Optique géométrique : les miroirs plans et sphériques

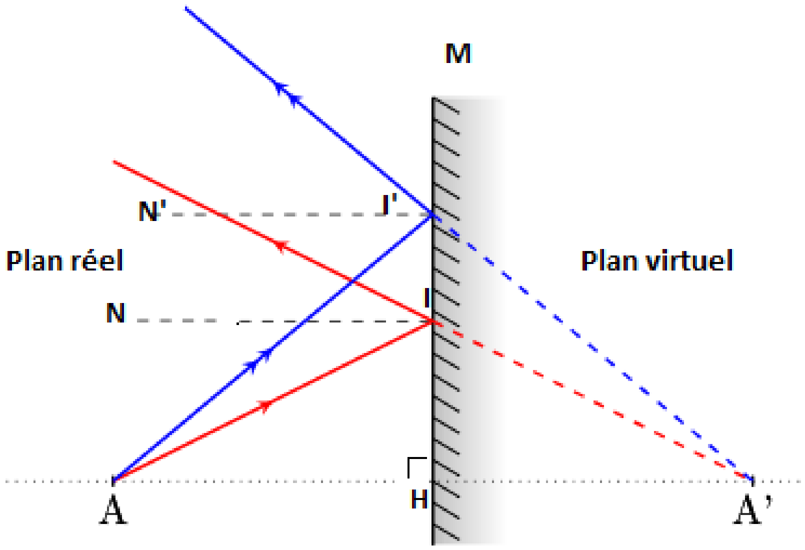
1. Le miroir plan

Le miroir plan est un système optique rigoureusement stigmatique : tous les rayons émis par A, point objet, convergent en un seul point A', appelé point image. On dit que A et A' sont conjugués par le système optique (miroir).

1.1 Construction de l'image d'un point objet

Soit un objet réel A, les rayons issus du point objet A entrent dans le système optique (miroir M), ces derniers subissent des réflexions aux points I et I', alors leurs prolongements se coupent pour donner un point image virtuel.

Pour construire l'image A' de A, on utilise deux rayons incidents et on applique les lois de la réflexion aux points I et I'



- N et N' sont les droites normales au miroir.

Ainsi, le point image A' est le symétrique du point objet A par rapport au plan du miroir. La relation de conjugaison du miroir plan s'écrit :

$$\overline{HA} = -\overline{HA'}$$

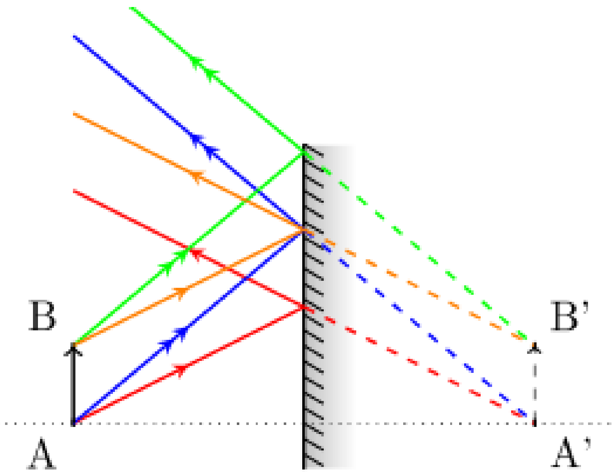
Attention : les distances sont toutes en mesure algébrique

Cette image est une image virtuelle puisqu'elle est le point d'intersection de prolongement de rayons émergents.

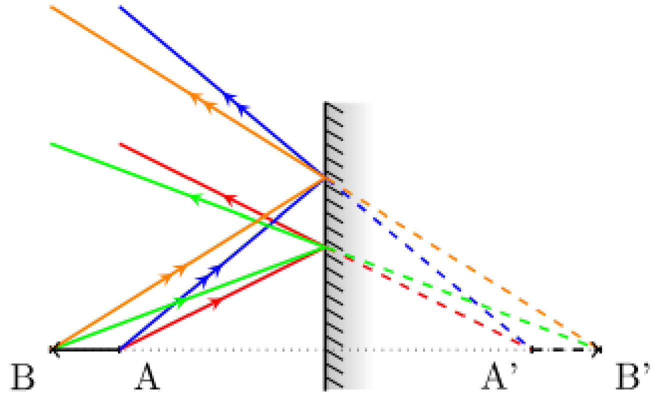
1.2 Construction de l'image d'un objet transverse au miroir

