

**Méthodes Statistiques**  
**Corrigé de l'exercice 54**

---

On reprend les données de l'exercice 49.

On note  $X_1$  la production en tonnes d'une parcelle traitée avec l'engrais et  $X_2$  la production en tonnes d'une parcelle qui n'est pas traitée avec l'engrais. On suppose que les deux variables  $X_1$  et  $X_2$  sont distribuées selon une loi normale. Au risque 10%, peut-on conclure que les variances de  $X_1$  et  $X_2$  sont égales ?

Il s'agit d'un test de comparaison de variances avec des échantillons indépendants.  
On fait l'hypothèse  $H_0$  suivante :

$$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$$

On fait un test bilatéral, autrement dit on pose l'hypothèse  $H_1$  suivante :

$$H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$$

On a déjà calculé, dans l'exercice 49, les variances empiriques modifiées :

$$\begin{cases} s_1^2 = 2.825 \\ s_2^2 = 3.321 \end{cases}$$

La statistique du test est la variable  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ . On a vu en cours que, sous l'hypothèse  $H_0$ , la variable  $F$  suit une loi de Fisher  $F(n_1 - 1, n_2 - 1)$  à  $(n_1 - 1, n_2 - 1)$  degrés de liberté.

$$\text{On calcule } f = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{2.825}{3.321} = 0.851.$$

On trouve, dans la table de la loi de Fisher  $F(n_1 - 1, n_2 - 1) = F(9, 9)$  à la fin du recueil d'exercices, les valeurs critiques pour un seuil  $\alpha = 10\%$  :

$$\begin{cases} a = 0.3146 \\ b = 3.1789 \end{cases}$$

*Remarque* : on a  $a = 1/b$ . C'est une propriété vue en cours.

Puisque  $0.3146 < 0.851 < 3.1789$ , on accepte l'hypothèse  $H_0$ . C'est donc à juste titre qu'on avait considéré, dans l'exercice 49, que les variances sont égales, ce qui nous avait permis de faire le test de comparaison de moyennes.