CH IV : METHODES DE RECHERCHE DE VRAIES GRANDEURS

I/ Introduction :

La solution graphique d'un problème est toujours facilitée par la position Particulière de la figure dans l'espace par rapport aux plans de projection. L'exécution d'une épure présente parfois des difficultés parce que les données occupent une position défavorable par rapport aux plans de projection.

Pour ramener le cas général au cas particulier afin de simplifier la solution, on utilise deux méthodes de déplacement à savoir :

- **La rotation**
- **Le rabattement**

II/ La rotation :

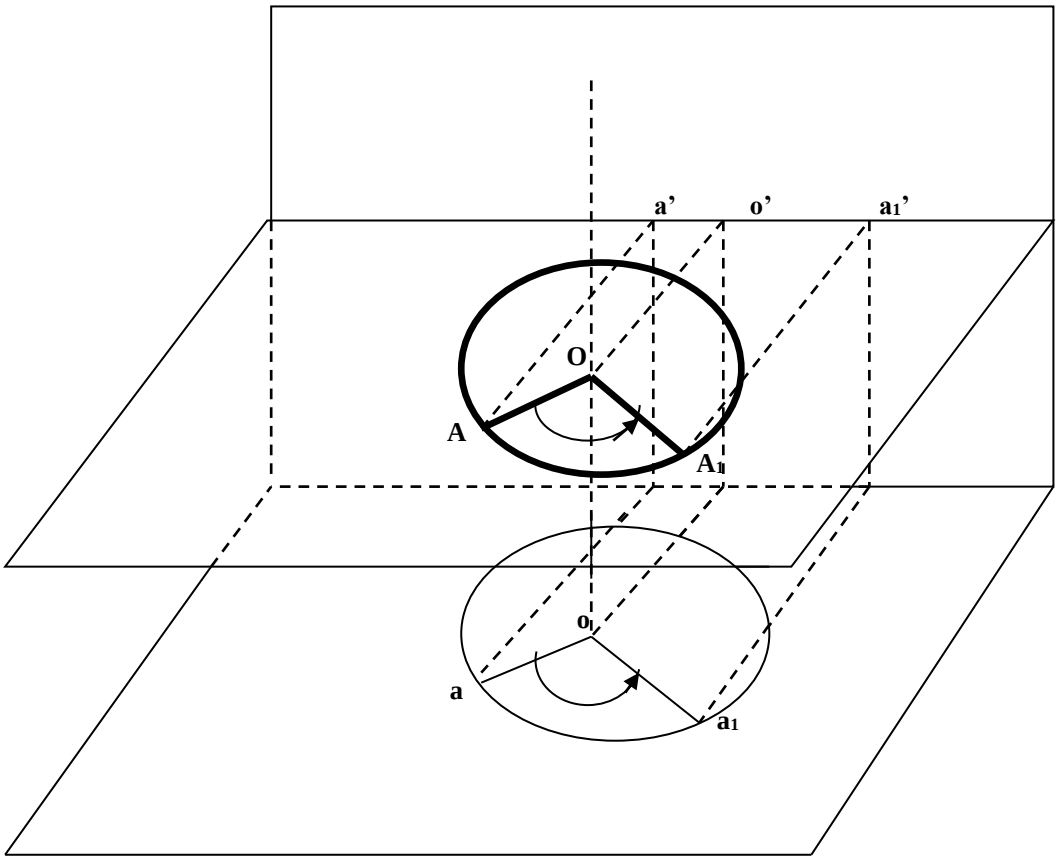
Dans cette méthode, les plans de projection restent fixes et on modifie la position de la figure en la faisant tourner autour d'un axe convenablement choisi. Pour des raisons de commodité, on n'emploie que des axes de rotation verticaux ou des axes de bout.

-Lorsqu'une figure de l'espace tourne autour d'un axe :

***Chaque point de la figure décrit un cercle dont le plan est perpendiculaire à l'axe et dont le centre est situé sur l'axe.**

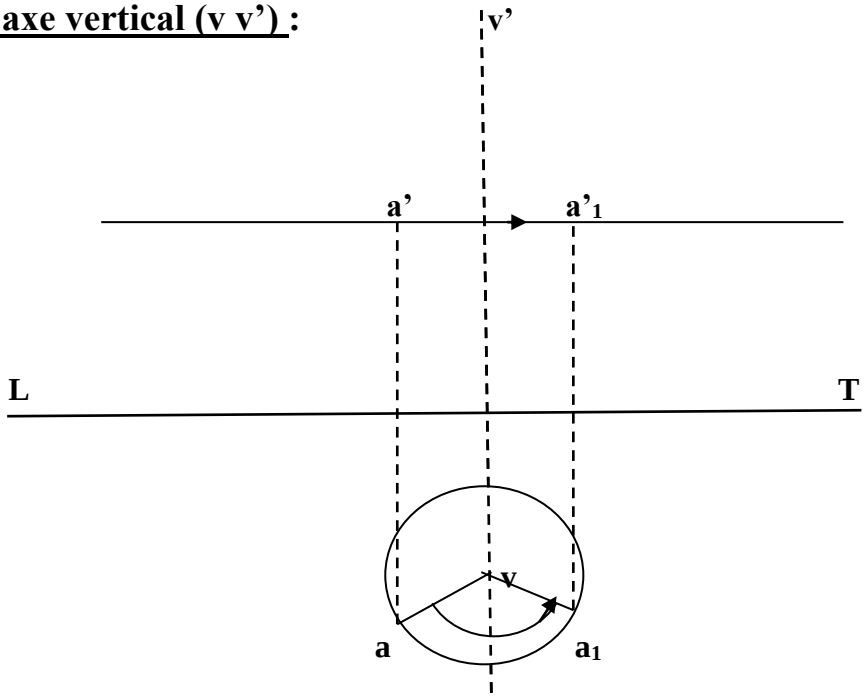
***Pour un certain déplacement de la figure dans une rotation, tous ses points tournent d'un même angle appelé angle de rotation.**

***Sa projection sur un plan perpendiculaire à l'axe reste égale à elle même et les distances de ses points à ce plan se conservent.**

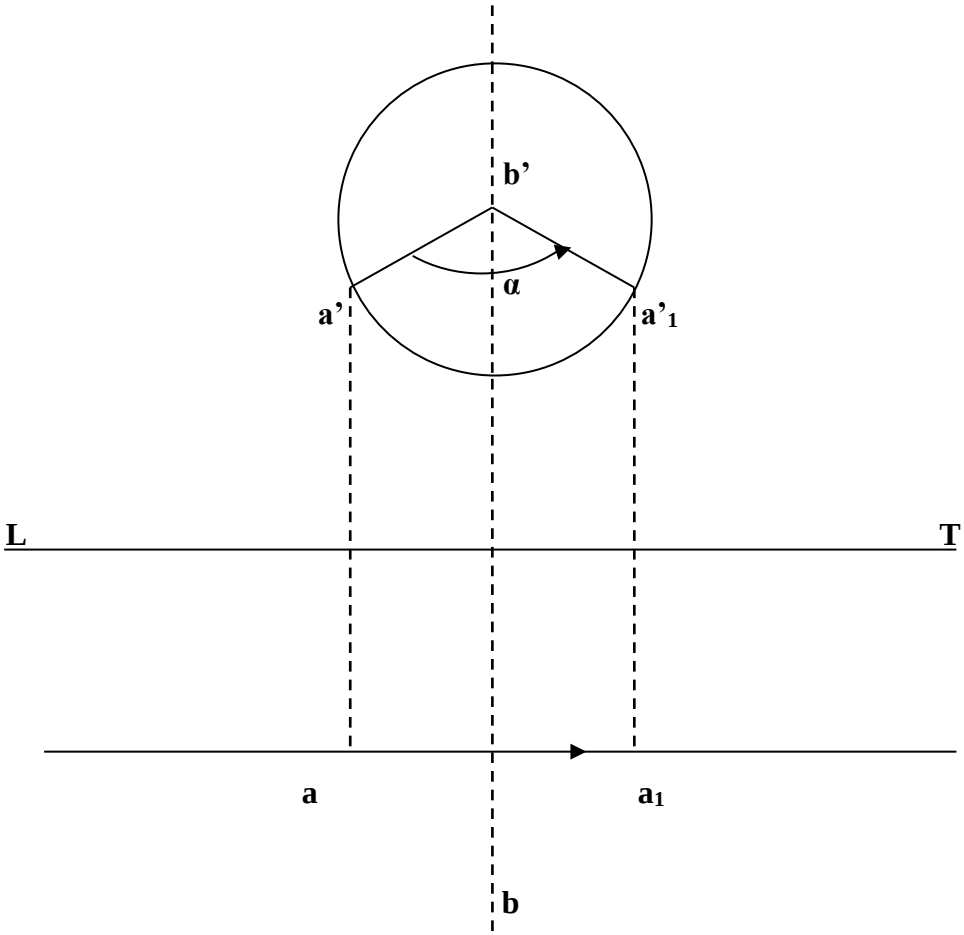


1-<u>Rotation d'un point</u> :

<u>a)Autour d'un axe vertical (v v') :</u>



<u>b)Autour d'un axe de bout (bb')</u> :



2- <u>Rotation d'une droite</u> :

a) <u>Autour d'un axe vertical (v v') d'un angle α :</u>

Je trace la perpendiculaire comme à l'axe (vv') et à la droite (d,d'). Autrement dit, j'attache à la droite (d,d') son rayon de rotation :

