

Méthodes Statistiques
Corrigé de l'exercice 24

Peu de temps avant une élection, un candidat fait réaliser un sondage. Parmi 150 électeurs interrogés, 45 se disent prêts à voter pour lui.

24-1) Donner une estimation ponctuelle de la proportion p d'électeurs prêts à voter pour lui.

On estime la proportion p dans la population des électeurs au moyen de la proportion empirique dans l'échantillon :

$$F_n = \frac{45}{150} = 0.3$$

On a vu en cours que $E(F_n) = p$ et $\text{Var}(F_n) = \frac{p(1-p)}{n}$.

24-2) Donner un intervalle de confiance d'ordre 90% sur p . Préciser et justifier les conditions d'application du calcul.

Comme on dispose d'un grand échantillon, on fait l'approximation suivante concernant la loi de probabilité de F_n :

$$\sqrt{n} \frac{F_n - p}{\sqrt{F_n(1 - F_n)}} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$$

Cela permet d'écrire l'intervalle de confiance :

$$IC(X_1, \dots, X_n) = \left[F_n \pm \sqrt{\frac{F_n(1 - F_n)}{n}} u_c \right]$$

où u_c est la valeur critique de la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$ au seuil α (ici $\alpha = 0.1$) :

$$u_c = Q_Z \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) = 1.64$$

On trouve finalement l'intervalle de confiance :

$$\left[0.3 \pm \sqrt{\frac{0.3(1 - 0.3)}{150}} \times 1.64 \right] = \left[0.3 \pm 0.061 \right] = \left[0.239 ; 0.361 \right]$$