Soit un objet réel AB transverse (parallèle au miroir), son image virtuelle est A'B'.
On définit le grandissement transverse par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



1.3 Construction de l'image d'un objet axial au miroir



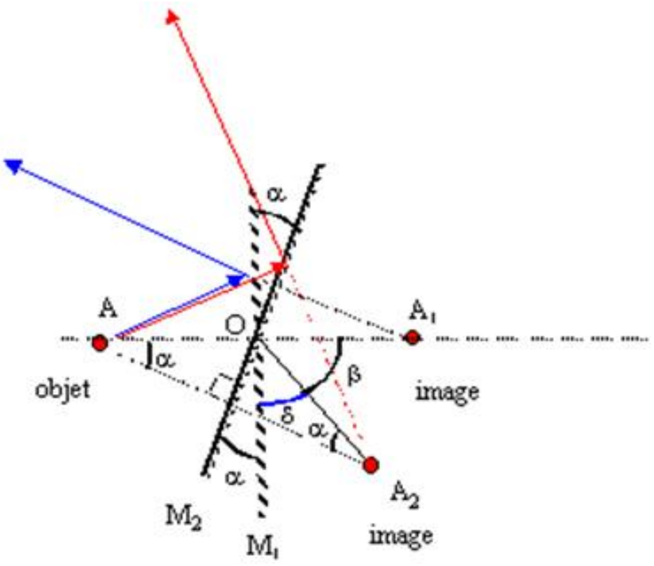
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1$$

1.4. Association de deux miroirs

1.4.1 Soit deux miroirs plans formant un angle α

Soit A objet réel, son image à travers le miroir M_1 est A1. Si on fait tourner le miroir d'un angle α (position en M_2). L'image finale tourne d'un angle β.

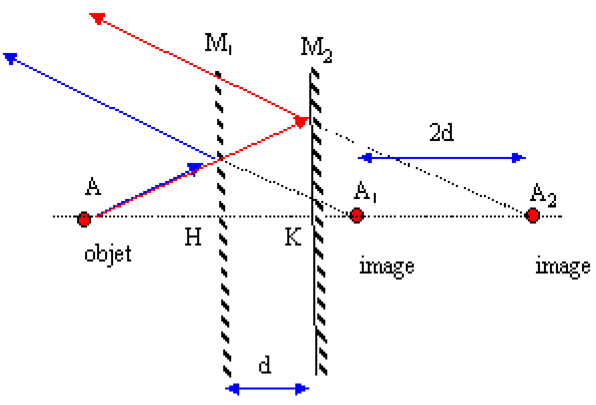
On peut aisément démontrer que l'image finale tourne de 2 α.



On remarque que : $\boxed{\beta + \delta = 90 \text{ et } \delta + 2\,\alpha = 90 : \text{d'où} : \beta = 2\alpha}$

1.4.2 Déplacement d'un miroir d'une distance (d)

Lorsque le miroir se déplace de d, l'image correspondante se déplace de 2d.

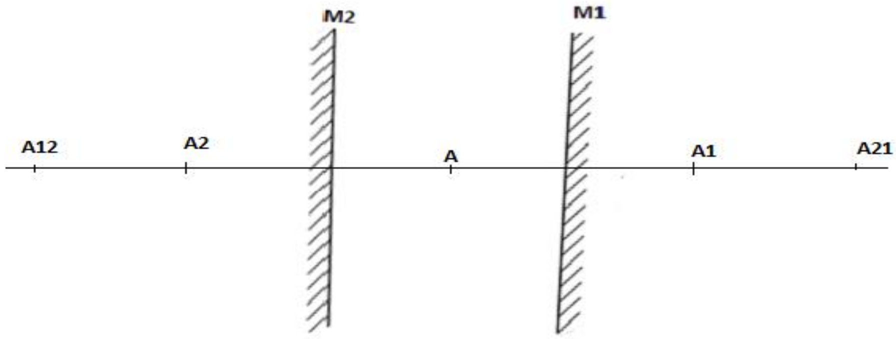


On a : $AH = HA_1$ et $AK = KA_2$. symétrie par rapport au miroir, $AH + d = KA_1 + A_1A_2$;

A_1A_2 = AH+d- KA_1avec KA_1 =HA_1-d= HA-d $\Rightarrow$ **A_1A_2 =AH+d-(HA-d)=2d**

1.4.3 Cas particulier : deux miroirs parallèles

Si les miroirs sont parallèles $(\alpha = 0)$. Si on place un objet A entre deux miroirs parallèles, les images sont en nombre infini et alignées sur une même droite normale aux deux miroirs.



