

Série d'exercices résolus Amplificateurs Opérationnels

Pour les Master1 : AII et AS

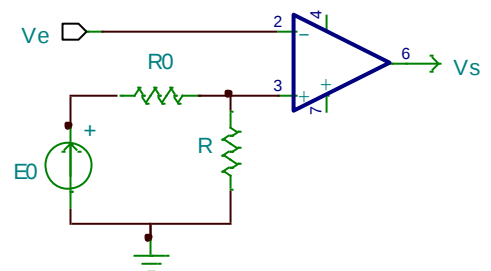
Exercice 1

***Réponse d'un comparateur simple à divers signaux**

L'A.O. est supposé idéal ; la tension de sortie V_s est limitée par la saturation aux valeurs extrêmes $-V_{sat}$, $+V_{sat}$. On donne $E_0 = 10V$; $V_{sat} = 12V$; $R_0 = 24 k\Omega$; $R = 16 k\Omega$

a) La tension d'entrée V_e est continue et positive.
Représenter la caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$ du comparateur lorsqu'on augmente la tension V_e de 0 à 10 V.

b) La tension d'entrée est un signal triangulaire symétrique de période T et d'amplitude 6 V. Représenter en le justifiant le graphe $V_s = f(t)$ pour $0 < t < 2T$.



c) La tension d'entrée est un signal sinusoïdal de période T : $V_e = 8\sin(\frac{2\pi}{T}t)$

d) Comment sont modifiés les résultats précédents si on permute les entrées $-$ et $+$ de l'AOP dans le montage étudié ?

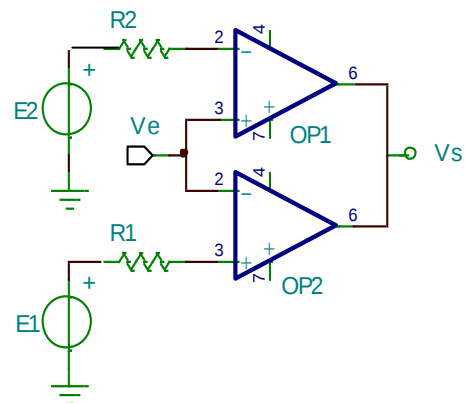
e) La source de tension auxiliaire a maintenant une faible amplitude $E_0 = 2 mV$, l'A.O. n'est plus idéal et a un gain $A = 10^5$. Déterminer la tension d'entrée limite qui donne une saturation négative.

*** Comparateur double**

On applique une tension continue V_e à l'entrée du comparateur double à A.O. idéaux de même tension de saturation V_{sat} .

On donne $E_1 = 2V$; $E_2 = 4V$; $V_{sat} = 12V$.

Tracer la caractéristique $V_s = f(V_e)$ lorsqu'on fait varier V_e de 0 à 8 V.

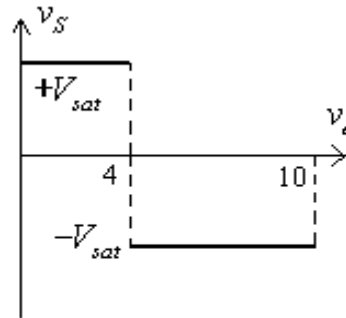


Réponse 1

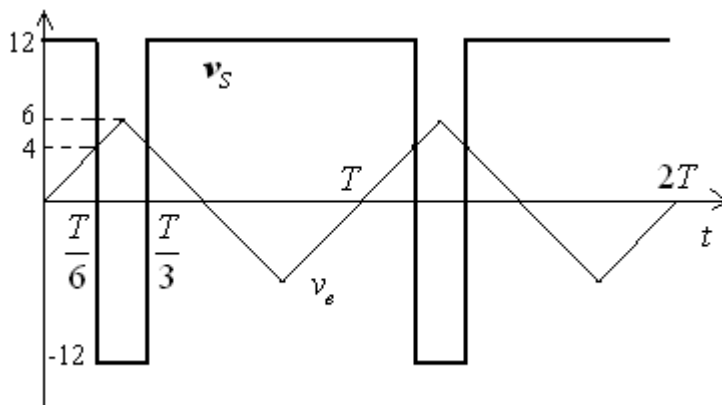
a) $V^- = V_e$ et $V^+ = \frac{R}{R+R_0} E_0 = 4V$

Si : $V^+ > V^- \Rightarrow V_s = +V_{sat}$

Si : $V^+ < V^- \Rightarrow V_s = -V_{sat}$



b)



c) La réponse peut être faite par rapport à la question précédente.

$$v_e(t_1) = 8 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_1\right) = 4$$

Le basculement vers les niveaux bas se produira pour

soit $t_1 = \frac{T}{12}$, le basculement vers les niveaux hauts se produira pour $t_2 = \frac{5T}{12}$

Le rapport en durée des niveaux hauts aux niveaux bas est égal à 2.

