

Département de Génie Mécanique – Université Badji Mokhtar
Annaba

TD « **Combustion** » pour les étudiants de **Master I -
Énergétique**

Responsable du module: Dr **F. MECHIGHEL**

TD

Calcul de la température de flamme adiabatique

Exercice 1 :

Calculer la température de flamme adiabatique d'un réacteur à pression constante qui brûle un mélange stœchiométrique de H_2 et d'air à 101,3 kPa et 25 °C (conditions à l'entrée du réacteur). Il est demandé d'utiliser la méthode de la valeur « cp » moyenne constante.

On donne :

1- l'enthalpie standard de formation de l'eau (en phase gazeuse) est $\Delta \hat{h}_{H_2O(g)}^0 = -241,83$ [kJ/mole] (voir Tableau 2.2 du cours).

2- les chaleurs molaires à $p = \text{constante}$ ($\hat{c}_p$) de H_2O et N_2 (produits de combustion supposés comme des gaz parfaits) à différentes températures sont données dans le tableau ci-dessous.

Exercice 2 :

Un moteur-fusée brûle de l'hydrogène liquide et de l'oxygène liquide dans sa chambre de combustion (supposée être un réacteur à pression constante).

1-Calculer la température de flamme adiabatique en utilisant la méthode de la valeur « cp » moyenne constante.

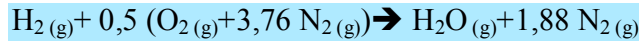
2- Comparer T_P que vous avez calculé avec celle déclarée (donnée) par le constructeur ($T_P = 3600$ K). Quelle est la principale raison d'une éventuelle différence ?

Tableau : Chaleurs molaires à pression constante de quelques gaz parfaits de combustion

	H ₂ O	N ₂	CO ₂	O ₂
T (K)	$\hat{c}_p$ (kJ/kmole K)	$\hat{c}_p$ (kJ/kmole K)	$\hat{c}_p$ (kJ/kmole K)	$\hat{c}_p$ (kJ/kmole K)
1000	41,31	32,76	54,36	34,93
1050	41,99	33,01	54,86	35,10
1100	42,64	33,26	55,33	35,27
1150	43,26	33,49	55,78	35,43
1200	43,87	33,71	56,20	35,59
1250	44,46	33,91	56,60	35,75
1300	45,02	34,11	56,98	35,90
1350	47,57	34,30	57,34	36,05
1400	46,10	34,48	57,67	36,20
1450	46,61	34,64	57,99	36,35
1500	47,10	34,80	58,29	36,49
1550	47,58	34,95	58,57	36,63
1600	48,03	35,10	58,83	36,77
1650	48,47	35,23	59,08	36,90
1700	48,90	35,36	59,31	37,03
1750	49,31	35,48	59,53	37,17
1800	49,70	35,59	59,73	37,29
1850	50,08	35,70	59,93	37,42
1900	50,45	35,80	60,11	37,54
1950	50,80	35,90	60,27	37,67
2000	51,44	35,99	60,43	37,79
2050	51,47	36,07	60,58	37,90
2100	51,78	36,15	60,71	38,02
2150	52,08	36,23	60,84	38,14
2200	52,38	36,30	60,96	38,25
2250	52,66	36,36	61,08	38,36
2300	52,92	36,43	61,18	38,47
2350	53,18	36,49	61,28	38,58
2400	53,43	36,54	61,37	38,68
2450	53,67	36,59	61,46	38,79
2500	53,90	36,64	61,55	38,89
2550	54,12	36,69	61,62	38,99
2600	54,34	36,74	61,70	39,09
2650	54,54	36,78	61,77	39,19
2700	54,74	36,82	61,84	39,29
2750	54,93	36,86	61,90	39,38
2800	55,11	36,89	61,96	39,48
2850	55,29	36,93	62,02	39,57
2900	55,46	36,96	62,08	39,66
2950	55,62	36,99	62,14	39,75
3000	55,78	37,03	62,19	39,84

