 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 & 4 \\ -5 & 2 & 8 & -5 \\ -2 & 4 & 7 & -3 \\ 2 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix}.$$

Ex3: Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases} x - 2y + z = -3 \\ x - y + z = 1 \\ -2x + 2y - z = 2 \end{cases} (S_1); \quad \begin{cases} x + 2y + 5z = 5 \\ 2x + 3y - z = -2 \\ 5x + 8y + 3z = 1 \end{cases} (S_2); \quad \begin{cases} x + 2y - z + t = 4 \\ x - y + z + 2t = 4 \\ 3x - y + 2z - t = 6 \\ x - y - z + 3t = 3 \end{cases} (S_3);$$

$$\begin{cases} x + y - 2z + t = 1 \\ 2x - y + z - t = 0 \\ x - 2y + 3z - 2t = -1 \\ -x + 5y - 8z + 5t = 3 \end{cases} (S_4); \quad \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 2 \\ 5x + 6y + 7z + 8t = 5 \\ 4x + 4y + 4z + 4t = 8 \end{cases} (S_5);$$

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x + 2y + 2z + 4t = 2 \\ x + 3y + 3z + 7t = 4 \end{cases} (S_6); \quad \begin{cases} x + 2y - z + t = 1 \\ x - z - t = 1 \\ -x + y + z + 2t = -1 \end{cases} (S_7).$$

Ex4: Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Vérifier que $A^2 - A - 2I_3 = 0$; en déduire que A est inversible et donner la valeur de A^{-1} .**Ex 5:** Calculer les inverses (s'ils existent) des matrices suivantes par la méthode des cofacteurs :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & -7 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$