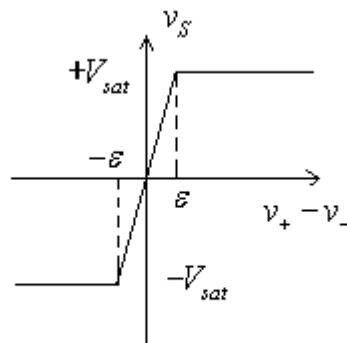
d) les niveaux bas sont changés en niveaux hauts et vice versa.

e)

$$v_+ - v_- > \varepsilon = \frac{V_{sat}}{\mu} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ volt} \Rightarrow v_s = +V_{sat}$$

$$v_+ - v_- < -\varepsilon = 12 \cdot 10^{-5} \text{ volt} \Rightarrow v_s = -V_{sat}$$

Sur la figure ci-contre, sont représentées les caractéristiques de l'ampli opérationnel imparfait



L'amplitude de E_0 sur la tension v_+ représente une amplitude de $0,8 mV = 80 \cdot 10^{-5} \text{ volt}$ sur la tension v_+ .

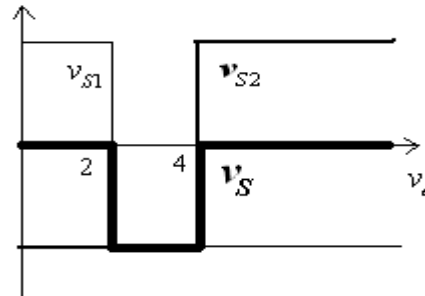
La tension de sortie v_s basculera de la tension $+V_{sat}$ à la tension $-V_{sat}$, lorsque la tension d'entrée $v_e = v_-$ variera de $68 \cdot 10^{-5}$ à $92 \cdot 10^{-5} \text{ volt}$.

f)

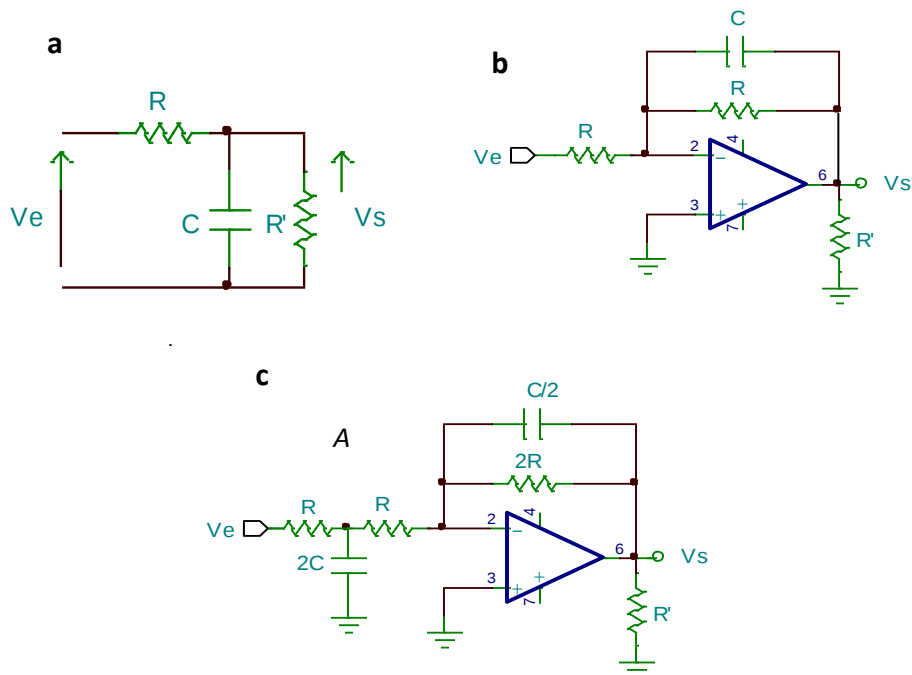
$$v_{+1} - v_{-1} = E_1 - v_e = 2 - v_e$$

$$v_{+2} - v_{-2} = v_e - E_2 = v_e - 4$$

$$v_s = v_{s1} + v_{s2}$$



Exercice 2



a) Calculer la fonction de transfert $H = \frac{V_s}{V_e}$ du circuit (a).

