

Chapitre II : Système Linéaire à 1.D.D.L

II.1 Présentation :

L'oscillateur à 1.D.D.L est constitué d'un Bloc rigide de masse (M) connecté à un support. (voir fig. II.1)

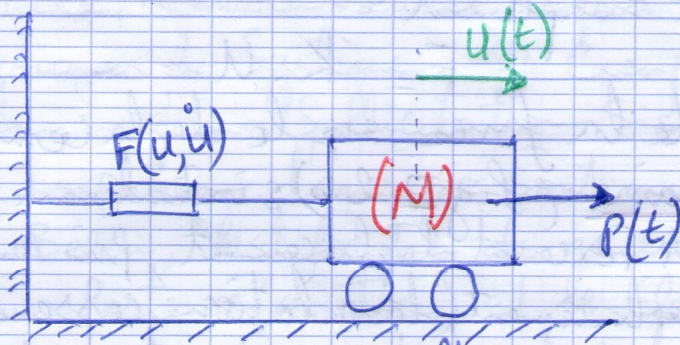


Fig II.1. Oscillateur à 1.D.D.L

Le Système de la figure II.1 présente par un tel Oscillateur Sollicité par une force $P(t)$ variable dans le Temps (dynamique).

Le Seul mouvement autorisé pour la masse (M) est le déplacement horizontal $u(t)$. L'oscillateur est connecté à son support par un élément qui développe une force $F(u, \dot{u})$ fonction du déplacement (u) et de la Vitesse ($\dot{u}$) de la masse (M).

{ La relation $F(u, \dot{u})$ caractérise le Comportement du Système
{ La force $P(t)$ caractérise la Sollicitation.

II.2 Loi de Comportement de l'Oscillateur.

Cette loi dépend dans le cas le plus Général du déplacement $u(t)$ de la masse et de sa Vitesse $\dot{u}(t)$ par rapport au support

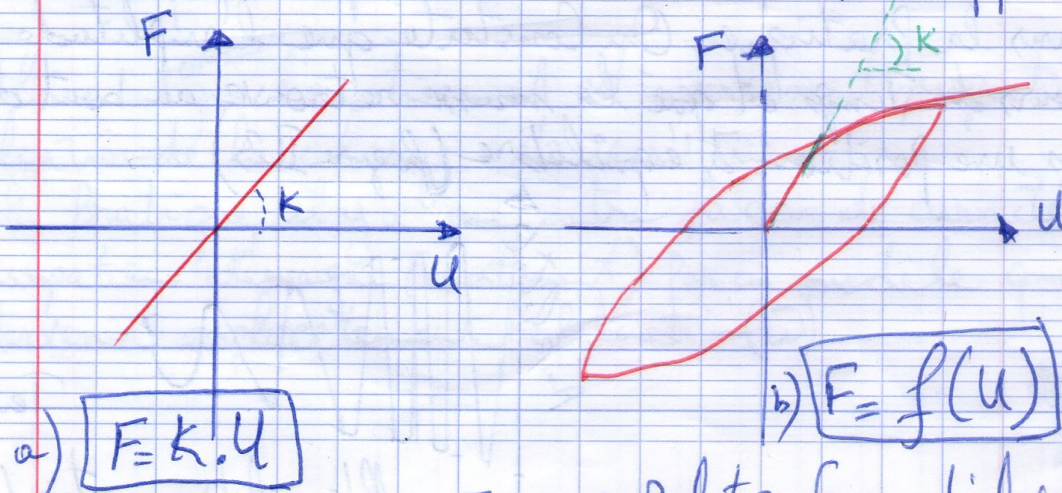


Fig II.2 Relation Force-déplacement

La force de rappel (F) peut ne dépendre que du déplacement (u) (voir figure II.2a). Le système est élastique linéaire, c'est-à-dire est typiquement celui d'un ressort, si à T instant il y a une proportionnalité $F \propto u$. La relation entre la force développée dans la liaison et le déplacement s'écrit simplement :

$$F = k \cdot u \quad \text{--- (II.1)}$$

La dépendance de la force sur le déplacement peut cependant être non linéaire (fig II.2.b) : initialement il y a une proportionnalité entre force et déplacement, puis au-delà d'un certain seuil de déplacement, la relation cesse d'être linéaire et nous pouvons symboliquement représenter cette relation par :

$$F = f(u) \quad \text{--- (II.2)}$$

Dans le présent cours, on se restreindra au cas de l'oscillateur linéaire caractérisé par une loi de comportement donnée par l'équation (II.1) représentée précédemment par la figure (II.2a).