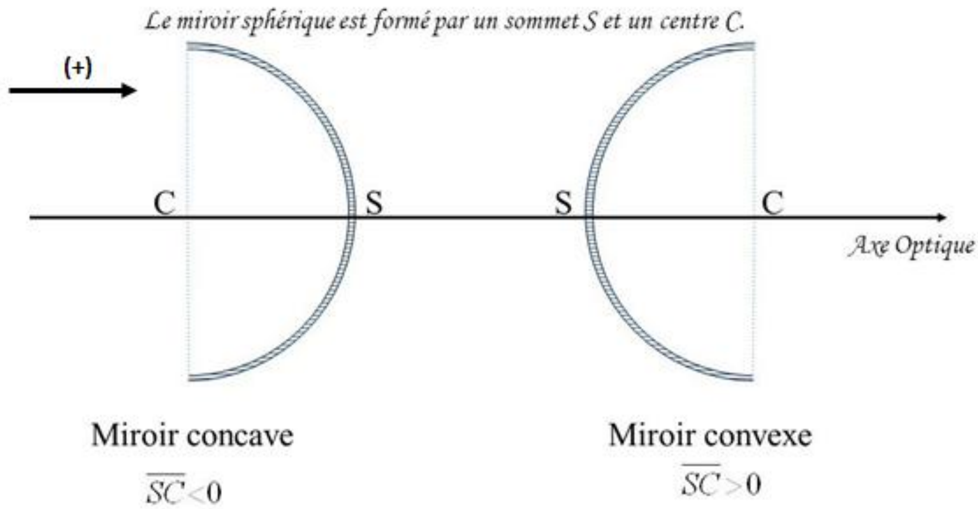
L'objet A, va donner une image A1 par rapport à M1 et une image A2 par rapport à M2. L'image A2 va jouer le rôle d'objet à travers le miroir M1 pour donner une image A21, ensuite l'image A1 va jouer le rôle d'objet par rapport au miroir M 2 pour donner une image A12. Le phénomène va se répéter pour les autres images ce qui va nous donner une infinité d'images.

On peut observer généralement ce phénomène chez le coiffeur !

B) Miroirs sphériques

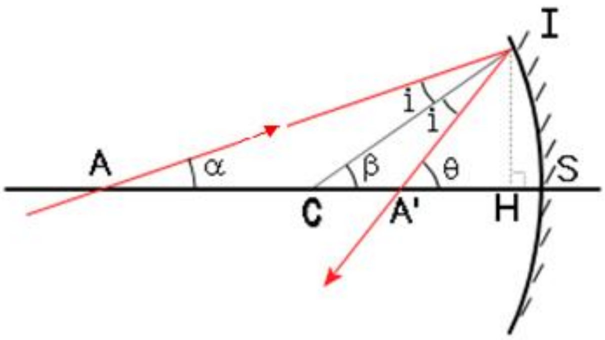
1. Définitions

Le miroir sphérique est une portion de sphère dont la surface a été recouverte d'une couche totalement réfléchissante. Cette couche est usuellement composée d'étain, d'argent ou d'aluminium et d'une couche protectrice transparente. Le miroir est l'instrument sans doute le plus utilisé, notamment sous sa forme plane.



Le miroir sphérique est formé par un sommet S et un centre C. $\overline{SC}$, représente le rayon du miroir qui est l' axe optique principal du miroir. Les autres axes qui ne passent par C sont des axes secondaires.

Soit un miroir sphérique concave (ou convexe), un objet A situé sur l'axe principal donne à travers le miroir une image A' également située sur l'axe comme le montre la figure ci-dessous.



L'application des lois de réflexion en **I** montre que les rayons AI (incident) et A'I (réfléchi) sont contenus dans un plan contenant l'axe principal et que les angles $\widehat{AIC}$ et $\widehat{CIA'}$ sont égaux.

