Chapitre III : TURBINES A ACTION (Suite du cours du 07/04/2020)

III.6 Triangles de vitesse de la turbine à action monocellulaire

La plupart des usines de turbines à vapeur utilisent des turbines à vapeur à impulsion, contrairement aux turbines à gaz. Cependant, les principes généraux sont les mêmes, que la vapeur ou le gaz soit la substance active.

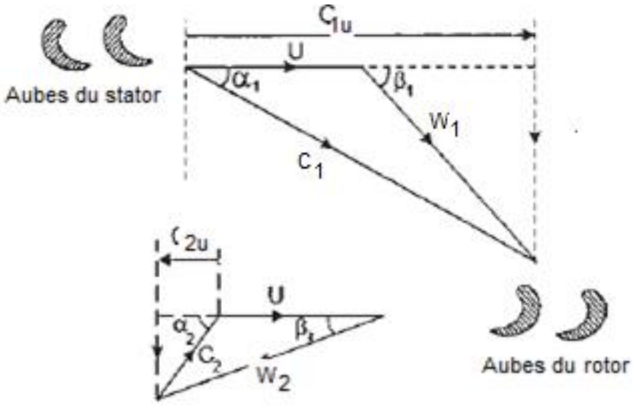

Fig. III.6 Triangles de vitesse d'une turbine à action

III.6.1 Expression du travail développé par la turbine

D'après l'équation générale d'Euler on a :

$$Wt = U(C_{1u} - C_{2u}) \tag{III.1}$$

Comme C_{2u} est dans la direction **négative**, le travail effectué par unité de flux de masse sera :

$$Wt = U(C_{1u} + C_{2u}) \tag{III.2}$$

Comme :

$$\Delta C_u = C_{1u} + C_{2u} \tag{III.3}$$

$$Wt = U\Delta C_u \tag{III.4}$$

Dans le cas où les triangles de vitesse sont établis avec des angles choisis par rapport à la direction de la composante axiale de la vitesse (Fig. III.7)

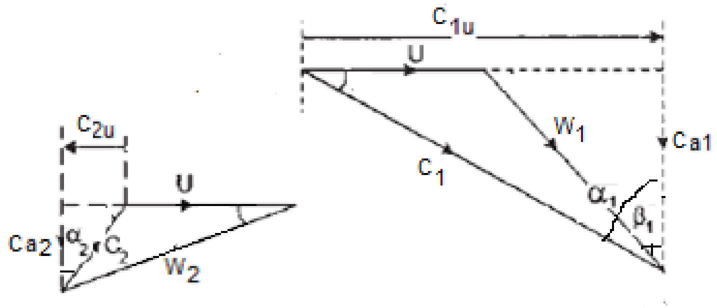

Fig. III.7 Triangles de vitesse d'une turbine à action avec un changement d'angles des aubes choisis par rapport à la direction axiale

En assumant les composantes des vitesses axiales constantes :

$$C_{a1} = C_{a2} = C_a \tag{III.5}$$

$$tg\alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_a} \text{ et } tg\alpha_2 = \frac{C_{2u}}{C_a} \tag{III.6}$$

Par substitution dans l'Eq.III.2 on obtient :

$$Wt = UC_a(tg\alpha_1 + tg\alpha_2) \tag{III.7}$$

De même on a :

$$tg\beta_1 = \frac{C_{1u}-U}{C_a} \quad ; \quad tg\beta_2 = \frac{U+C_{2u}}{C_a} \tag{III.8}$$

Ce qui mène à une nouvelle expression du travail en fonction de l'angle β :

$$Wt = UC_a(tg\beta_1 + tg\beta_2) \tag{III.9}$$

III.6.2 Expression du travail en fonction du rapport des vitesses relatives $k = W_2/W_1$ et des angles β_1 et β_2

Puisque les deux triangles de vitesse ont le même côté commun U, ces triangles peuvent être combinés pour donner un seul diagramme comme le montre la figure III.8.

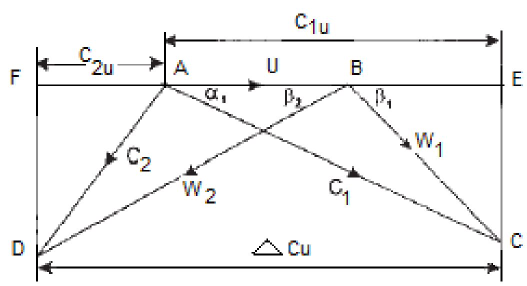

Fig. III.8 Combinaison des triangles de vitesse d'une turbine à impulsion

A partir de la représentation (Fig. III. 7) on pourrait écrire :

$$C_{1u} = AB + BE = U + W_1 cos\beta_1 = C_1 cos\alpha_1 \qquad \text{(III.10)}$$

$$C_{2u} = C_2 cos\alpha_2 \qquad \text{(III.11)}$$

$$W_2 cos\beta_2 = U + C_{2u} \qquad \text{(III.12)}$$

Des Eq. III.10 et III.12 on obtient :

$$\Delta C_u = C_{1u} + C_{2u} = W_1 cos\beta_1 + W_2 cos\beta_2 \qquad \text{(III.13)}$$