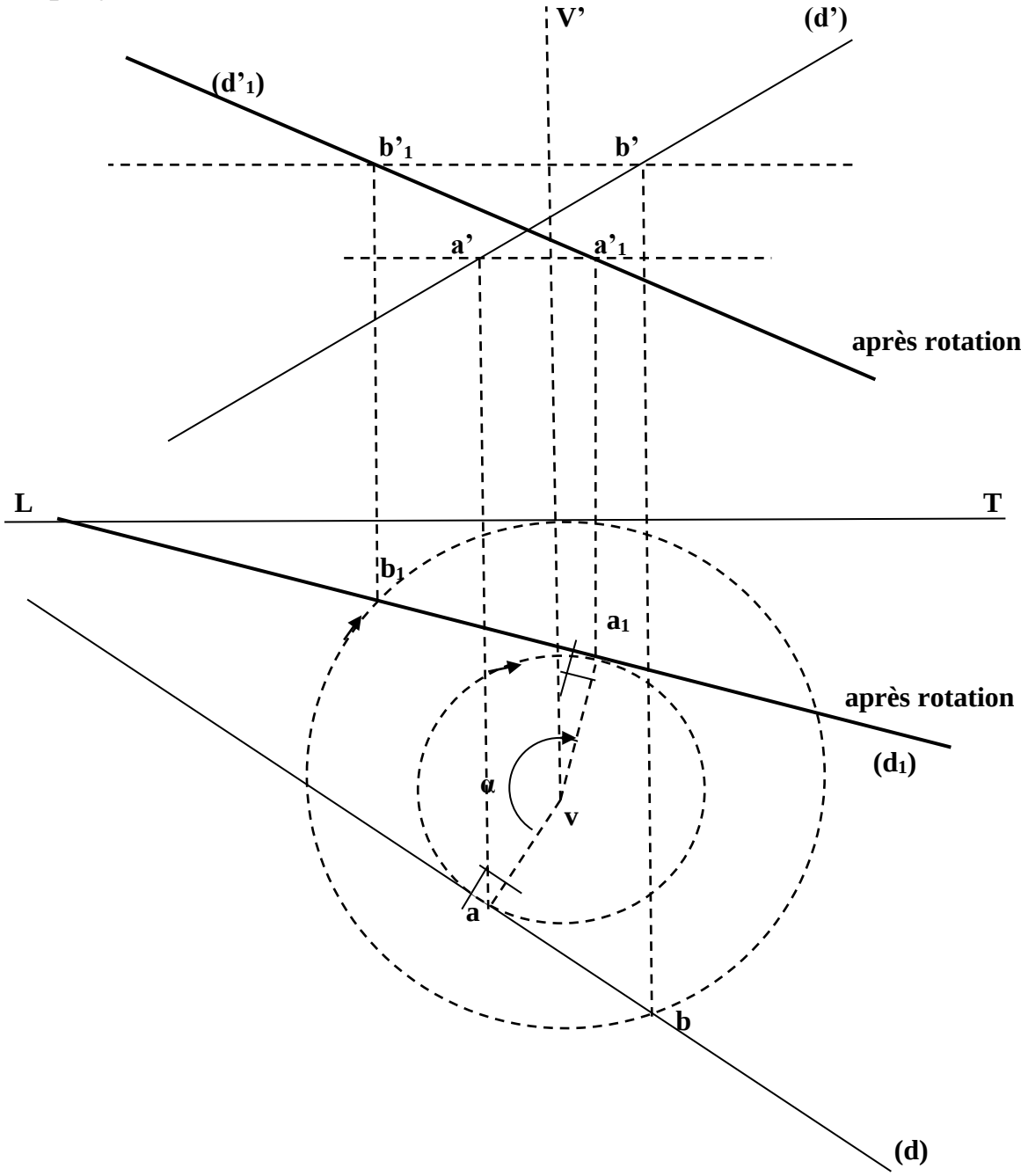
- **en projection horizontale, il passepar r et est perpendiculaire à (d) en a (conservation de l'angle droit), je relève a en a' et trace la projection frontale du rayon de rotation qui est horizontal.**

Il suffit de faire tourner ce point (a,a') d'attache du rayon de rotation de (d,d') de l'angle α voulu :

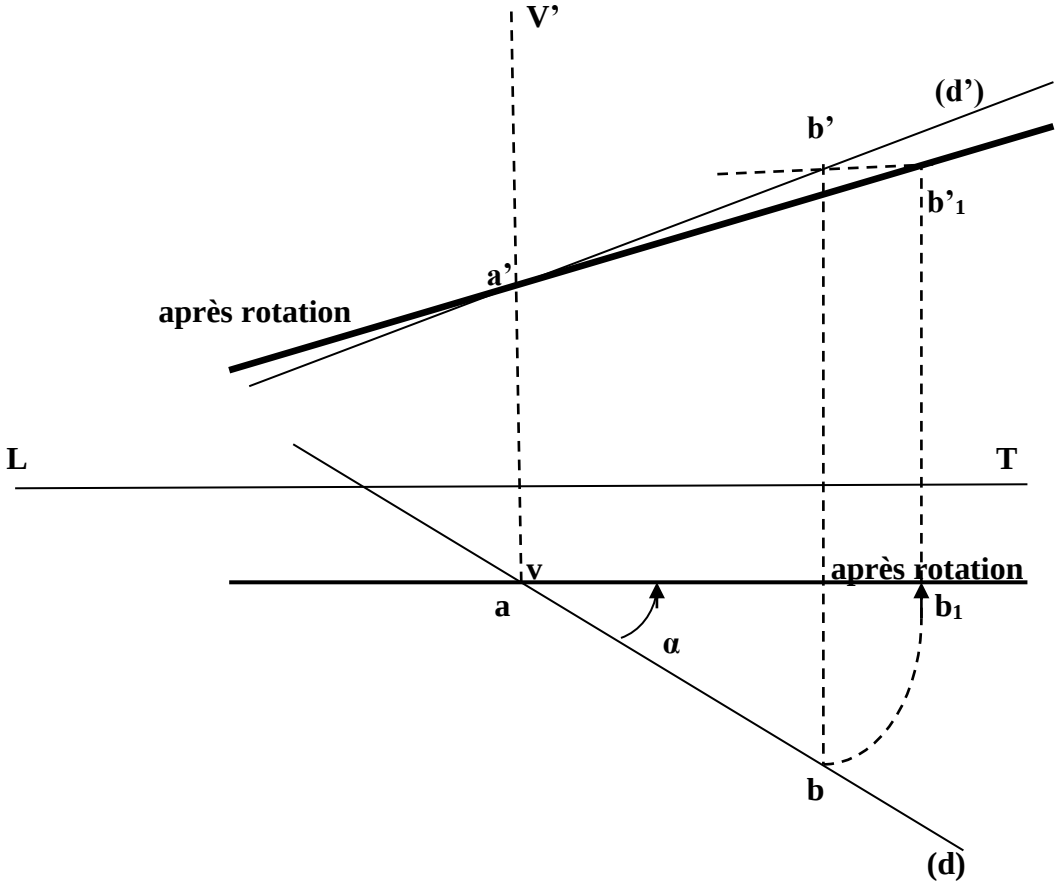
- **a vient en a_1 , rappelé en a'_1 de niveau.**

Et un autre point, celui-ci quelconque (b,b') de la droite suit dans la rotation :

- **b vient en b_1 en projection horizontale rappelé en b'_1 de même niveau que b'en projectionfrontale.**

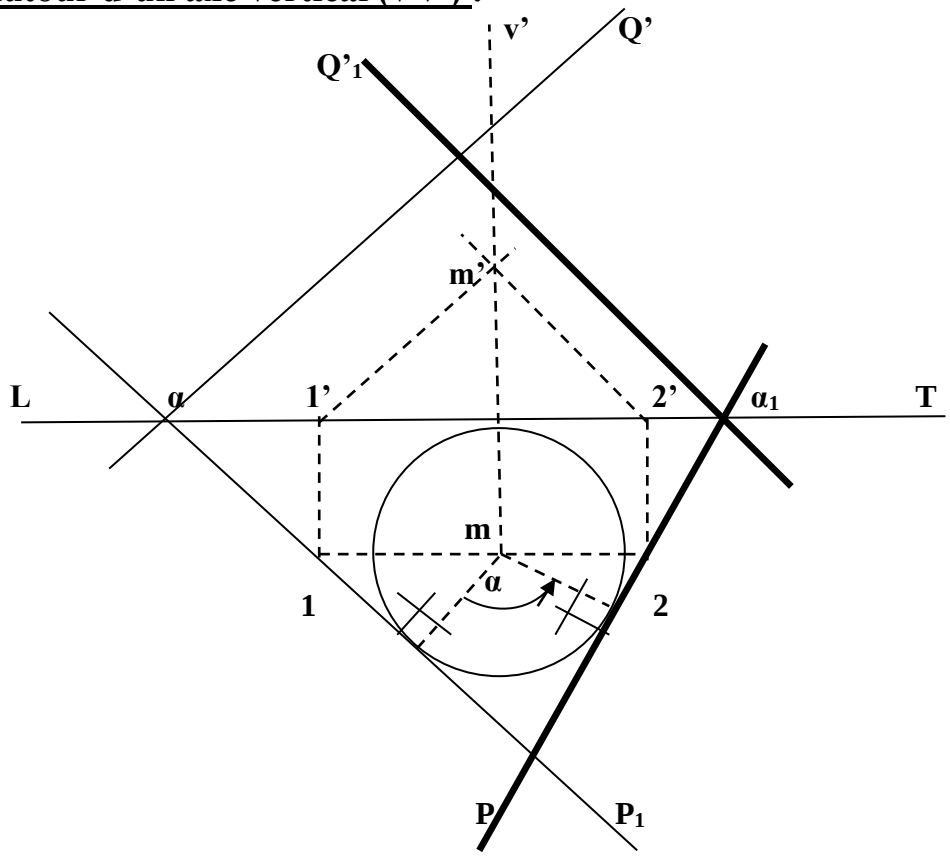


L'axe vertical (v,v') passe par la droite (d,d'), rotation d'un angle tel que (d,d') devienne une frontale.