On note $\alpha = RC\omega$. Etudier les cas $R' \rightarrow \infty$ et $R' = R$.

b) Calculer la fonction de transfert du circuit (b). R' étant la résistance de charge, quel est l'avantage du circuit (b) par rapport au circuit (a).

c) On étudie le circuit (c) : calculer sa fonction de transfert et représenter les diagrammes de Bode des circuits (b) et (c). Comparer.

Réponse 2

(Les A.O. sont supposés parfaits)

a) $Z' = \frac{R'}{1+jR'C\omega}$ est l'impédance de la résistance R' en parallèle avec le condensateur de capacité C .

$$Ha = \frac{Vs}{Ve} = \frac{Z}{Z+R} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R'} + jRC\omega} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R'} + j\alpha}$$

$$Ha(R' \rightarrow \infty) = \frac{1}{1+j\alpha} ; Ha(R'=R) = \frac{1}{2+j\alpha}$$

b) $Z' = \frac{R}{1+jRC\omega}$ est l'impédance de la résistance R en parallèle avec le condensateur de capacité C .

pour calculer la fonction de transfert, il est pratique d'appliquer le théorème de Millman. Au point de l'entrée négative (tension $V^- = V^+ = 0$) de l'A.O.P, il s'écrit :

$$\frac{Ve}{R} + \frac{Vs}{Z} = 0 \Rightarrow Hb = \frac{Vs}{Ve} = -\frac{Z}{R} = -\frac{1}{1+jRC\omega} = -\frac{1}{1+j\alpha} = Gb e^{j\phi b}$$

$$Gb = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} ; \phi b = \pi - \arctg(1 + j\alpha)$$

L'avantage du circuit (b) sur le circuit (a) tient au fait que la fonction de transfert est indépendante de la résistance de charge R' .

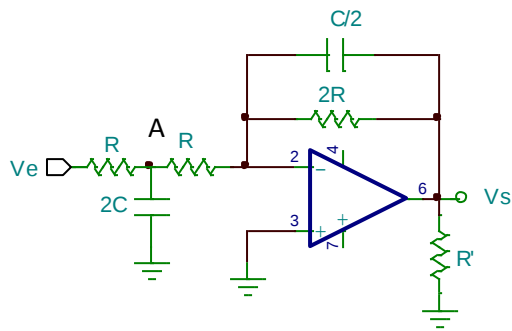
c) $Z'' = \frac{2R}{1+jRC\omega}$ est l'impédance de la résistance $2R$ en parallèle avec le condensateur de

Capacité $C/2$.

L'application du théorème de Millman aux points A et B (tension $V^- = V^+ = 0$) de l'A.O.P donne :

$$\frac{VA - Ve}{R} + j2C\omega VA + \frac{VA}{R} = 0 \quad (1)$$

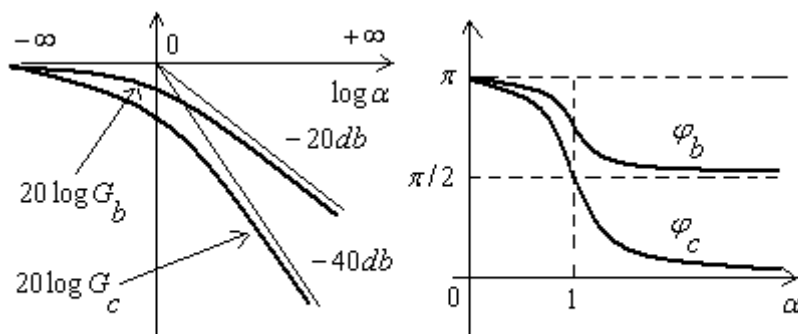
$$\frac{VA}{R} + \frac{Vs}{Z''} = 0 \quad (2)$$



En remplaçant entre les équations (1) et (2), on obtient :

$$H_c = -\frac{1}{(1+jRC\omega)^2} = \frac{1}{(1+j\alpha)^2} = G_c e^{j\varphi_c}$$

$$\text{Avec : } G_c = \frac{1}{(1+j\alpha)^2} ; \quad \varphi_c = \pi - 2 \arctg(1 + j\alpha)$$