On introduit un coefficient de vitesse relative k :

$$k = W_2/W_1 \qquad \text{(III.14)}$$

Introduisons l' Eq. III.14 dans l'Eq. III.13 :

$$\Delta C_u = W_1 cos\beta_1 + W_2 cos\beta_2 = W_1 cos\beta_1 \left(1 + \frac{W_2 cos\beta_2}{W_1 cos\beta_1}\right) = W_1 cos\beta_1 \left(1 + k\frac{cos\beta_2}{cos\beta_1}\right) \qquad \text{(III.15)}$$

Posons : $$\frac{cos\beta_2}{cos\beta_1} = Cte = c \qquad \text{(III.16)}$$

D'où : $$\Delta C_u = W_1 cos\beta_1 (1 + kc) \qquad \text{(III.17)}$$

D'après l'Eq. III.10 on aura :

$$\Delta C_u = W_1 cos\beta_1 (1 + kc) = (C_1 cos\alpha_1 - U)(1 + kc) \qquad \text{(III.18)}$$

Finalement : $$W_t = U\Delta C_u = U(C_1 cos\alpha_1 - U)(1 + kc) \qquad \text{(III.19)}$$

Dans le cas des aubes symétriques $\beta_1 = \beta_2$ et si $W_1 = W_2$ alors : $kc = 1$

D'où :

$$W_t = U\Delta C_u = 2U(C_1 cos\alpha_1 - U) \qquad \text{(III.20)}$$

III.6.3 Efficacité de l'étage ou efficacité du diagramme

On la définit par :

$$\eta_d = \frac{Travail\ effectu\acute{e}}{Travail\ disponible} = \frac{W_t}{E_C} = \frac{U\Delta C_u}{\frac{1}{2}C_1^2} = \frac{2U\Delta C_u}{C_1^2} \qquad \text{(III.21)}$$

A l'aide de l'Eq. III.19 on aura :

$$\eta_d = \frac{2U\Delta C_u}{C_1^2} = \frac{2U(C_1 cos\alpha_1 - U)(1+kc)}{C_1^2} = \left[\frac{2Ucos\alpha_1}{C_1} - 2\left(\frac{U}{C_1}\right)^2\right](1+kc) \qquad \text{(III.22)}$$

L'efficacité de l'étage est maximale lorsque $\frac{\partial \eta_d}{\partial \frac{U}{C_1}} = 0$ (III.23)

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial\left(\frac{U}{C_1}\right)} = \left[2cos\alpha_1 - 4\left(\frac{U}{C_1}\right)\right](1+kc) = 0$$

D'où : $\frac{U}{C_1} = \frac{cos\alpha_1}{2}$ (III.24)

A partir des Eq. III.24 et 22, l'efficacité maximale sera donc pour des aubes symétriques :

$$\eta_{dmax} = \left[\frac{2Ucos\alpha_1}{C_1} - 2\left(\frac{U}{C_1}\right)^2\right](1+kc) = \left[2cos\alpha_1\frac{cos\alpha_1}{2} - 2\left(\frac{cos\alpha_1}{2}\right)^2\right]2$$

$$\eta_{dmax} = cos^2\alpha_1 \qquad \text{(III.25)}$$

La puissance de la turbine est d'après l'Eq. III.20 :

$$P = \dot{m}W_t = \dot{m}U\Delta C_u = \dot{m}2U(C_1 cos\alpha_1 - U) \qquad \text{(III.26)}$$

La puissance maximale à la sortie de la turbine sera obtenue par substitution de l'Eq. III. 24 dans l'Eq. III.26 :

$$P = \dot{m}W_t = \dot{m}U\Delta C_u = \dot{m}2U(2U - U)$$

$$P = \dot{m}2U^2 \qquad \text{(III.27)}$$

Si les composantes des vitesses axiales sont telles que :

$$\Delta C_a = C_{a1} - C_{a2} \qquad \text{(III.28)}$$

Alors la poussée axiale exercée sur l'arbre de la turbine sera :

$$F = \dot{m}\Delta C_a \qquad \text{(III.29)}$$

La vitesse maximale de la vapeur frappant les aubes de la turbine à action est :

$$C_1 = \sqrt{2(h_0 - h_1)} \qquad \text{(III.30)}$$