Solution de l'exercice 1

Écrivons la combustion stœchiométrique du mélange de H_2 et d'air (dans des conditions standards)



Pour calculer la température de la flamme adiabatique (température de combustion), nous devons d'abord calculer la chaleur de réaction. À partir de l'équation (2.48), on peut écrire la chaleur de réaction telle que :

$$-Q_{r,p}^0 = \sum_i N_{i,R} \Delta \hat{h}_{i,R}^0 - \sum_i N_{i,P} \Delta \hat{h}_{i,P}^0 \quad (2.48)$$

implique

$$-Q_{r,p}^0 = \left[N_{H_2} \Delta \hat{h}_{H_2}^0 + N_{O_2} \Delta \hat{h}_{O_2}^0 + N_{N_2} \Delta \hat{h}_{N_2}^0 \right]_{R} - \left[N_{H_2O} \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 + N_{N_2} \Delta \hat{h}_{N_2}^0 \right]_{P}$$

Application Numérique

$$\begin{aligned} -Q_{r,p}^0 &= \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2}^0 + 0,5 \times \Delta \hat{h}_{O_2}^0 + 0,5 \times 3,76 \times \Delta \hat{h}_{N_2}^0 \right]_{R} - \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 + 1,88 \times \Delta \hat{h}_{N_2}^0 \right]_{P} \\ -Q_{r,p}^0 &= \left[1 \times 0 + 0,5 \times 0 + 0,5 \times 3,76 \times 0 \right]_{R} - \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 + 1,88 \times 0 \right]_{P} \\ &= - \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 \right]_{P} = -1 \times (-241,83 \text{ kJ/mole}) = 241,83 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Calcul de la température de flamme adiabatique d'un réacteur à pression constante :

En utilisant la méthode de la valeur « cp » moyenne constante :

Nous devons d'abord calculer une valeur moyenne constante de $\hat{c}_p$ à une température moyenne estimée (initialement supposée), par exemple à $T_{moy} = 1500 \text{ K}$. On calcule alors la température de flamme T_P pour cette température estimée telle que $T_P = 2T_{moy} = 3000 \text{ K}$. Ensuite, nous poursuivrons un processus itératif pour le calcul de T_P jusqu'à ce que la variation de la température moyenne entre deux itérations successives soit par exemple de l'ordre de 20 K.

Donc en assumant une $T_{moy} = 1500 \text{ K}$ (c.-à-d. on suppose que $T_P = 3000 \text{ K}$) nous obtenons à partir du tableau les valeurs $\hat{c}_p$ de H_2O et N_2 telles que :

$$\hat{c}_{p, \text{H}_2\text{O}}(\text{à } 1500 \text{ K}) = 0.0471 \text{ kJ/mole K}$$

et

$$\hat{c}_{p, \text{N}_2}(\text{à } 1500 \text{ K}) = 0.0348 \text{ kJ/mole K}$$

Et de l'équation (2.50), on a :

$$T_P = T_0 + \frac{-Q_{r,p}^0 + \sum_i N_{i,\mathbf{R}} \hat{h}_{s,i,\mathbf{R}}(T_{\mathbf{R}})}{\sum_i N_{i,\mathbf{P}} \hat{c}_{p_i}} \approx T_{\mathbf{R}} + \frac{-Q_{r,p}^0}{\sum_i N_{i,\mathbf{P}} \hat{c}_{p_i}} = T_{\mathbf{R}} + \frac{PCI(N_{fuel} M_{fuel})}{\sum_i N_{i,\mathbf{P}} \hat{c}_{p_i}} \quad (2.50)$$

ou bien

$$T_P = T_0 + \frac{-Q_{r,p}^0 + \sum_i N_{i,\mathbf{R}} \hat{h}_{s,i,\mathbf{R}}(T_{\mathbf{R}})}{\sum_i N_{i,\mathbf{P}} \hat{c}_{p_i}} \quad (2.50)$$