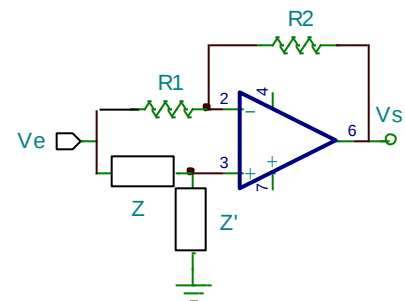
Exercice 3

L'A.O. P est parfait et fonctionne en régime linéaire.

a) Déterminer, en régime sinusoïdal, la fonction de transfert $H = \frac{V_s}{V_e}$ de ce montage.

b) Le dipôle d'impédance Z correspond à une résistance R en // avec un condensateur de capacité C , le dipôle d'impédance Z' à une résistance R en série avec un condensateur de capacité C .

A quelle condition le montage proposé constitue-t-il un montage déphaseur ?



Réponse 3

a) L'application du théorème de Millman au point d'entrée - de l'A.O.P donne :

$$\frac{V_e - V^-}{R_1} + \frac{V_s - V^-}{R_2} = 0$$

D'autre part, en régime linéaire $V^- = V^+ = \frac{Z'}{Z+Z'} V_e$

à partir de ces deux équations, on obtient :

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1 Z' - R_2 Z}{R_1 (Z + Z')}$$

b)

$$Z = \frac{R}{1+jRC\omega} ; Z' = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1+jRC\omega}{jC\omega}$$

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1 Z' - R_2 Z}{R_1 (Z + Z')} = \frac{\frac{R_1 + jR R_1 C \omega}{jC\omega} - \frac{R_2 R}{1+jRC\omega}}{R_1 \left(\frac{R}{1+jRC\omega} + \frac{1+jRC\omega}{jC\omega} \right)} = \frac{R_1 (1 - R^2 C^2 \omega^2) + jRC\omega (2R_1 - R_2)}{R_1 (1 - R^2 C^2 \omega^2) + jRC\omega 3R_1}$$

Le montage sera un déphaseur si $2R_1 - R_2 = \pm 3R_1$.

Cette double équation a une solution possible, $R_2 = 5R_1$.

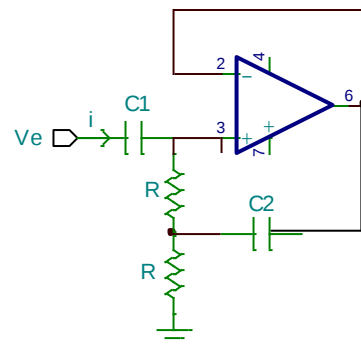
Le déphasage est, sous cette condition égale à : -2φ si $\tan \varphi = \frac{3RC\omega}{1 - R^2 C^2 \omega^2}$

Exercice 4

Montrer que ce circuit est équivalent à un circuit R, L, C série.

Calculer la fréquence de résonance, le facteur de qualité.

Conclusions.

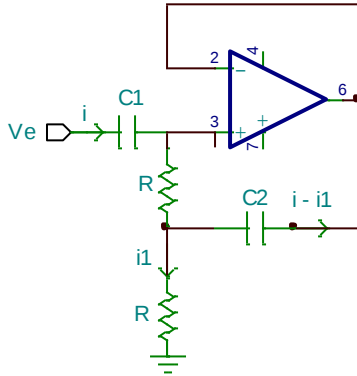


Réponse 4

$$v_e = \left(R + \frac{1}{jC_1\omega}\right) \cdot i + R \cdot i_1 \quad ; \quad R \cdot i_1 + \frac{i - i_1}{jC_2\omega} = 0$$

En éliminant i_1 on obtient :

$$V_e = [2R + j(R^2 C_2 \omega - \frac{1}{C_1 \omega})] i$$

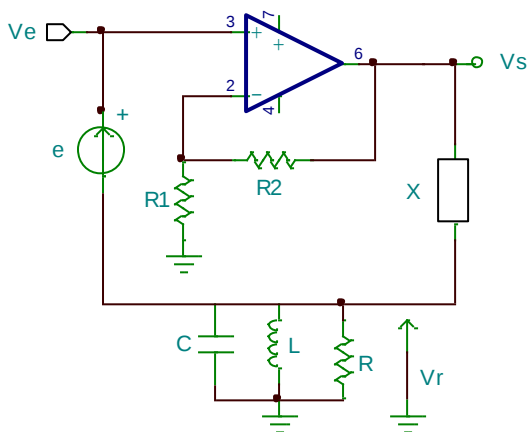


Le circuit est équivalent à un circuit résonant de résistance $2R$, d'auto-inductance $R^2 C$ et de capacité C_1 .