Dans l'expression F de la figure (II.2), le temps n'intervient pas. La relation est la même que le chargement de l'oscillateur soit effectué très lentement ou très rapidement.

Si * dans le cas particulier où on considère une liaison constituée d'un seul ressort linéaire et que l'on impose à la masse (m) un déplacement initial (u_0) avant de la relâcher, celle-ci oscillera indéfiniment avec amplitude maximale (u_0).

Mais * dans la pratique, on constate que l'amplitude décroît au cours du temps et que la masse retrouve au bout d'un certain temps une position d'équilibre (figure II.3)

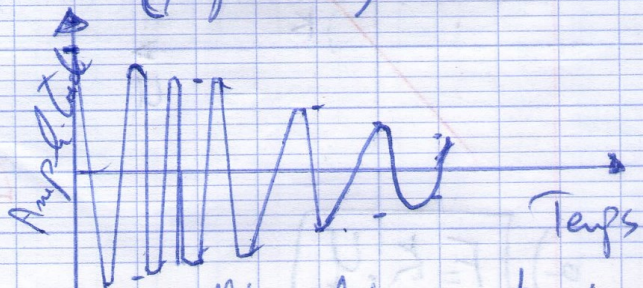


Fig II.3. Oscillation libre amortie (2)

Une partie de l'énergie élastique emmagasinée dans le ressort est dissipée au cours du Temps, Ce phénomène est dénommé de façon générique "amortissement"

En règle générale, l'amortissement ne peut être calculé à partir des propriétés physiques du Système. Par exemple dans le cas d'un Bâtiment soumis à une sollicitation sismique significative les sources de dissipation d'énergie sont multiples : fissuration du Béton, Plastification des aciers, glissements relatifs entre la Structure portante (ossature) et les éléments secondaires...

Dans la pratique, les phénomènes de dissipation d'énergie sont donc caractérisés de façon très simplifiée en considérant qu'ils proviennent d'un amortisseur visqueux linéaire dont la force de frottement est proportionnelle à la vitesse, autrement dit :

$$F = C \cdot \dot{u} \quad \text{--- (I.3)}$$

Où (C) Coefficient d'amortissement qui représente le mécanisme d'absorption d'énergie ; qui peut s'écrire en fonction de l'énergie dissipée par :

$$C = \frac{E_d}{\pi \bar{\omega} u_{\max}^2} \quad \text{--- (II.4)}$$

On fait clairement que l'amortissement est inversement proportionnel à la pulsation de la charge extérieure ($\bar{\omega}$).

Dans la pratique il y a une autre façon de caractériser la dissipation d'énergie (amortissement) par un modèle qui ne fait pas intervenir explicitement la pulsation ($\bar{\omega}$)



II.3 Formulation de l'équation du mouvement:

II.3.1: Méthode directe (principe d'Alembert)

la formulation directe consiste à identifier le Torseur des efforts qui s'exerce sur le système et à écrire qu'il est égal à la variation de la Quantité de mouvement du système $\rightarrow$ 2^{de} loi de Newton
ou $\rightarrow$ loi fondamentale de dynamique

de cette façon d'identifier les forces agissant sur le système il en découle le principe d'Alembert qui s'énonce:

« l'équilibre dynamique satisfait l'équation dans laquelle le Torseur d'efforts appliqués diminué des forces d'inertie est nul $\Rightarrow$ »

de façon pratique, nous pouvons en conclure que la

résultante de toutes les forces appliquées est nulle.
reprenons l'oscillateur linéaire à 1 D.D.L de la fig II-2:

Les forces s'exerçant sur ce tel système sont:

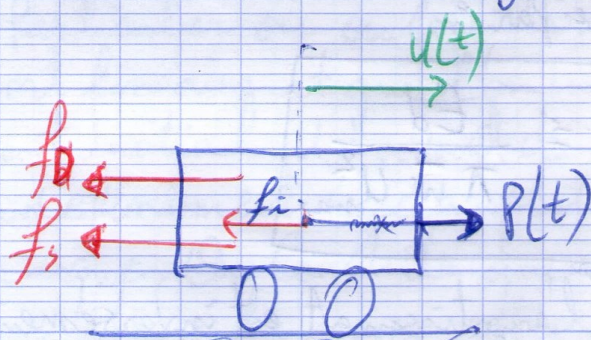


Fig II.4 Forces Appliquées à l'oscillateur.