Application Numérique

$$\begin{aligned} T_P &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{\text{H}_2\text{O}}}(\text{à } 1500\text{K}) + 1,88 \times \hat{c}_{p_{\text{N}_2}}(\text{à } 1500\text{K}))} \\ &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,0471 + 1,88 \times 0,0348)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 2447 \text{ K} \end{aligned} \quad \text{1}^{\text{ère}} \text{ itération}$$

La température moyenne des produits et des réactifs est alors $T_{moy} = T_P / 2 \approx 1224 \text{ K}$, indiquant que l'hypothèse initiale de $T_{moy} = 1500 \text{ K}$ était trop élevée. En utilisant la nouvelle température moyenne de 1224 K pour évaluer les chaleurs molaires à $p=\text{constante}$, la température de flamme T_P devient :

$$\begin{aligned}
 T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}}(\text{à } 1224\text{K}) + 1,88 \times \hat{c}_{p_{N_2}}(\text{à } 1224\text{K}))} \\
 &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,044165^* + 1,88 \times 0,03381^*)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 2543 \text{ K} =
 \end{aligned}$$

2^{ème} itération

La température moyenne est maintenant $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 1272 \text{ K}$. Cette nouvelle température moyenne est utilisée pour calculer les chaleurs spécifiques et la température de flamme T_p devient :

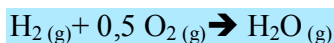
$$\begin{aligned}
 T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}}(\text{à } 1272\text{K}) + 1,88 \times \hat{c}_{p_{N_2}}(\text{à } 1272\text{K}))} \\
 &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,04474 + 1,88 \times 0,03401)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 2523 \text{ K}
 \end{aligned}$$

3^{ème} itération

La température moyenne est maintenant $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 1262 \text{ K}$, nous remarquons une petite différence entre la température actuelle (1262 K) et celle précédemment calculée (1272 K), nous devons donc arrêter le processus, donc la température de la flamme est $T_p \approx 2523 \text{ K}$.

Solution de l'exercice 2

Pour estimer la température maximale de la flamme (température de combustion dans un réacteur à pression constante), nous devons considérer la combustion de 1 mole de l'hydrogène **gazeux** avec 0,5 mole d'O₂ **gazeux** dans les conditions standards. Écrivons la combustion stœchiométrique de ce mélange :



De manière similaire au premier exercice, pour calculer la température de la flamme adiabatique (température de combustion), il faut d'abord calculer l'enthalpie de réaction. À partir de l'équation (2.48), nous pouvons écrire l'enthalpie de réaction telle que :

$$-Q_{r,p}^0 = \sum_i N_{i,\mathbf{R}} \Delta \hat{h}_{i,\mathbf{R}}^0 - \sum_i N_{i,\mathbf{P}} \Delta \hat{h}_{i,\mathbf{P}}^0 \quad (2.48)$$

implique

$$-Q_{r,p}^0 = \left[N_{H_2} \Delta \hat{h}_{H_2}^0 + N_{O_2} \Delta \hat{h}_{O_2}^0 \right]_{\mathbf{R}} - \left[N_{H_2O} \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 \right]_{\mathbf{P}}$$

Application Numérique

$$-Q_{r,p}^0 = \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2}^0 + 0,5 \times \Delta \hat{h}_{O_2}^0 \right]_{\mathbf{R}} - \left[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0 \right]_{\mathbf{P}}$$

$$\begin{aligned} -Q_{r,p}^0 &= [1 \times 0 + 0,5 \times 0]_{\mathbf{R}} - [1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0]_{\mathbf{P}} \\ &= -[1 \times \Delta \hat{h}_{H_2O}^0]_{\mathbf{P}} = -1 \times (-241,83 \text{ kJ/mole}) = 241,83 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Calcul de la température de flamme adiabatique d'un réacteur à pression constante :

En utilisant la méthode de valeur cp moyenne constante :

Nous devons d'abord calculer une valeur moyenne constante de $\hat{c}_p$ à une température moyenne estimée (initialement supposée), par exemple à $T_{\text{moy}} = 1500 \text{ K}$. On calcule alors la température de flamme T_P pour cette température estimée telle que $T_P = 2T_{\text{moy}} = 3000 \text{ K}$. Ensuite, nous poursuivrons un processus itératif pour le calcul de T_P jusqu'à ce que la variation de la température moyenne entre deux itérations successives soit par exemple de l'ordre de 20 K.