3- <u>Rotation d'un plan</u> :

<u>a)Autour d'un axe vertical (v v') :</u>



Faire la rotation d'un plan déterminé par ses traces(P,Q') autour d'un axe vertical V, d'un angle α.

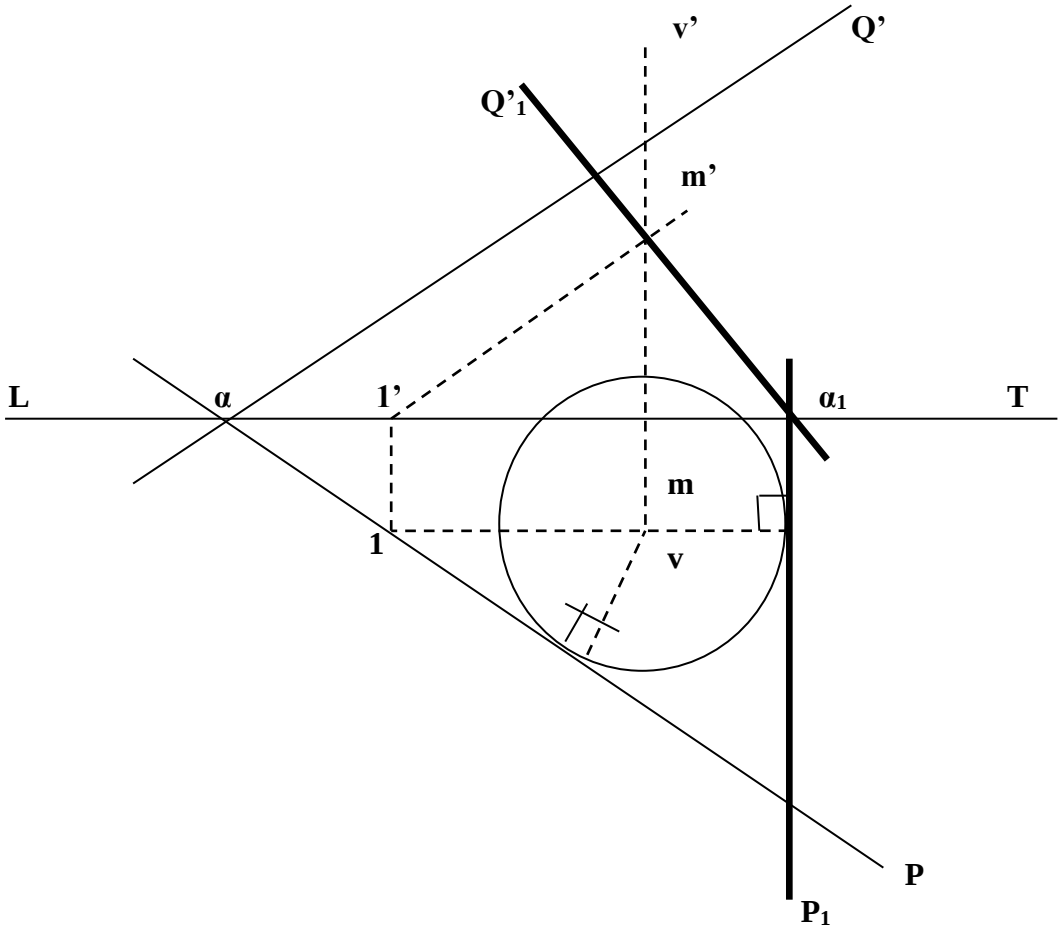
Il suffit de faire la rotation de la trace horizontale P du plan et le plan Transformé sera défini par la droite P_1 qui est la transformeé de P et le point M Appartenant au plan.

b)<u>Application</u> :

Rendre un plan quelconque déterminé par ses traces (P,Q'), un plan de bout.

On choisit un point M appartenant à ce plan et déterminons ses projections m et m'. Ensuite choisissant un axe vertical passant par le point M et faisons la rotation de la trace horizontale P du plan autour de la projection horizontale m du point M jusqu'à ce que la transformée P_1 soit perpendiculaire à la ligne de terre LT .

On détermine Q'_1, la transformée de Q' dans la rotation comme étant une droite qui doit passer par la projection frontale m' du point M , puisque le point M appartient au plan donc au plan de bout auussi.



<u>N.B</u> : Chercher la vraie grandeur d'une figure appartenant à un plan quelconque par la méthode de la rotation, exige une double rotation , d'abord autour d'un axe vertical pour rendre le plan quelconque un plan de bout , puis autour d'un axe de bout pour rendre le plan de bout un plan horizontal auxiliaire.

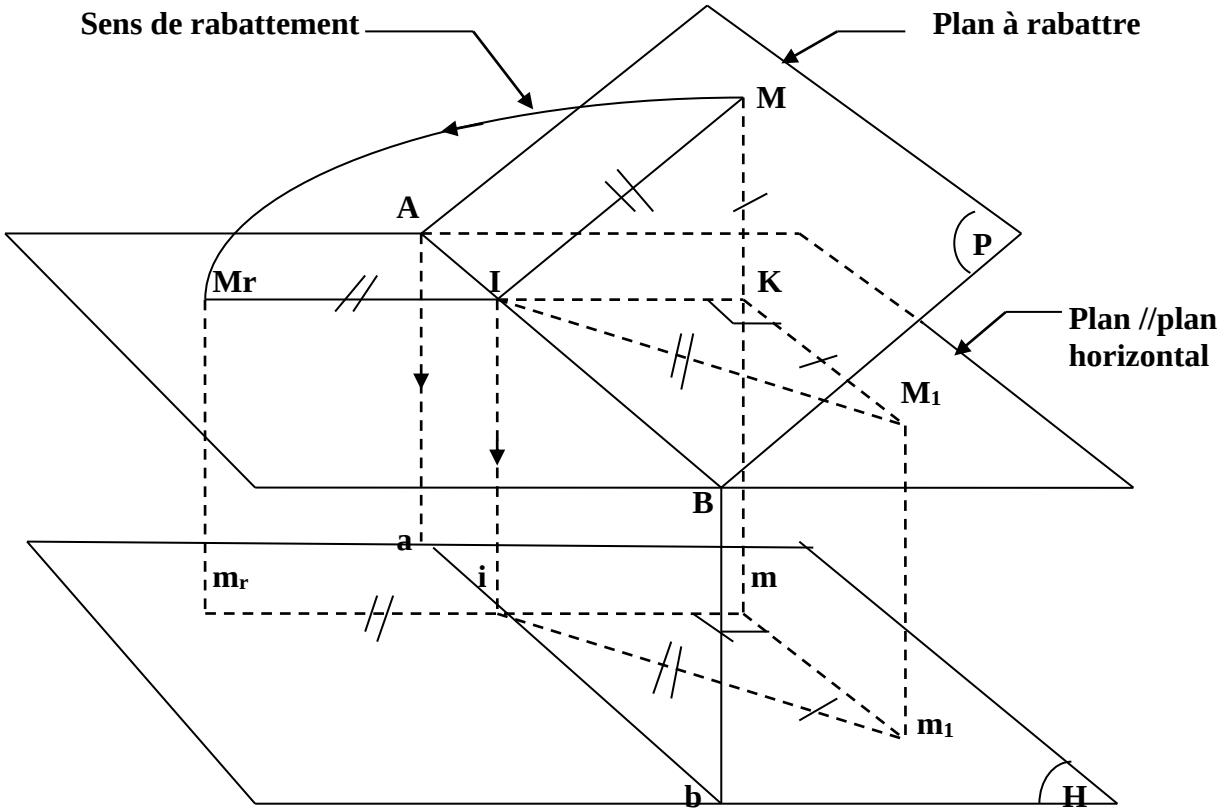
III/ Le Rabattement :

Le rabattement d'un plan est l'opération qui consiste à le faire tourner autour d'une de ses droites pour le rendre parallèle ou confondu à l'un des plans de projection de référence. L'axe de rotation ou charnière est une horizontale ou une frontale de ce plan. Dans le 1er cas , on rabat le plan autour d'une horizontale sur le plan horizontal , et dans le 2ème cas , on le rabat autour d'une frontale sur le plan frontal.

Les plans de projection étant fixes , on ramène le plan contenant la figure plane de l'espace dans un des plans de projection par une rotation autour de la droite d'intersection de ce plan avec le plan sur lequel on effectue le rabattement.

