

III Ondes de choc

Introduction

Une onde de choc correspond à une zone d'écoulement de très faible épaisseur, inférieure à 1 mm, qui fait la transition entre l'un et l'autre où la vitesse est supersonique et l'autre où elle est subsonique. Dans la même épaisseur, la pression et la température augmentent. Ainsi, les particules du fluide lors de leur traversée de l'onde de choc subissent une décélération extrêmement forte qui peut atteindre 10^9 à 10^{10} m/s² soit environ un milliard de g. C'est un impact violent, produisant un véritable choc sur les particules, qui est à l'origine du bruit donné à cette zone de transition.

Il y a des ondes de choc droites (ou planes) et des ondes de choc obliques. Ce cours s'attache surtout aux écoulements mono dimensionnels, seuls les ondes de choc droites, et à la ligne moyenne d'écoulement du gaz sont traitées. Elle séparent le milieu (1) où l'écoulement est supersonique du milieu (2) où l'écoulement est subsonique (Figure III-1)

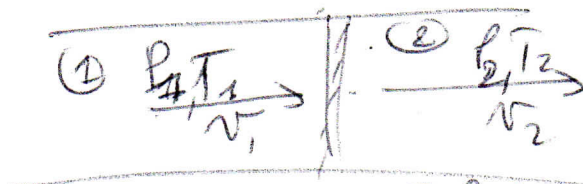


Figure III-1 Schématisation d'une onde de choc droite

III-1 Equations des ondes de choc

Pour l'écoulement à travers une onde de choc, les équations générales prennent la forme suivante, en notant par (1) la zone avant de l'onde de choc et par (2) la zone après l'onde de choc.

On du fait de la faible épaisseur de l'onde de choc et de l'hypothèse de condensation ± 0 , on a

$$\int \rho v^2 d\Omega = \rho v^2 \Omega$$

et $R = (P_1 - P_2) \Omega$ ou bien $\vec{R} = (P_1 - P_2) \Omega \vec{n}$

Ainsi, l'équation III-1 qui se projette le long du gradient sur la normale à la surface Ω , devient

$$P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2 \quad \text{--- III-2}$$

Or, compte tenu de l'équation d'état, on peut écrire que :

$$P + \rho v^2 = \rho \left(1 + \frac{v^2}{\gamma} \right)$$

ou, en introduisant le nombre de Mach :

$$P + \rho v^2 = \rho \left(1 + \gamma Ma^2 \right) \quad \text{--- III-3}$$

Ainsi, l'équation III-2 s'écrit :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \gamma Ma_1^2}{1 + \gamma Ma_2^2} \quad \text{--- III-4}$$

De même, l'équation de l'énergie, compte tenu des équations d'état, devient :

$$c_p T_1' + \frac{v_1^2}{2} = c_p T_2 \left(1 + \frac{v_1^2}{2 c_p T_1} \right)$$

$$= c_p T_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 \right)$$

$$\rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2} \quad \text{--- III-5}$$

III-2-2 Relations

entre les nombres de Mach amont et aval de l'onde de choc

L'équation de continuité :

Conservation de la masse (Eq I-2)

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = m = \frac{\dot{m}}{\frac{V_2}{V_1}} \leftarrow \text{charge de flux. négative}$$

$$\text{ou } \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} = 0 = \frac{K_2}{\frac{V_2}{V_1}} \leftarrow \text{charge de flux. négative}$$

- Bilan de la g.t.k. de M^{vk} (Eq I-6):

$$V dv + \frac{dP}{\rho} = 0$$

En effet, le travail des forces de frottement - frottement peut être négligé, compte tenu de la très faible épaisseur de l'onde de choc ($\delta x \approx 0$)

- Bilan de l'énergie (Eq I-9) qui, en raison de l'adiabaticité du transfert s'écrit:

$$dh + v dv = 0$$

- Équations d'état du fluide (I-11) et (I-12):

$$dh = C_p \cdot dT$$

$$- \frac{dP}{\rho} + \frac{dP}{\rho} = \frac{dT}{T}$$

II-2 Relations entre les paramètres de part et d'autre de l'onde de choc

La combinaison des équations de base des ondes de choc permet de trouver des

relations entre les pressions, les températures et les vitesses de part et d'autre de l'onde de choc