La pulsation de résonance est égale à : $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$.

Le facteur de qualité est égale à : $Q = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$

Exercice 5



a) On se place en régime sinusoïdal forcé, l'A.O. fonctionnant en régime linéaire.

Déterminer les rapports $\frac{V_s}{V_e}$ et $\frac{V_r}{V_s}$.

b) On supprime la source e . Quelle valeur faut-il donner à X pour obtenir des oscillations ?
Quelle est la pulsation correspondante ?

Réponse 5

a) $V^+ = V^- = V_e = e + V_r$

D'autre part,

$$V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$$

Par suite $\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

La résistance R , la self L et la capacité C sont en parallèle, l'impédance de ces éléments est donc :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} = \frac{1}{jL\omega} + jC\omega \Rightarrow Z = \frac{jRL\omega}{R(1 - LC\omega^2) + jL\omega}$$

$$\frac{V_r}{V_s} = \frac{Z}{X + Z}$$

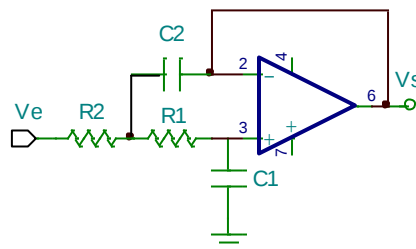
b) Si on supprime la source e ,

$$V_e = V_r \Rightarrow \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{X + Z}{Z} \text{ soit } \frac{R_2}{R_1} = \frac{X}{Z}$$

Par suite : $\frac{R_2}{R_1} = \frac{X}{R} + jx \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)$

Il y a oscillations libres pour : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ si $X = \frac{RR_2}{R_1}$

Exercice 6



a) Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\alpha \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Déterminer les valeurs de α et ω_0 .

b) On veut que $|H| = \frac{1}{\sqrt{1+x^4}}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

Quelle valeur faut-il donner à α pour qu'il en soit ainsi ? Quel est l'intérêt d'un tel dispositif ?

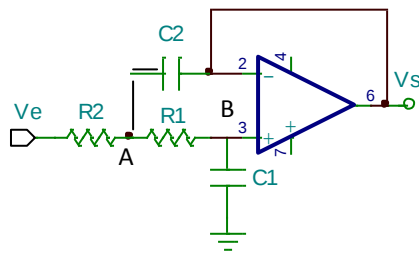
c) On associe deux montages, de même nature que le précédent, caractérisés par les couples (α, ω_0) pour le premier et (α', ω_0) pour le second.

Quelles relations doivent vérifier les coefficients α et α' pour que le montage ainsi obtenu

corresponde à une fonction de transfert telle que : $|H| = \frac{1}{\sqrt{1+x^8}}$

Réponse 6

a)



$$V_s = V_- = V_+ = V_B$$

On applique le théorème de Milman en A et B.

$$\frac{V_e - V_A}{R_2} + \frac{V_s - V_A}{R_1} + jC_2\omega(V_s - V_A) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_A - V_s}{R_1} - jC_1\omega V_s = 0 \quad (2)$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2 + j(R_1 + R_2)C_1\omega}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\alpha \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} \quad ; \quad \alpha = \frac{(R_1 + R_2)C_1\omega_0}{2}$$

$$\text{b) } H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\alpha \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1}{1 - x^2 + 2j\alpha x} \Rightarrow |H| = \frac{1}{\sqrt{1 + 2(2\alpha^2 - 1)x^2 + x^4}}$$

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + x^4}} \quad \text{si } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

L'intérêt est d'avoir un filtre passe-bas d'ordre 2 (-40db/décade).

$$\begin{aligned} \text{c) } |H| &= \frac{1}{\sqrt{1+2(2\alpha^2-1)x^2+x^4}} \frac{1}{\sqrt{1+2(2\alpha'^2-1)x^2+x^4}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+4(\alpha^2+\alpha'^2-1)x^2+2[2(2\alpha^2-1)(2\alpha'^2-1)+1]x^4+4(\alpha^2+\alpha'^2-1)x^6+x^8}} \end{aligned}$$