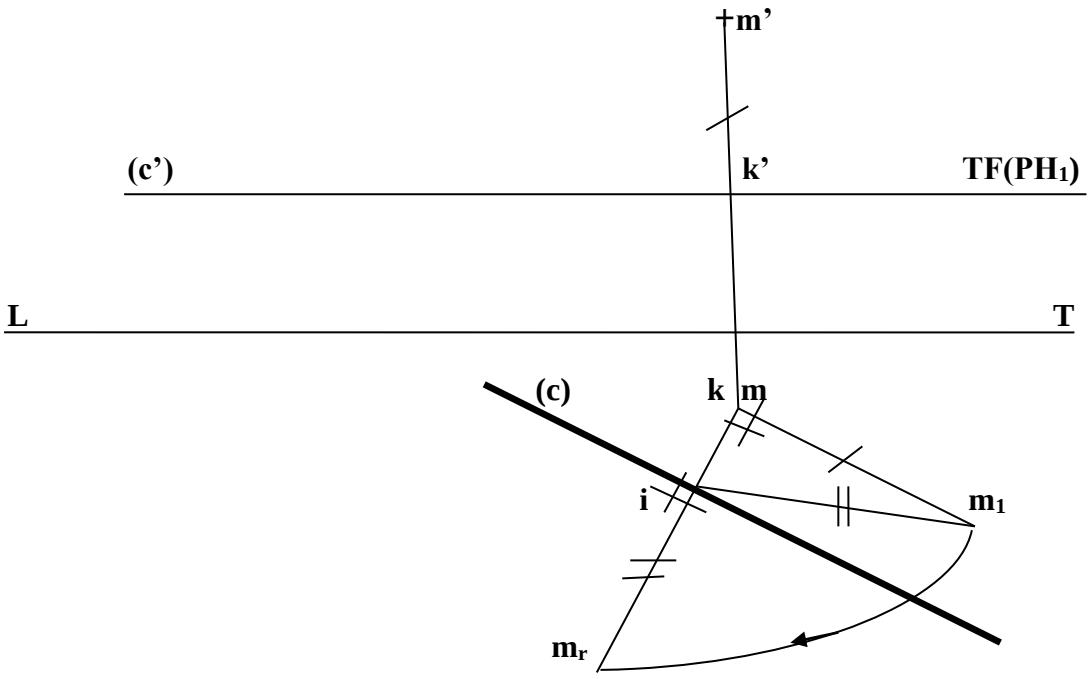
L'objet du rabattement d'un plan est de déterminer la vraie grandeur d'une figure de ce plan.

1- Rabattement d'un point :



La projection horizontale du rabattement du point M (m_r) Є P sur un plan horizontal , se trouve sur la ⊥ menée du point m (la projection horizontale du point M) à la projection de la charnière (ab), à une distance de la charnière de rotation égale à l'hypothénuse du triangle rectangle MKI. Ce dernier a pour cotés de l'angle droit, la distance mi (entre la projection horizontale du point m et la projection de la charnière), et l'autre coté mm_1 est égal à la différence des cotes entre le point que l'on rabat et la cote du plan sur lequel on rabat , ou la cote de la charnière.

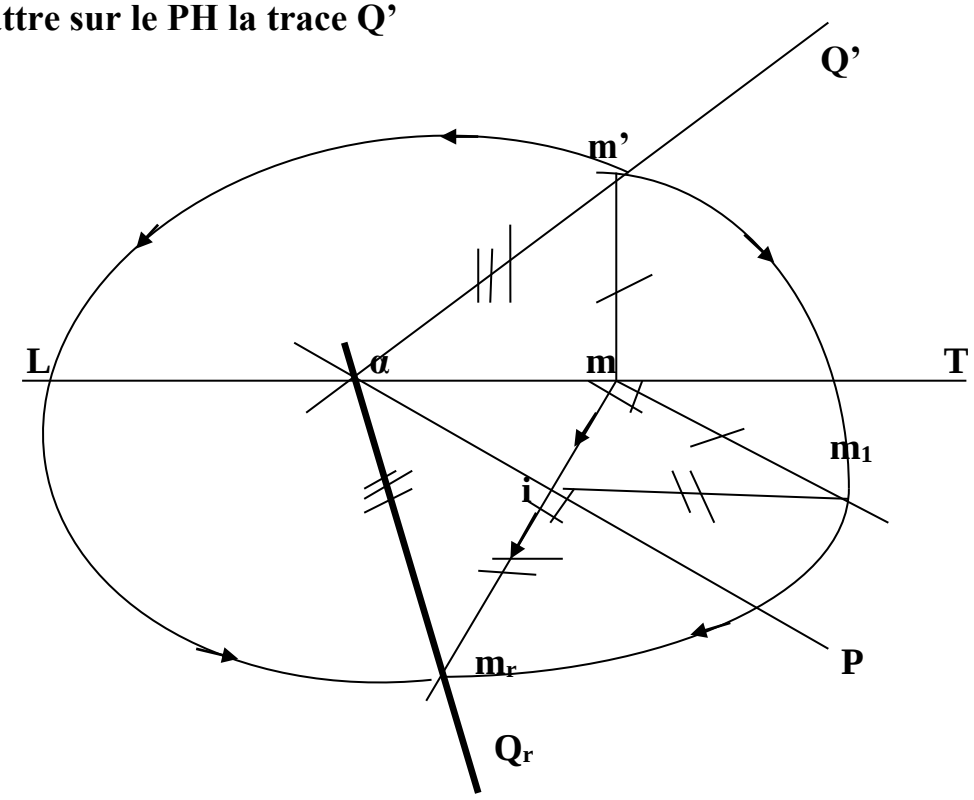
Pour représenter ce rabattement sur l'épure , on utilise la méthode du triangle rectangle de rabattement.



(c) : charnière ou trace horizontale du plan contenant le point M
mm_1 : m'k'
im_1 : im_r (rayon de l'arc de cercle de centre i)

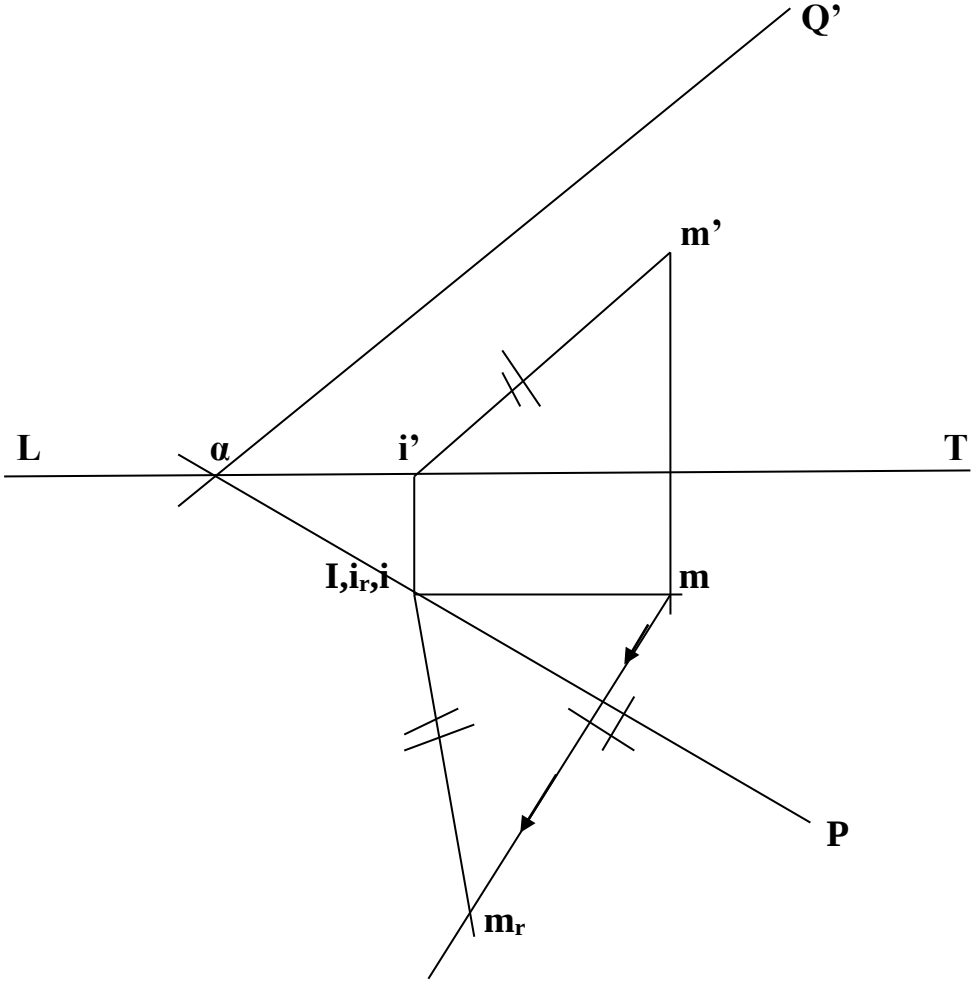
Exemples :

- **Soit un plan défini par ses traces (P,Q')**
  Rabattre sur le PH la trace Q'



Considérons la trace Q',elle contient deux points α et M. Comme α Є la trace P qui est la charnière, son rabattement α_r est confondu avec le point lui même.
Il suffit donc de rabattre le point M par la méthode du triangle rectangle

- **Soit un point M Є plan(P,Q')**
  Rabattre ce point sur le PH



Passons une frontale par le point M. Le rabattement de ce point m_r doit être situé sur la ⊥ à la trace P issue de m . Considérons le point I , c'est un point qui Є la charnière (la trace P), donc son rabattement i_r est confondu avec sa projection horizontale i.
Le segment frontal IM se projette en graie grandeur sur le PF, donc IM=i'm'.
Après le rabattement de ce segment $i_r m_r$ doit être égal à la vraie grandeur du segment IM. Donc le point m_r va se trouver sur le cercle de rayon i'm' et de centre le point i .
Cette méthode est dite : procédé par la frontale ou procédé par l'horizontale si l'on rabat sur le PF .