Dans les triangles CAI et CA'I, on a :

$$\frac{\overline{CA}}{\sin i} = \frac{IA}{\sin\beta} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{CA'}}{\sin i} = \frac{IA'}{\sin\beta} \quad \text{avec} \ \ \beta = \widehat{ICS}$$

On peut en déduire alors que :

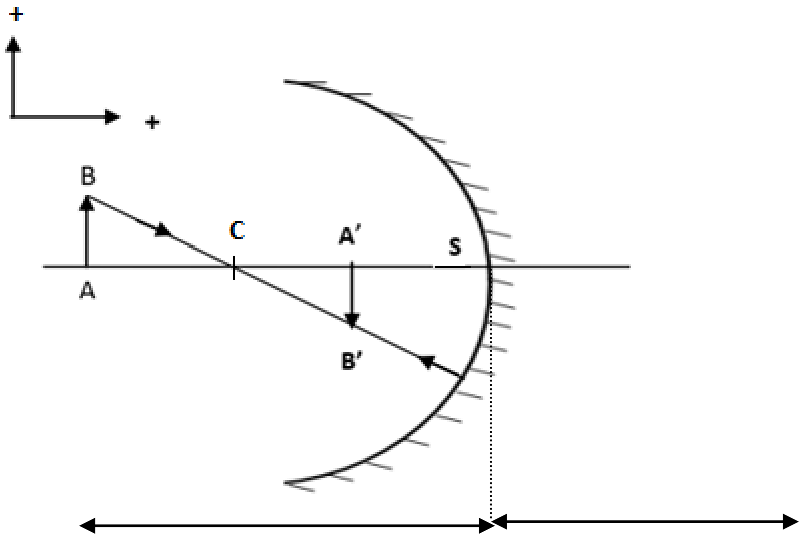
$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}} = \frac{IA}{IA'} \qquad \textbf{1}$$

De la relation 1, et si I est confondu avec S, on peut écrire

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}} = \frac{IA}{IA'} = -\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

D'où le grandissement transverse : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$, avec AB l'objet et A'B' son image à travers le miroir.

2. Relation de conjugaison avec origine au centre



Un rayon issu de B passant par C sera réfléchi sur lui-même. On peut montrer que :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} \qquad 1$$

La grandeur de l'image est obtenue par le grandissement transversal :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Dans les triangles CAB et CA'B', on peut montrer :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \qquad 2$$

3. Relation de conjugaison avec origine au sommet

La relation **1,** s'écrit compte tenu de la relation de Chasles :

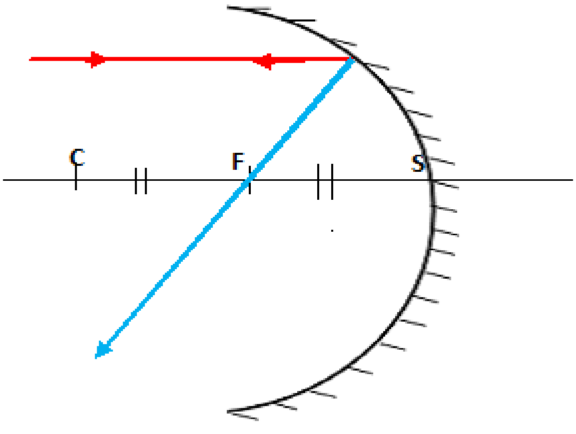
$$\frac{1}{\overline{CS}+\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{CS}+\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{CS}} \qquad \mathbf{3}$$

Après réduction au même dénominateur de l'expression **3** et après simplification, nous obtenons :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

4. Foyer et formules de Newton

Soit un objet à l'infini sur l'axe. Ce rayon envoie sur le miroir un rayon incident parallèle à l'axe (rouge). Celui-ci se réfléchi en passant par le foyer principal image du miroir (bleu). En vertu du principe du retour inverse de la lumière un rayon passant par ce point sera réfléchi parallèlement à l'axe. Ce point sera donc aussi foyer principal objet du miroir. Donc : le foyer objet est confondu au foyer image d'ou un miroir sphérique ne possède qu'un seul foyer



F : foyer image (objet)