$|H|$ sera égal à $\frac{1}{\sqrt{1+x^8}}$ si $\alpha^2 + \alpha'^2 - 1 = 0$ et si $(2\alpha^2 - 1)(2\alpha'^2 - 1) + 1 = 0$

La résolution est simple en posant :

$$\alpha'^2 = 1 - \alpha^2$$

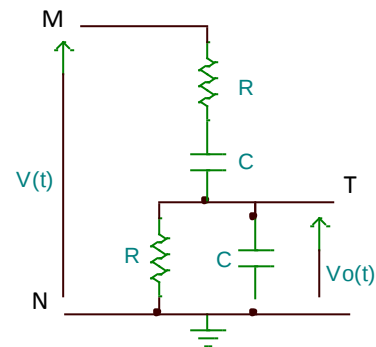
On obtient : $\alpha^2 = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$ et $\alpha'^2 = \frac{2 \mp \sqrt{2}}{4}$

Exercice 7

- a) Calculer les impédances complexes $Z1$ du dipôle TN et $Z2$ du dipôle MT.

En déduire le rapport $\rho = \frac{V_o}{V}$ en fonction de R ,

de C et de la pulsation ω du régime sinusoïdal.

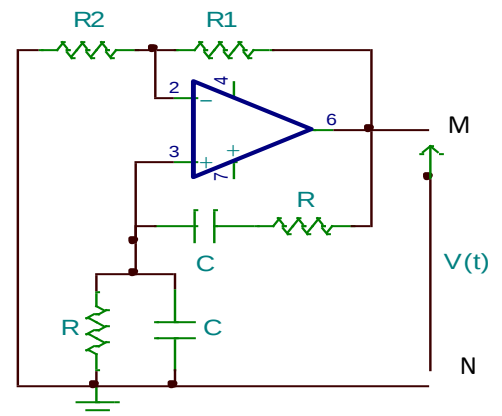


- b) l'amplificateur opérationnel est idéal.

- Montrer que si $R1 = 2R2$ et si $\omega RC = 1$, on peut obtenir une tension non nulle sinusoïdale de pulsation ω .

- Indiquer ce qui compense alors les pertes ohmiques,

- Comment le signal de sortie peut-il prendre naissance ?

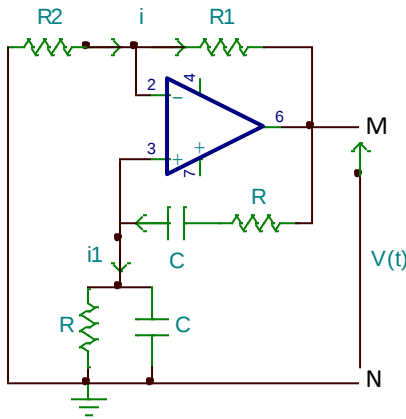


Réponse 7

$$a) \quad Z1 = \frac{R}{1+jRC\omega} \quad ; \quad Z2 = \frac{1+jRC\omega}{jC\omega}$$

$$\rho = \frac{V_o}{V} = \frac{Z1}{Z1 + Z2} = \frac{jRC\omega}{1 - R^2C^2\omega^2 + j3RC\omega}$$

b) $(R1 + R2)i + (Z1 + Z2)i1 = 0$; $R1.i + Z2.i1 = 0$



En éliminant i , on obtient : $\frac{R1.Z1 - R2.Z2}{R3}$

La tension $V = (Z1 + Z2)i1$ sera non nulle si $i1$ est non nul, soit $R1.Z1 - R2.Z2 = 0$

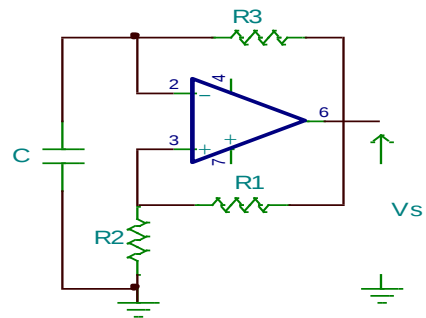
$$\Rightarrow \frac{R1}{R2} = \frac{Z2}{Z1} = \frac{(1+jRC\omega)^2}{jRC\omega} = 2 + \frac{1-R^2C^2\omega^2}{jRC\omega}$$

$$\Rightarrow R1 = 2. R2 RC\omega = 1$$

Le signal de sortie prend naissance par des courants "parasites" engendrés par l'alimentation de l'A.O.