2- <u>Rabattement d'une figure plane</u> :

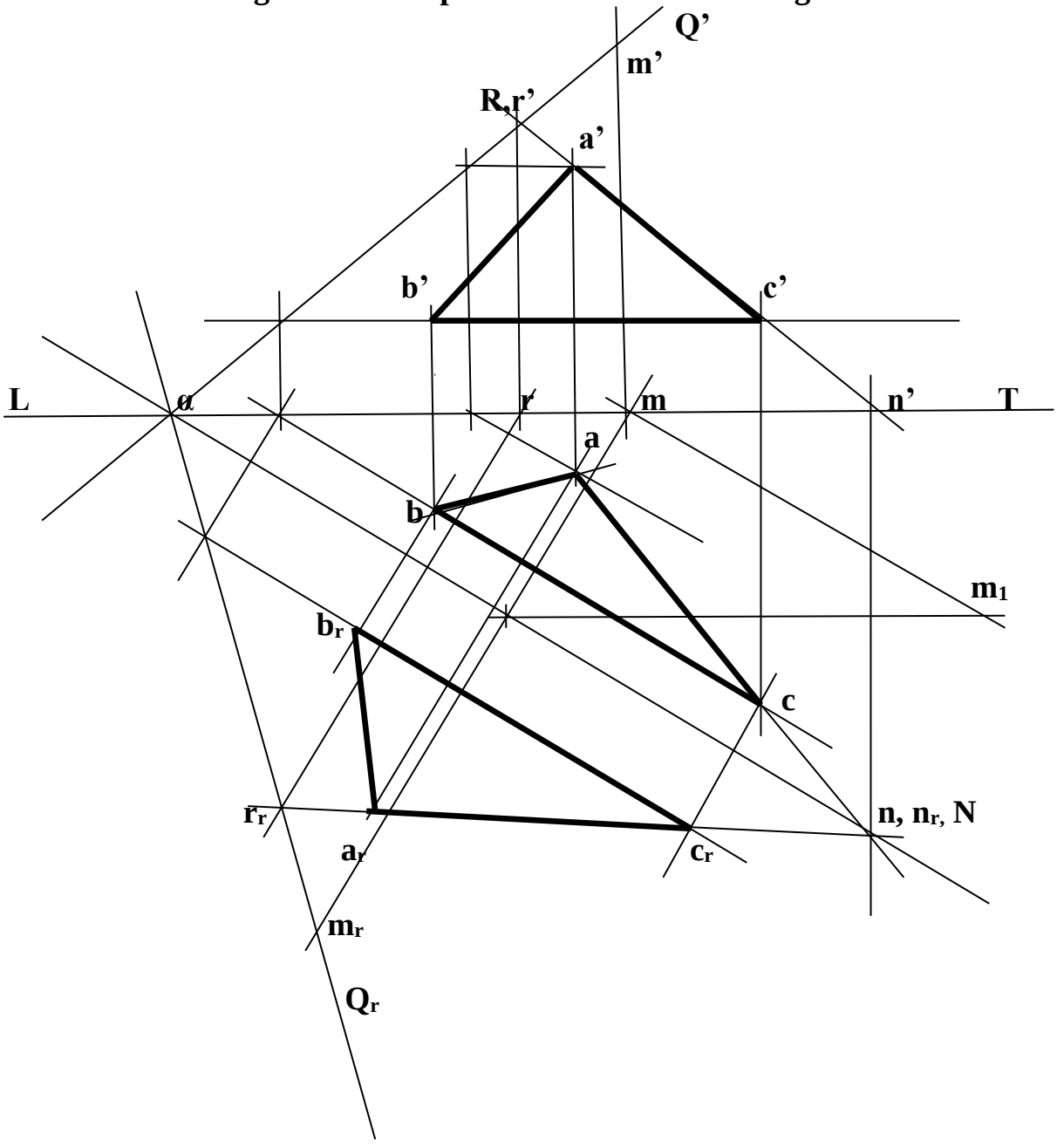
Généralement si l'on construit le rabattement d'un point, on en déduit le rabattement des autres points d'une figure plane par la méthode dite des alignements.

-Si un point Є à la projection d'une droite , son rabattement doit appartenir au rabattement de cette droite et inversement.

-Si un point Є à une droite parallèle à la charnière , son rabattement doit appartenir au rabattement de cette droite qui est parallèle aussi à la charnière.

-Si un point Є à une droite qui coupe la charnière , son rabattement doit appartenir à une droite rabattue qui coupe la charnière au même point et sur la ⊥ à la charnière issue de sa projection .

On donne un triangle ABC formant un plan (P,Q') .
Rabattre ce triangle sur le PH pour déterminer sa vraie grandeur .



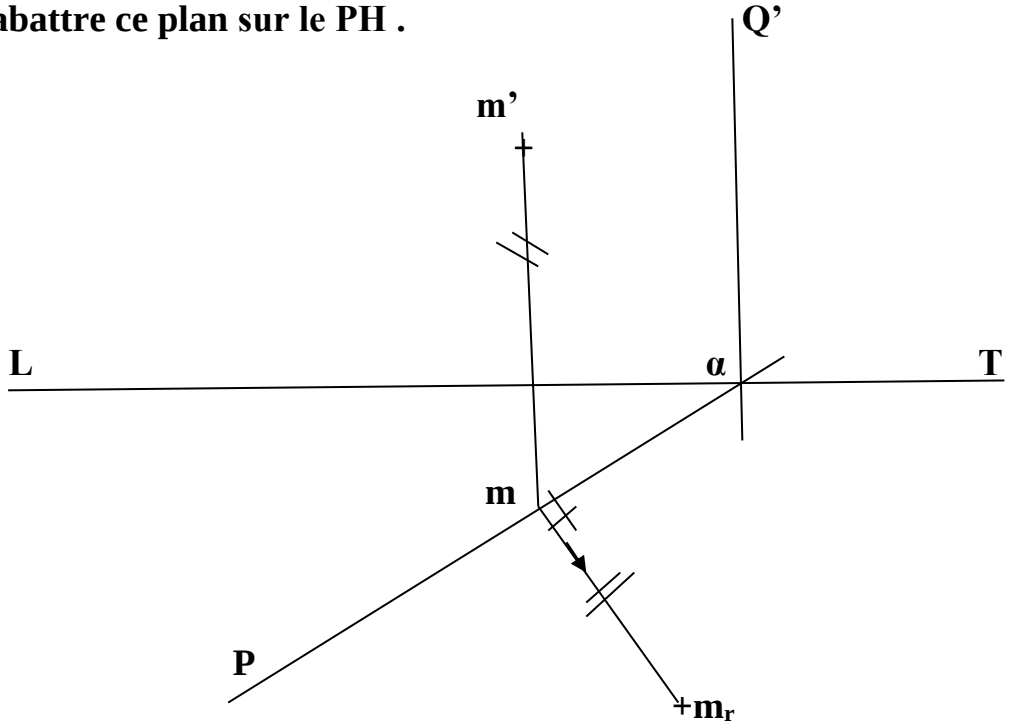
Le rabattement de la droite acn est la droite $a_r c_r$ n.
Comme la projection bc est parallèle à la trace P , le rabattement b_r c_r est aussi parallèle à la trace P .

3- <u>Cas Particuliers</u> :

Considérons le rabattement des plans remarquables :

a) Rabattement d'un plan vertical sur le plan horizontal :

Soit un plan vertical déterminé par ses traces (P,Q') et un point M de ce plan . Rabattre ce plan sur le PH .

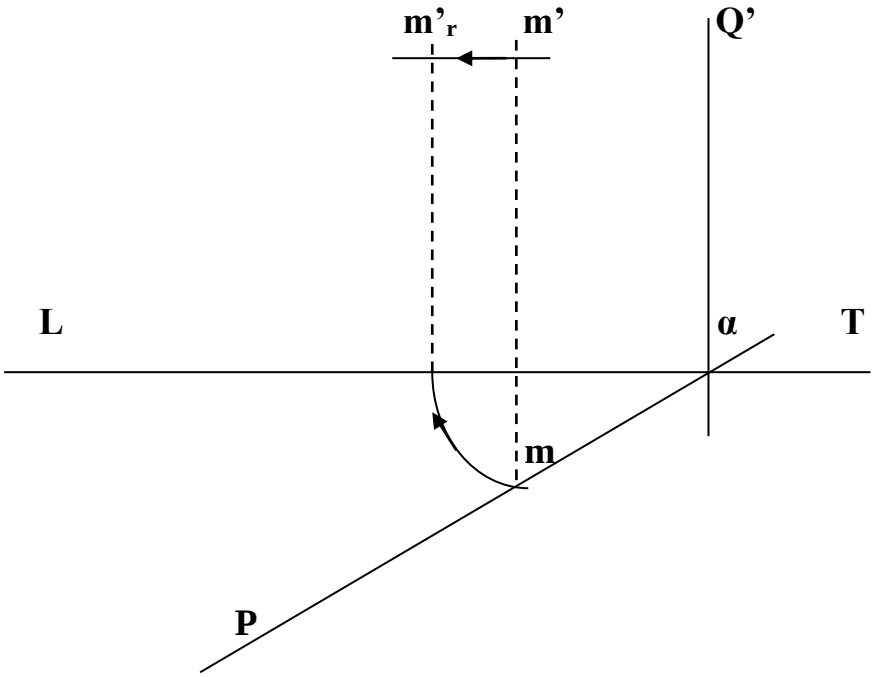


Si l'on applique la méthode du triangle rectangle , la distance séparant la projection horizontale m de la trace P étant nulle et le rayon de rabattement es t $mm_r = c_M$.