La relation **1** permet de déterminer la position de ce foyer unique :

$$\overline{CF}=\frac{\overline{CS}}{2}$$

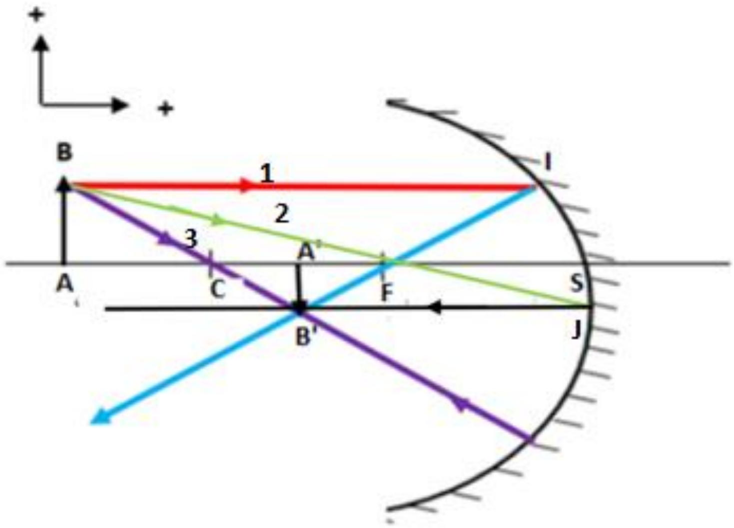
Le point F devient le milieu de $\overline{CS}$

5. Construction de l'image d'un objet à travers un miroir sphérique

5.1 Miroir concave

Soit un objet t A B réel, placé devant un **miroir concave**

L'objet se trouve entre -∞ et C



O

Pour construire l'image A'B' nous avons pris **3 rayons principaux issus de B :**

1. Rayon parallèle à l'axe optique, se réfléchit et passe par le foyer F
2. Rayon qui passe par le foyer se réfléchit parallèle et passe par le point B'
3. Rayon qui passe par le centre optique (C) n'est pas dévié

La rencontre des rayons réfléchis donne le point B'. L'image formée est A'B'.

Nature de l'image

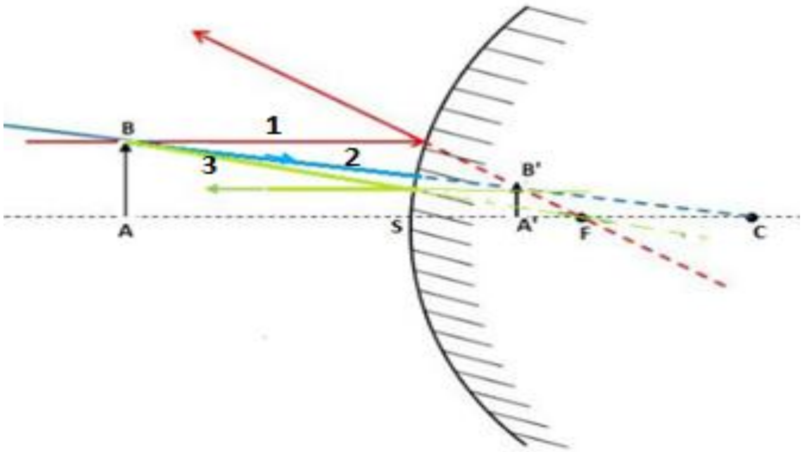
C'est une image renversée, réelle, plus petite que l'objet.

5.2 Miroir convexe

Soit un objet AB réel, placé entre -∞ et S

Pour construire l'image, nous avons tracé 3 rayons principaux :
1. Le rayon issu de B, parallèle à l'axe, il est réfléchi et son prolongement passe par le foyer F.
2. Le rayon issu de B et qui passe par le centre optique C, n'est pas dévié. La rencontre de ces deux rayons nous donne le point B'.

3. Le rayon issu de B est qui semble passer par le foyer F (en vert), il est réfléchi parallèle à l'axe, son prolongement passe aussi par le point B'.
Il suffit de baisser la perpendiculaire du point B' sur l'axe pour indiquer le point A'. L'image formée est donc A'B'



La nature de l'image A'B'

L'image est virtuelle, droite, plus petite que l'objet.

6. Formule de Newton

On va raisonner sur l'image obtenue avec le miroir concave. Le même calcul peut être fait avec le miroir convexe. Le choix est arbitraire.

Les triangles FAB et FSJ sont semblables $\Rightarrow$ $\frac{\overline{SJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$

Il en résulte de même les triangles FA'B' et FSI, on a :

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$, de plus $\overline{SI}=\overline{AB}$ et $\overline{SJ} = \overline{A'B}$; on en déduit :

$$\boxed{\boldsymbol{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} \quad et \quad \overline{FA'}.\overline{FA} = FS^2}}$$

Ces formules sont dites formules de Newton.