II-2-1 Expressions des paramètres en fonction des nombres de Mach avant et après de l'onde de choc

L'équation du bilan de la quantité de mouvement (I-6) peut être remplacée par une équation intégrale dans laquelle les forces d'inertie avec l'élément de fluide considéré ne sont pas explicitées, mais remplacées

$$\begin{cases} \frac{P}{\rho} = RT \\ \log\left(\frac{P}{\rho}\right) = \log(RT) \\ \log P + \log \rho = \log R + \log T \\ d(\log P + \log \rho) = d(\log R + \log T) \\ \frac{dP}{P} + \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} \end{cases}$$

peut s'écrire, en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits et l'expression de la vitesse du son :

$$\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho_{a1}}{\rho_{a2}} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_{a1}}{\rho_{a2}} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{--- III-6}$$

La combinaison des équations III-4, III-5 et III-6 permet de trouver une relation entre les nombres de Mach à l'aval et à l'avant de l'onde de choc :

$$\frac{1 + \gamma M_{a1}^2}{1 + \gamma M_{a2}^2} = \frac{\rho_{a1}}{\rho_{a2}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a2}^2}}$$

La résolution de cette équation se fait en élevant les 2 membres au carré, puis en notant qu'elle est symétrique en M_{a1} et M_{a2} .

$M_{a1}^2 = M_{a2}^2$ est donc la 1^{ère} solution de cette équation du 2nd degré, la 2^{ème} solution est :

$$M_{a2}^2 = \frac{M_{a1}^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma M_{a1}^2}{\gamma-1} + 1} \quad \text{--- III-7}$$

cette relation entre M_{a2} et M_{a1} est représentée sur la figure III-2

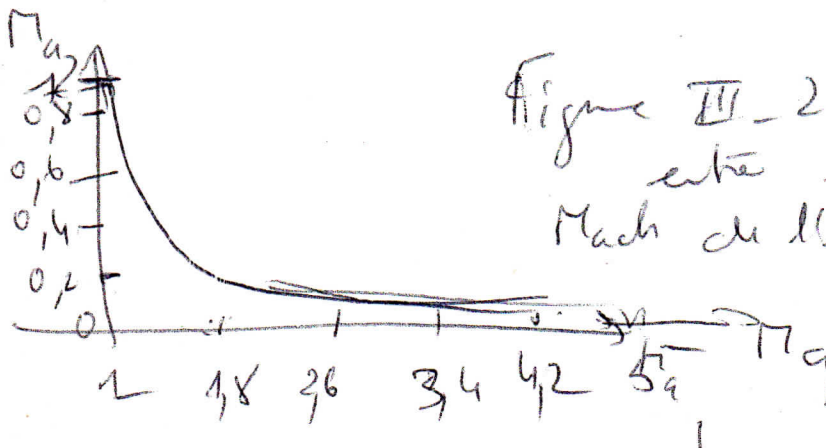


Figure III-2 Relation entre les nombres de Mach de l'écoulement à l'avant et à l'aval d'une onde de choc

III-2-3 Exprimer les paramètres en fonction du nombre de Mach amont

La relation III-7 permet d'exprimer les rapports des divers gradients en fonction du seul nombre de Mach amont. Ainsi, on a :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} Ma_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{(\gamma+1) Ma_1^2} \right) \quad \text{III-8}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} Ma_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad \text{III-9}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} = \frac{2 + (\gamma-1) Ma_1^2}{(\gamma+1) Ma_1^2}$$

III-2-4 Relation de Rankine-Hugoniot pour les ondes de choc droites

La relation de Rankine-Hugoniot lie les pressions amont et aval aux masses volumiques amont et aval. Elle s'obtient en éliminant le nombre de Mach Ma_1 entre les relations III-8 et III-9

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{(\gamma+1) P_2 + (\gamma-1) P_1}{(\gamma+1) P_1 + (\gamma-1) P_2} \quad \text{III-10}$$

$$\text{ou} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{(\gamma+1) P_2 - (\gamma-1) P_1}{(\gamma+1) P_1 - (\gamma-1) P_2} \quad \text{III-11}$$

La figure III-3 permet de comparer les lois de l'évolution du choc à celle d'un transfert adiabatique