b) Rabattement du plan vertical sur le PF :

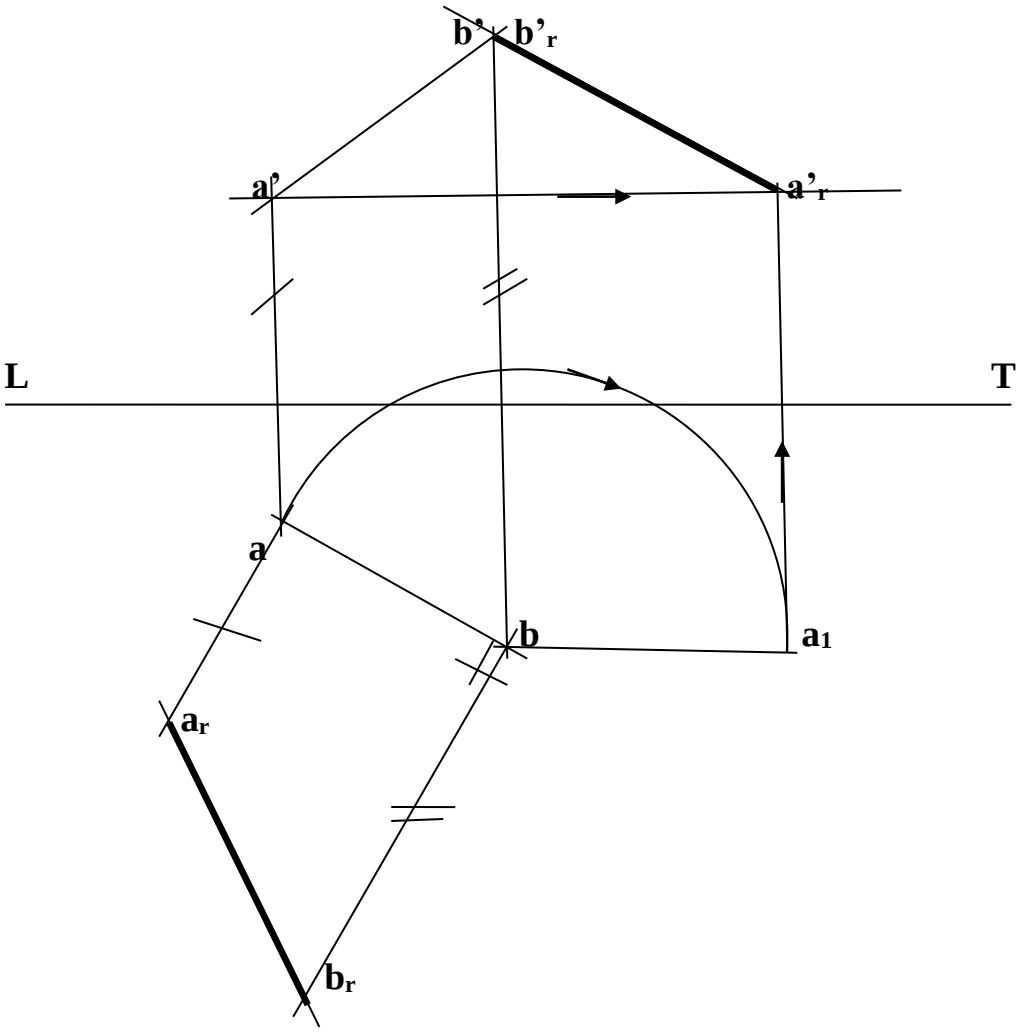
Considérons les mêmes données que précédemment, mais opérons un rabattement sur le PF.

La charnière dans ce cas étant la trace Q', on retrouve la rotation autour de l'axe vertical Q' d'un angle que forme le plan vertical avec le PF. Le rayon de rotation est αm et le centre α .



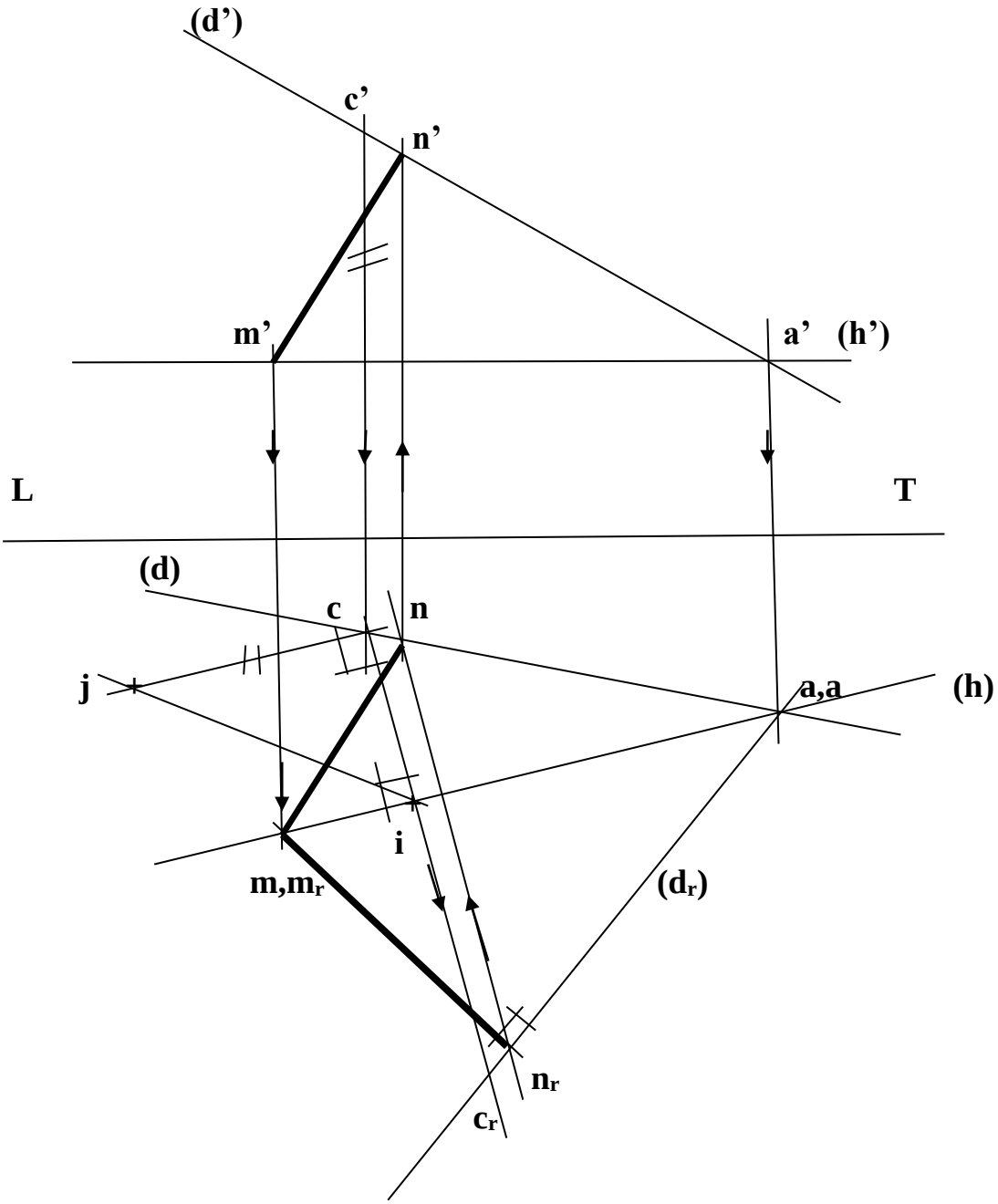
4- <u>Application des rabattements</u> :

a) Déterminer la vraie grandeur d'un segment de droite AB (ab,a'b') :

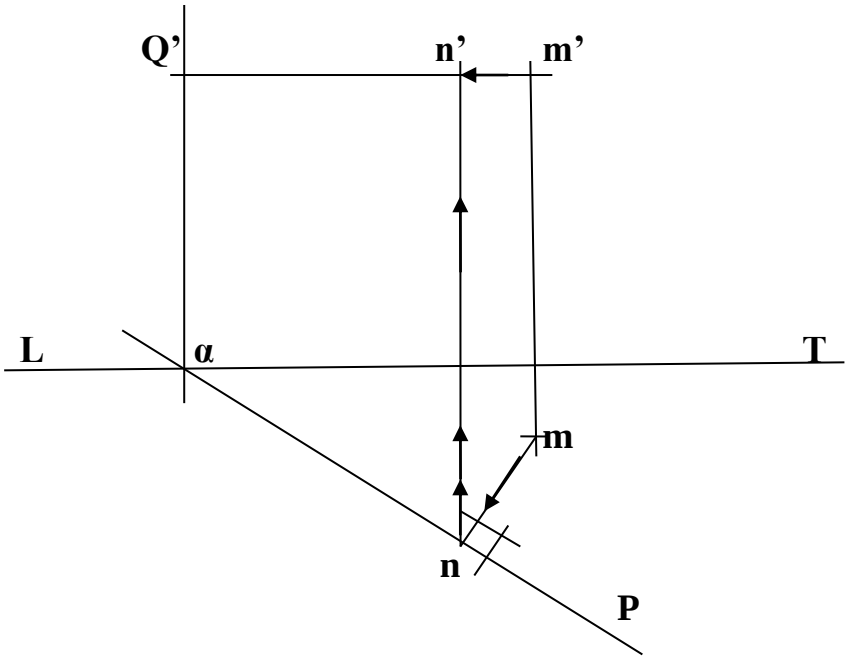


b) Déterminer la distance d'un point M à une droite D donnés :
La méthode utilisée consiste à :

