

**Méthodes Statistiques**  
**Corrigé de l'exercice 41**

---

Une enquête réalisée sur un échantillon de 500 ménages a montré que 419 d'entre eux possédaient une connexion internet. Peut-on dès lors rejeter, à l'aide d'un test bilatéral, l'hypothèse que 80% des ménages ont une connexion internet.

Il s'agit d'un test de conformité (test à un échantillon) sur les proportions.  
On fait l'hypothèse  $H_0$  suivante :

$$H_0 : p = p_0 = 0.8$$

La question posée demande de faire un test bilatéral, autrement dit de considérer l'hypothèse  $H_1$  suivante :

$$H_1 : p \neq 0.8$$

La statistique du test est :

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

où  $\hat{p}$  est la fréquence empirique.

Sous l'hypothèse  $H_0$ , la variable  $Z$  suit asymptotiquement une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Comme on a un grand échantillon ( $500 > 30$ ), on peut utiliser ce résultat asymptotique.

On calcule

$$\hat{p} = \frac{419}{500} = 0.838$$

On obtient alors

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.838 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1 - 0.8)}{500}}} = 2.124$$

Le quantile de la loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  au seuil 5% est 1.96.

Puisque  $2.124 > 1.96$ , on rejette l'hypothèse  $H_0$ , au risque 5% de se tromper.