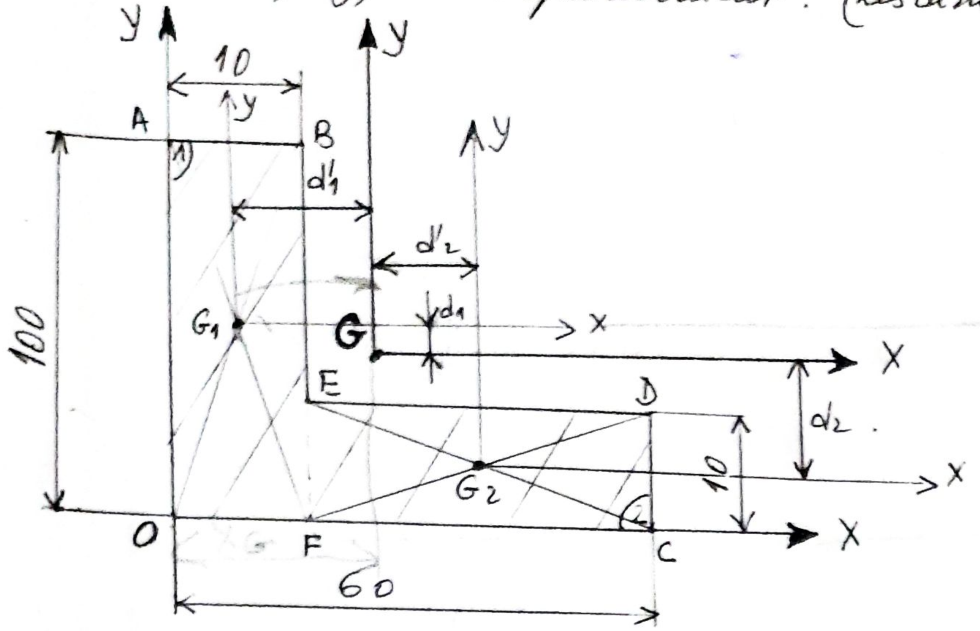
Exercice N° 1.

Soit la section plane hachurée fig(1) a) Déterminez la position du centre de Gravité (X_G, Y_G) par rapport aux axes OX et OY.
b) Déterminez les moments d'Inerties I_{Gx}, I_{Gy} et I_{Gz} par rapport aux axes Gx, Gy et Gz respectivement. (Les dimensions sont en Cm).



Décomposons la section hachurée en 2 parties (Surface rectangulaire OABF, EFCD

N° de parties	Aires des parties S_i en Cm^2	Coordonnées du centre de gravité en cm		Moment Statique des parties par rapport aux axes X, y en cm^3	
		X_i	Y_i	$S_{xi} = S_i \cdot Y_i$	$S_{yi} = S_i \cdot X_i$
1 OABF	1000	5	50	50000	5000
2 EFCD	500	35	5	2500	17500
ΣS_i	1500			52500	22500
				ΣS_{xi}	ΣS_{yi}

calcul des coordonnées du Centre de gravité par rapport aux axes OX et OY.

$$X_G = \frac{\Sigma S_{yi}}{\Sigma S_i} = \frac{22500}{1500} = 15\,cm$$

$$Y_G = \frac{\Sigma S_{xi}}{\Sigma S_i} = \frac{52500}{1500} = 35\,cm$$

Calcul des moments d'Inerties des deux surfaces par rapport à leur centre de gravité G_1 et G_2.

	I_{Gix}	I_{Giy}
1	$\frac{bh^3}{12} = \frac{10.100^3}{12} =$ 833333,33 cm^4	$\frac{hb^3}{12} = \frac{100.10^3}{12} =$ 8333,33 cm^4
2	$\frac{bh^3}{12} = \frac{50.10^3}{12} =$ 4166,66 cm^4	$\frac{hb^3}{12} = \frac{10.50^3}{12} =$ 104166,66 cm^4.

Calcul des moments d'Inerties par rapport au centre de gravité G de la figure hachurée. Pour cela on applique le théorème de Huygens.

$I_1Gx = I_{G_1}x + d_1^2 S_1$ ou $d_1 = |y_{G_1} - y_G| = |50 - 35| = 15$ cm.

$I_1Gx = 833333{,}33 + 15^2.1000 = 1058333{,}33\ cm^4$.

$I_2Gx = I_{G_2}x + d_2^2 S_2$ ou $d_2 = |y_{G_2} - y_G| = |5 - 35| = |-30|$ cm.

$I_2Gx = 4166{,}66 + 30^2.500 = 454166{,}66\ cm^4$

$I_{Gx} = I_1Gx + I_2Gx = 151{,}25.10^4\ cm^4$.

$I_1Gy = I_{G_1}y + d_1'^2 S_1$ ou $d_1' = |x_{G_1} - x_G| = |5-15| = |-10|$ cm

$I_1Gy = 8333{,}33 + 10^2.1000 = 108333{,}33\ cm^4$.

$I_2Gy = I_{G_2}y + d_2'^2 S_2$ ou $d_2' = |X_{G_2} - X_G| = |35-15| = 20$ cm

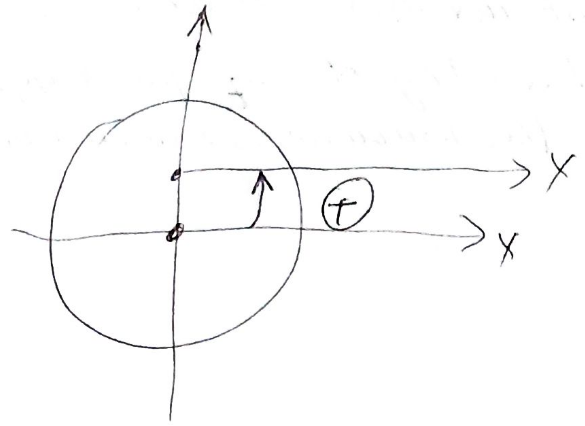
$I_2Gy = 104166{,}66 + 20^2.500 = 304166{,}66\ cm^4$.

$I_{Gy} = I_1Gy + I_2Gy = 41{,}25.10^4\ cm^4$

Calcul du moment d'Inertie / à l'axe Z ⊥ aux 2 autres Axes.

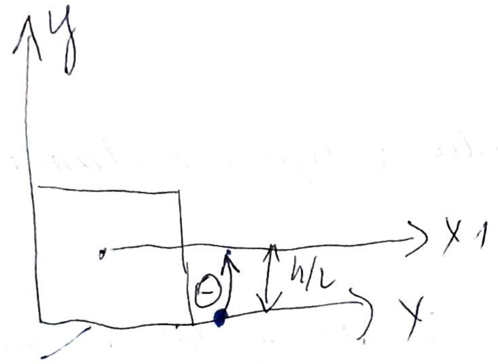
$I_{Gz} = I_{Gx} + I_{Gy} = 151{,}25.10^4 + 41{,}25.10^4 = 192{,}5.10^4\ cm^4$.

plus qu'on s'eloigne du centre de gravité le moment d'inertie devient maximale



plus qu'on se rapproche du centre de gravité le moment devient négatif

$$\frac{bh^3}{12}$$



$$\frac{bh^3}{3}$$

$$I_{Gx_1} = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot S = \frac{4 \times bh^3}{3\times 4} - \frac{bh^3 \times 3}{4\times 3} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{Gx} = \frac{bh^3}{12} + \frac{h^2}{4} \cdot bh = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3 \times 3}{4\times 3} = \frac{4\,bh^3}{12}$$

$$I_{Gx_1} = \frac{bh^3}{3}$$