Donc en assumant une $T_{\text{moy}} = 1500 \text{ K}$ nous obtenons à partir du tableau la valeur $\hat{c}_p$ de H_2O telle que :

$$\hat{c}_{p, H_2O}(\text{à } 1500 \text{ K}) = 0.0471 \text{ kJ/mole K}$$

Et de l'équation (2.50), on a :

$$T_P = T_0 + \frac{-Q_{r,p}^0 + \sum_i N_{i,\mathbf{R}} \hat{h}_{s,i,\mathbf{R}}(T_{\mathbf{R}})}{\sum_i N_{i,\mathbf{P}} \hat{c}_{p_i}} \quad (2.50)$$

Application Numérique

$$\begin{aligned} T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}} (\text{à } 1500\text{K}))} \\ &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,0471)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 5432 \text{ K} \end{aligned} \quad \text{1}^{\text{ère}} \text{ itération}$$

La température moyenne des produits et des réactifs est alors $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 2716 \text{ K}$, indiquant que l'hypothèse initiale de $T_{\text{moy}} = 1500 \text{ K}$ était trop petite. En utilisant la nouvelle température moyenne de 2716 K pour évaluer les chaleurs molaires à $p=\text{constante}$, la température de flamme T_p devient :

$$\begin{aligned} T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}} (\text{à } 2716\text{K}))} \\ &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,0547400)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 4716 \text{ K} \end{aligned} \quad \text{2}^{\text{ème}} \text{ itération}$$

La température moyenne est maintenant $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 2358 \text{ K}$. Cette nouvelle température moyenne est utilisée pour calculer les chaleurs spécifiques et la température de flamme T_p devient :

$$\begin{aligned} T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}} (\text{à } 2358\text{K}))} \\ &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,0531800)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 4845 \text{ K} \end{aligned} \quad \text{3}^{\text{ème}} \text{ itération}$$

La température moyenne est maintenant $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 2423 \text{ K}$. Cette nouvelle température moyenne est utilisée pour calculer les chaleurs spécifiques et la température de flamme T_p devient :

$$\begin{aligned}
 T_p &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times \hat{c}_{p_{H_2O}} \text{ (à 2423K)})} \\
 &= 298 + \frac{241,83 + 0}{(1 \times 0,05355^*)} \left[\frac{\text{kJ/mole}}{\text{kJ/mole K}} \right] \approx 4814 \text{ K}
 \end{aligned}$$

4^{ème} itération

La température moyenne est maintenant $T_{\text{moy}} = T_p / 2 \approx 2407 \text{ K}$, nous remarquons une petite différence entre la température actuelle (2407 K) et celle précédemment calculée (2423 K), nous devons donc arrêter le processus, donc la température de la flamme est $T_p \approx 4814 \text{ K}$.

2- La comparaison entre la valeur T_p calculée (4814 K) et celle donnée par le constructeur montre évidemment une grande différence. Cette température est évidemment bien supérieure à la valeur déclarée par le constructeur (3600 K) d'environ 1200 K. La principale raison d'une telle différence est due au phénomène de dissociation négligé par l'actuelle méthode de calcul (méthode de valeur de c_p moyenne constante). En effet, à des températures de combustion très élevées, nous nous attendons à une dissociation substantielle de H_2O vers H_2 et O_2 . En d'autres termes, $\text{H}_2 (\text{g}) + 0,5 \text{ O}_2 (\text{g}) \leftrightarrow \text{H}_2\text{O} (\text{g})$.