UNIVERSITÉ PARIS OUEST NANTERRE LA DÉFENSE
U.F.R. SEGMI — Année universitaire 2015 – 2016
L2 Économie — Cours de B. Desgraupes

Méthodes Statistiques

Corrigé de l'exercice 52

Soit p_1 la probabilité de guérison d'une maladie grâce au traitement T_1. Un groupe de 50 malades choisis au hasard est soumis à ce traitement et on observe que 28 guérissent. On dispose d'un autre traitement T_2 permettant de soigner cette maladie. Sur 60 malades choisis au hasard soumis à ce nouveau traitement, 24 guérissent. Au risque 10%, peut-on conclure qu'il y a une différence entre T_1 et T_2 quant à leur efficacité ?

Il s'agit d'un test de comparaison de proportions pour deux grands échantillons indépendants. On fait l'hypothèse H_0 suivante :

$H_0 : p_1 = p_2$

La question posée nous conduit à faire un test bilatéral, autrement dit à considérer l'hypothèse H_1 suivante :

$H_1 : p_1 \neq p_2$

On évalue la fréquence empirique commune pour les deux échantillons au moyen de $\hat{F}$:

$$\hat{F} = \frac{n_1 F_1 + n_2 F_2}{n_1 + n_2}$$

On calcule ici

$$\hat{F} = \frac{50 \times 0.56 + 60 \times 0.4}{50 + 60} = 0.473$$

La statistique du test est :

$$Z = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\hat{F}(1-\hat{F})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

On sait que, si n_1 et n_2 tendent vers l'infini, la variable aléatoire F tend en loi vers la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. Comme ici $n_1 = 50$ et $n_2 = 60$ sont grands, on peut faire l'approximation par la loi normale.

On calcule :

$$z = \frac{0.56 - 0.4}{\sqrt{0.473(1-0.473)\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{60}\right)}} = 1.674$$

Le quantile de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ au seuil 10% est 1.6449.

Puisque $1.674 > 1.6449$, on rejette l'hypothèse H_0, au risque 10% de se tromper.