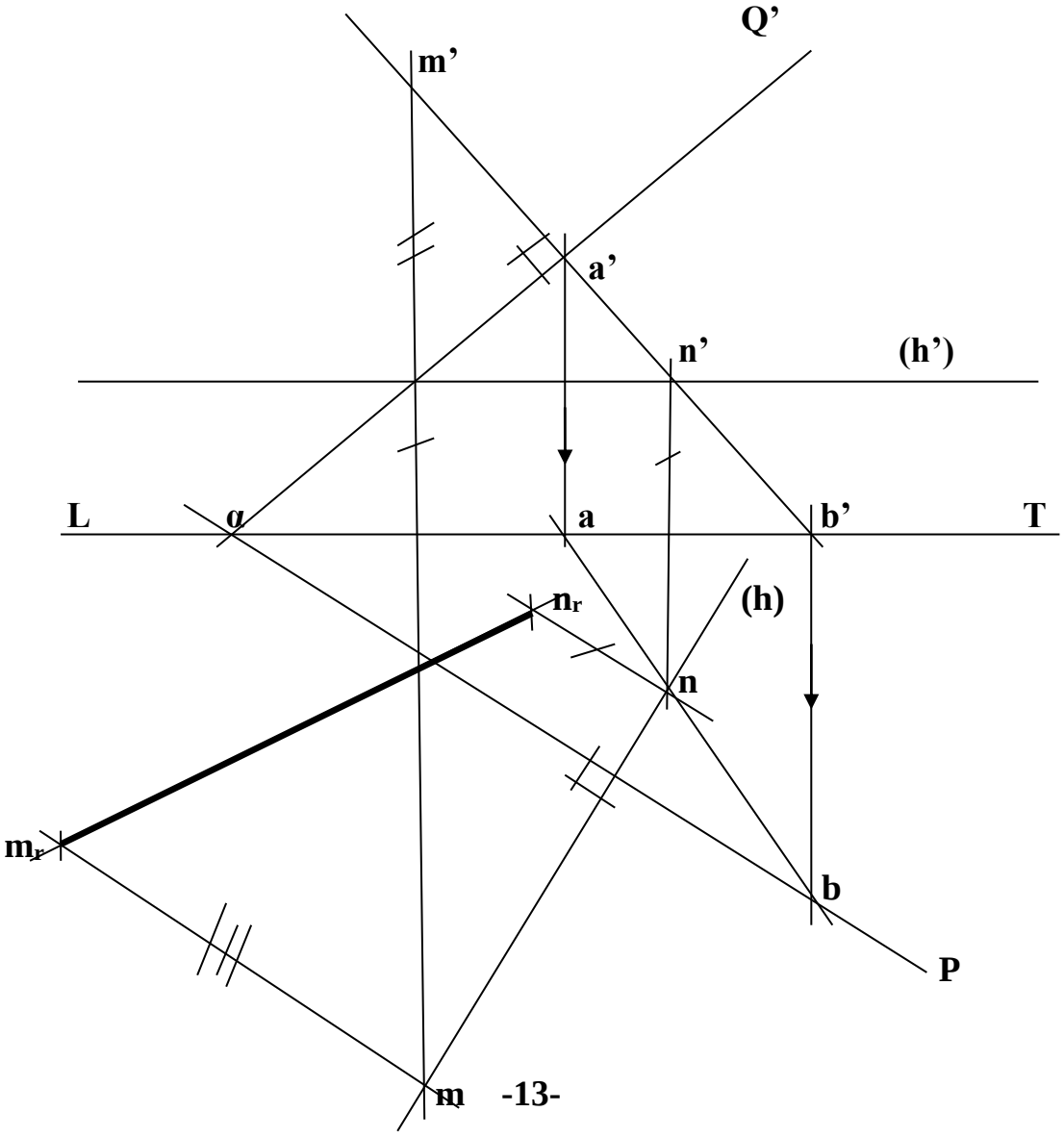
Rabattre la droite D autour d'une horizontale H passant par le point M.
Déterminer le rabattement du point M qui est confondu avec la projection horizontale $m = m_r$.
Tracer le segment $m_r n_r$ qui est en vraie grandeur perpendiculairement au rabattement d_r de la droite D. Il représente la distance MN demandée.
$MN = m_r n_r$



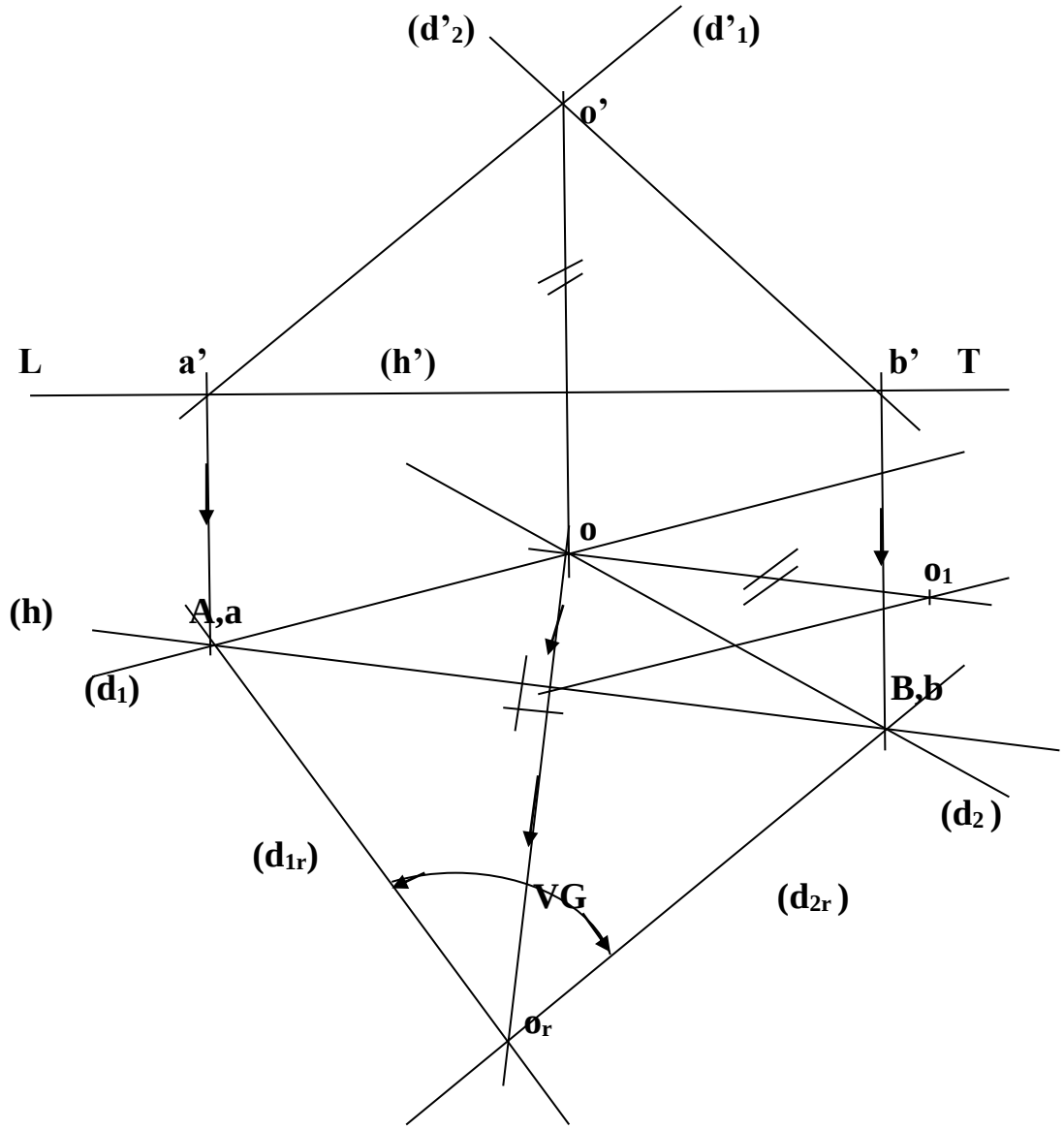
c) Déterminer la distance d'un point M à un plan vertical (P,Q') donné :



d) Déterminer la distance d'un point M à un plan quelconque (P,Q') donné :



e) Déterminer la vraie grandeur de l'angle que forment les deux droites (D_1) et (D_2) données :



5- <u>Relèvement d'un point</u> :

Le relèvement d'un point est l'opération inverse du rabattement appelée aussi retour de rabattement .

