Problème de la chaleur à symétrie radiale

I.Djerrar, L.Alem, L. Chorfi

Abstract

Dans ce travail on s'intéresse à un problème de la chaleur. On résout le problème direct qui servira à résoudre un problème inverse associé dans $\mathbb{R}$.

Problème direct

1 Position du problème

On considère la problème de la théorie de la chaleur, on coordonnée radiale suivant

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial^2 r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}, & r \in (a,b)\,, \quad t > 0 \\ u(a,t) = f(t), \frac{\partial u}{\partial r}(b,t) = 0 & t > 0 \\ u(r,0) = 0, & r \in (a,b) \end{cases} \tag{1}$$

Le but de ce travail est de résoudre ce problème par deux méthodes, analytique et approchée

Construction de la solution

1.1 Construction de la solution à l'aide de la transformée de Laplace

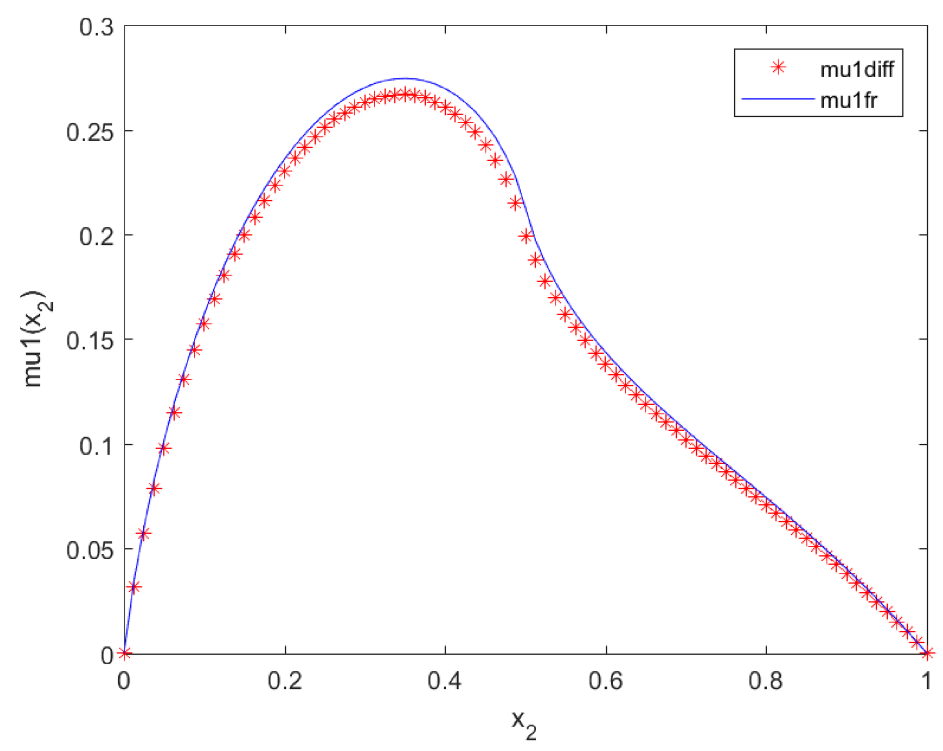
Soit f une fonction tel que $|f(t)| \leq Ce^{\sigma T}, \sigma \geq 0$,
La transformée de la place $F(s) = L(f)$ est définie par :

$$F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt, Re(s) \geq \sigma$$

La transformée inverse est donnée par[1]

$$f(t) = L^{-1}(F)(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} F(s)e^{st}ds$$

Solution exacte et approchée



Conclusion

Le problème est résolue par une approche basée sur la transformée de Laplace directe et inverse. Ce problème s'est réduit à une équation intégrale de Volterra de première espèce avec un noyau très régulier.

Bibliograhie

Références

[1] Ditkine V. Proudnikov A. Transformation intégrales et calcul opérationnel. Traduit du russe edition MIR.Moscow, 1978.

[2] Herbin R., Analyse numérique des EDP. ENgineering school,Marseille 2011.