Exercice 8

Etudier le fonctionnement de ce circuit.



Réponse 8

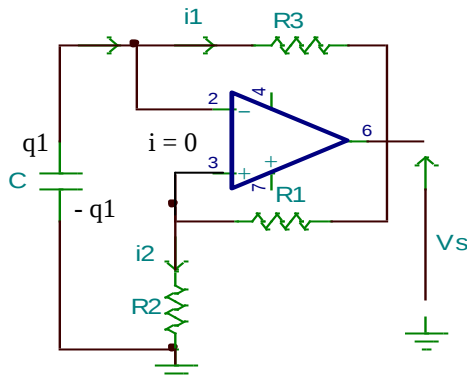
Nous envisageons un fonctionnement linéaire de l'A.O.P

$$i1 = - \frac{dq1}{dt} = -j\omega q1 \quad ; \quad Vs = (R1+R2).i2 = -R3. i1 + \frac{q1}{C}$$

$$V^+ = V^- \Rightarrow \frac{q1}{C} - R2. i2 = 0$$

$$\text{Soit : } Vs + R1. i1 - \frac{R2}{R1 + R2} Vs = 0$$

$$-R3 \frac{dq1}{dt} + \frac{R1}{R1 + R2} Vs = 0$$



$$-R_3 R_2 C \frac{di_2}{dt} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S = 0 \Rightarrow \frac{dV_S}{dt} = -\frac{R_1}{R_3 R_2 C} V_S = 0 \Rightarrow V_S = A e^{\left(\frac{R_1}{R_3 R_2 C} t\right)}$$

il y aura saturation de l'A.O. qui ne fonctionne pas en régime linéaire.

Ainsi $V^+ \neq V^-$ et les équations doivent être reprises de la façon suivante :

$$V_S = \pm V_{sat} = (R_1 + R_2).i_2 ; V^+ = R_2.i_2 \Rightarrow V^+ = \pm \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$$

$$V_S = \pm V_{sat} = -R_3.i_1 + \frac{q_1}{C} = R_3 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C} ; V^- = \frac{q_1}{C} \Rightarrow R_3.C \frac{dV^-}{dt} + V^- = \pm V_{sat}$$

a) Prenons les conditions initiales suivantes : $q_1(t=0) = 0 ; V^+ - V^- > 0 \Rightarrow V_S = \pm V_{sat}$

$$V^- = \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{R_3 C}\right)} \right]$$

Le condensateur se charge jusqu'à la valeur $V^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} = V^+$ où $(V^+ - V^-)$ devient négatif, alors $V_S = -V_{sat}$ et $V^+ = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$

b) Nous prenons ces conditions comme nouvelle origine du temps t' .

$$\text{Le condensateur va se décharger : } R_3.C \frac{dV^-}{dt} + V^- = -V_{sat}$$

$$\text{Soit : } V^- = -V_{sat} + \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} e^{\left(-\frac{t'}{R_3 C}\right)}$$

Le condensateur va se décharger jusqu'à la valeur $V^- = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} = V^+$ où

$$V^+ - V^- \text{ devient positif, alors } V_S = +V_{sat} \text{ et } V^+ = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$$

La durée de la décharge est fournie par l'équation :

$$-\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} = -V_{sat} + \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} e^{\left(-\frac{t'_1}{R_3 C}\right)} \Rightarrow t'_1 = R_3.C \ln \frac{R_1 + 2R_2}{R_1}$$

c) Nous prenons ces conditions comme nouvelle origine du temps t'' .

$$\text{Le condensateur va se charger : } R_3.C \frac{dV^-}{dt} + V^- = V_{sat}$$

$$\text{Soit : } V^- = V_{sat} - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} e^{\left(-\frac{t''}{R_3 C}\right)}$$

Le condensateur va se charger jusqu'à la valeur $V^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} = V^+$

où $(V^+ - V^-)$ devient négatif, alors $V_s = -V_{sat}$ et $V^+ = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$

La durée de la charge est fournie par l'équation :

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} = V_{sat} - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} e^{(-\frac{t_1''}{R_3 C})} \Rightarrow t_1'' = R_3 C \ln \frac{R_1 + 2R_2}{R_1}$$

Le phénomène est une suite de charge et de décharge "symétriques".

La périodicité d'une charge-décharge est

$$T = R_3 C \ln \frac{R_1 + 2R_2}{R_1}$$

Ce système est appelé **Multivibrateur**.