Relever un point c'est :

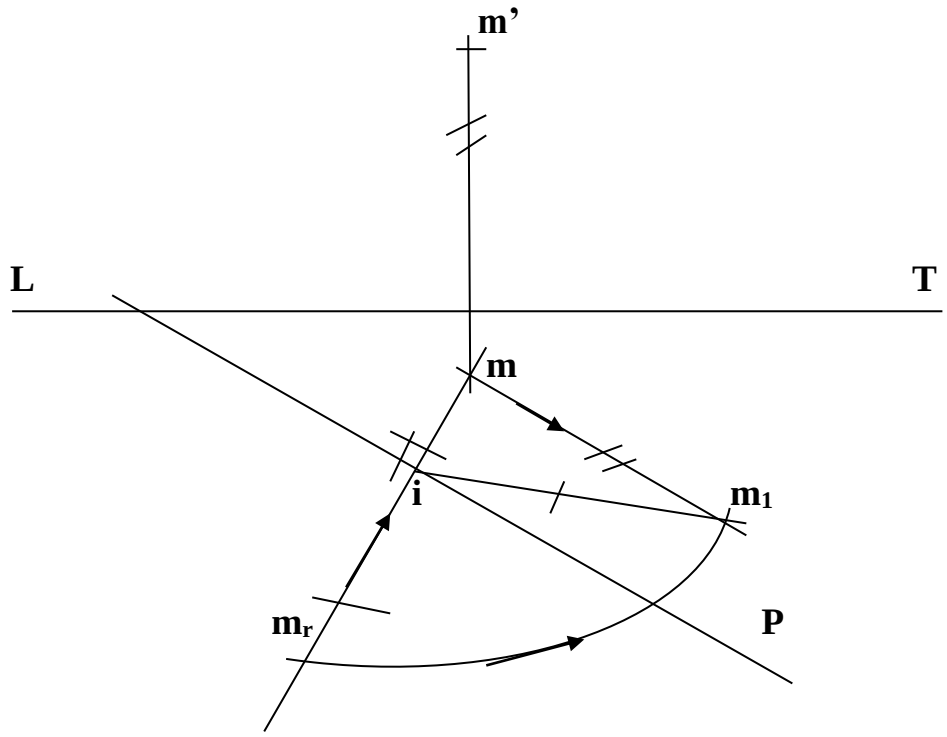
- Déterminer sa projection frontale , connaissant son rabattement sur le PH , sa projection horizontale et la charnière de rotation .

- Déterminer sa projection horizontale , connaissant son rabattement sur le PF , sa projection frontale et la charnière de rotation .

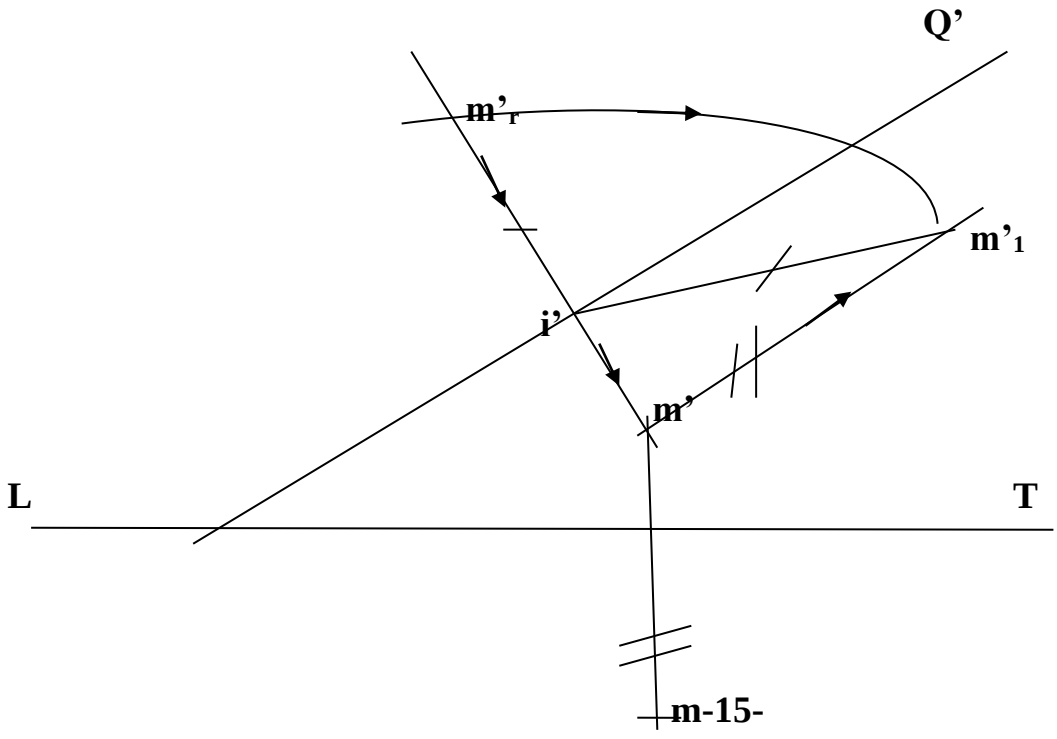
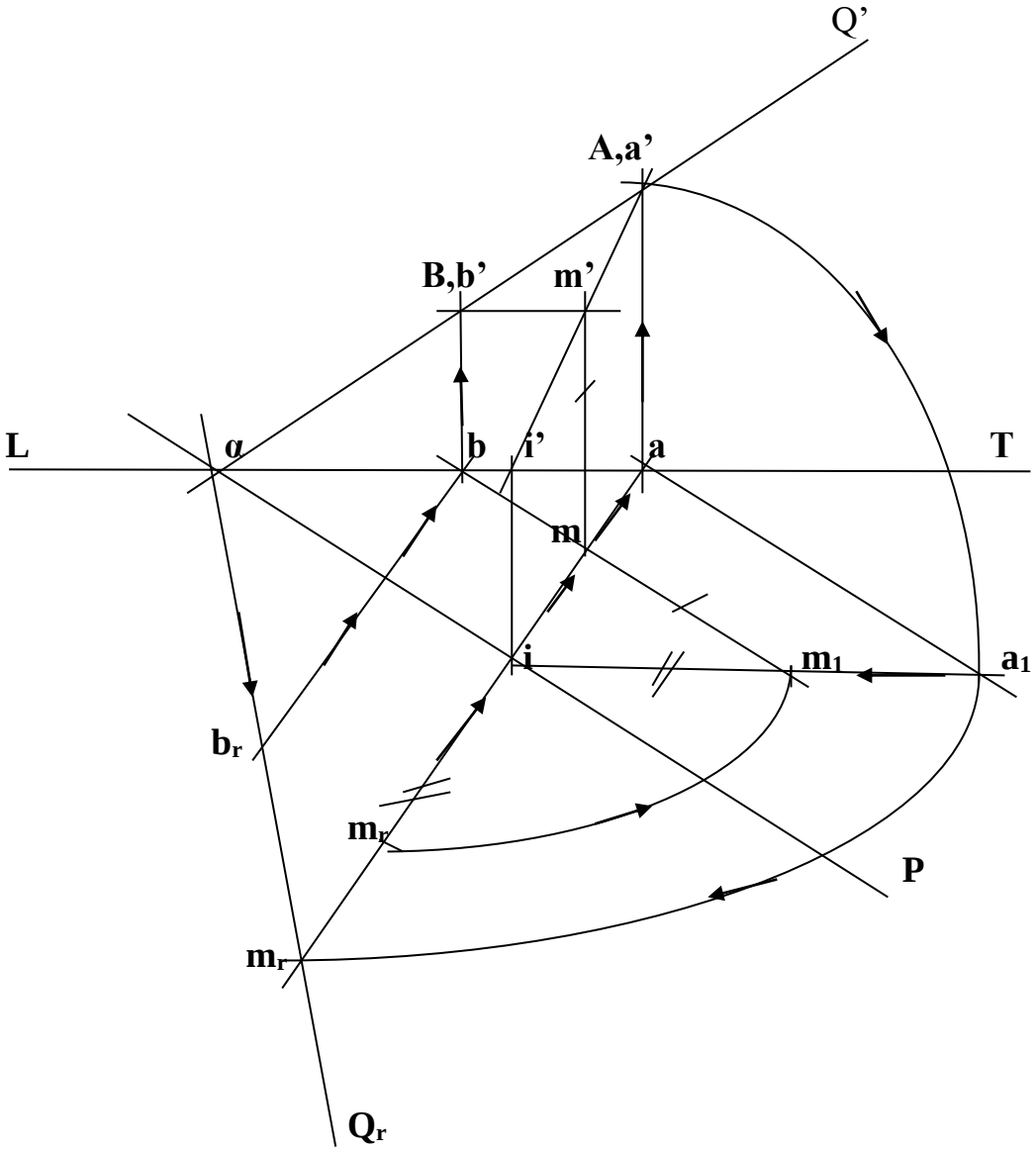
- Déterminer ses deux projections , connaissant seulement son rabattement sur l'un des plans de projection et les traces du plan auquel il appartient .

Exemples :

a) Déterminer la projection m' d'un point M connaissant son rabattement m_r sur le PH, sa projection horizontale m et la trace P du plan auquel il appartient .



b) Déterminer la projection m d'un point M connaissant son rabattement m'_r sur le PF, sa projection frontale m' et la trace Q' du plan auquel il appartient .



c) Déterminer les projection m et m' d'un point M dont on connait uniquement son rabattement horizontal m_r et les traces P et Q' du plan auquel il appartient .