Comparaison entre réacteur piston et réacteur agité pour une cinétique d'ordre n

1. Réaction unique

Pour une réaction unique, le critère de choix d'un réacteur ouvert est, pour une conversion donnée, un temps de passage minimum (critère économique).

$$A \rightarrow P \quad \bullet \text{Cinétique d'ordre } n \quad r = kC_A{}^n$$
$$\bullet C_o = C_{Ao}\ ;\ X = X_A \quad (A \text{ pur})$$
$$\alpha = 0 \quad \beta = 1$$

$C_A = C_0(1-X)$

RAC $$\tau_A = \frac{C_0 X}{r} = \frac{C_0 X}{k C_0^n (1-X)^n} = \frac{X}{k C_0^{n-1}(1-X)^n}$$

RP $$\tau_P = C_o \int_0^X \frac{dx}{k C_0^n}(1-x)^{-n}$$

Notations : X : taux de conversion à la sortie du réacteur
x : taux de conversion en un point du réacteur

Calculons $\frac{\tau_A}{\tau_P}$

$$\boxed{\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{X}{(1-X)^n} \frac{1}{\int_o^X \frac{dx}{(1-x)^n}}}$$

Si n=1

$$I = \int_o^X \frac{dx}{1-x} = -\mathrm{Log}(1-X)$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{-X}{1-X} \bullet \frac{1}{\mathrm{Log}(1-X)}$$

Pour une réaction d'ordre n

$$I = \int_o^X \frac{dx}{(1-x)^n} = \left[-\frac{(1-x)^{-n+1}}{1-n}\right]_o^X = \frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{(1-X)^{n-1}} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{n-1} \quad \frac{1-(1-X)^{n-1}}{(1-X)^{n-1}}$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{X}{1-X^n} \bullet \frac{(n-1)(1-X)^{n-1}}{1-(1-X)^{n-1}}$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{X(n-1)}{(1-X)(1-(1-X)^{n-1})}$$

Si n=0 $\quad \tau_A/\tau_P = 1$

Conclusion : Pour une cinétique d'ordre n, et une conversion de sortie donnée, on peut comparer le RAC et le RP en recherchant le réacteur qui a le temps de passage le plus petit.

Pour n>0 : le RP est plus performant que le RAC Plus l'ordre est élevé, et plus la conversion de sortie est élevée, plus l'écart est grand entre les deux réacteurs.

Pour n=0 : le RP et le RAC ont le même temps de passage.

Pour n<0 : le RAC est plus performant que le RP.

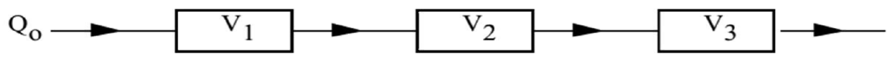
Un ordre négatif étant exceptionnel, il faut retenir que **le RP est plus performant que le RAC.**

2. Association des réacteurs

Définitions

- Réacteurs en série :

Ajouter des réacteurs en série permet d'augmenter le temps de passage, donc la conversion.

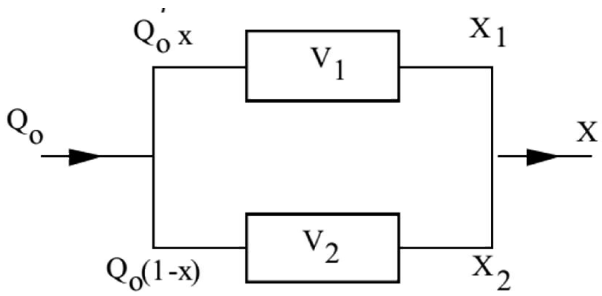


Le débit dans les conditions de références, Q_0, est le même pour tous les réacteurs. Le volume total est la somme des volumes des réacteurs. Le temps de passage total est donc :

$$\tau = \frac{V_T}{Q_0} = \frac{\sum_i V_i}{Q_0} = \sum_i \tau_i$$

- Réacteurs en parallèle :

Ajouter des réacteurs en parallèle permet d'augmenter la capacité de production, à conversion donnée.

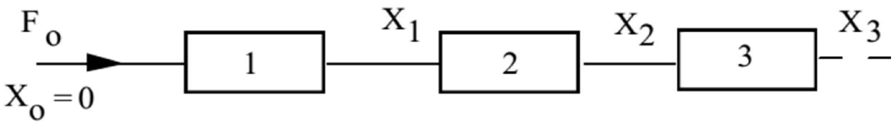


Si réacteurs de même type = $X_i = f(\tau_i)$

Il a été démontré que, pour des réacteurs de même type, le fonctionnement optimal est obtenu pour des temps de passage égaux dans les différentes branches. Si les τ_i sont égaux, les conversions sont aussi égales et égales à la conversion de sortie ($X_i=X$).

$$\tau_i = \frac{V_i}{Q_i} = \frac{\sum_i V_i}{\sum_i Q_i} = \frac{V_T}{Q_T} = \tau_T$$

2.1 Association de réacteurs piston

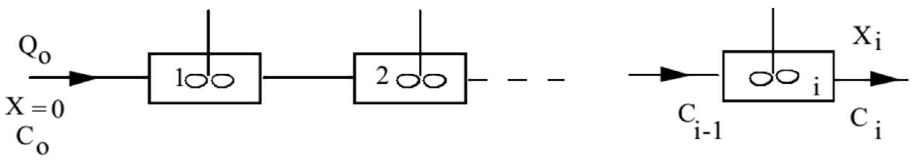


$$\tau_T = \frac{V_T}{Q_0} = \frac{\sum_i V_i}{Q_0} = \int_0^{X_{A1}} \frac{dX_A}{r} + \int_{X_{A1}}^{X_{A2}} \frac{dX_A}{r} + ... = \int_0^{X_{As}} \frac{dX_A}{r}$$

Une association en série de réacteurs pistons est équivalente à un seul réacteur piston dont le temps de passage est la somme des temps de passages des réacteurs.

2.2 Association de réacteurs agités

En série :



$$V = \sum V_i \qquad \tau = \sum \tau_i$$

Ecrivons le bilan sur A sur le réacteur i (si le débit est uniforme) :

$Q_0 C_{Ai-1} - r_i V_i = Q_0 C_{Ai}$

$$\tau_i = \frac{C_{Ai-1} - C_{Ai}}{r_i}$$

Exemple d'une cinétique d'ordre 1 : $r = k\, C_A$

$$Q_0 C_{Ai-1} - k C_{Ai} V_i = Q_0 C_{Ai}$$

$$C_{Ai} = \frac{C_{Ai-1}}{1 + k\tau_i}$$

D’où :

$$C_{AN} = \frac{C_{A0}}{(1 + k\tau_1)(1 + k\tau_2)\ldots} = \frac{C_{A0}}{(1 + k\tau_i)^N}$$

(si les τ_i sont égaux)

Une association en série de RAC n'est pas équivalente à un seul RAC de temps de passage total. Elle a un comportement intermédiaire entre RP et RAC. Comme on a vu que le RP était plus performant que le RAC, on préfèrera remplacer un RAC par une association en série de plusieurs RAC de volume total égal au grand. La conversion finale va être augmentée, d’où on améliora le rendement.