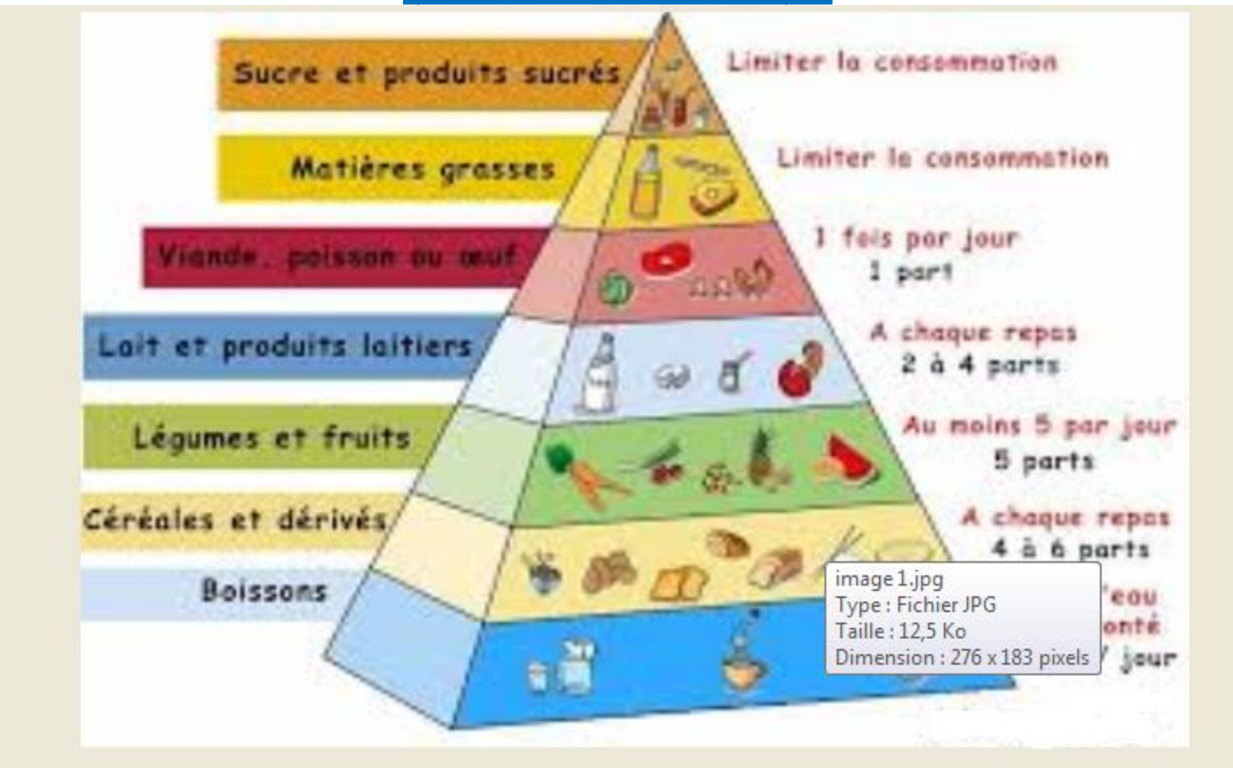
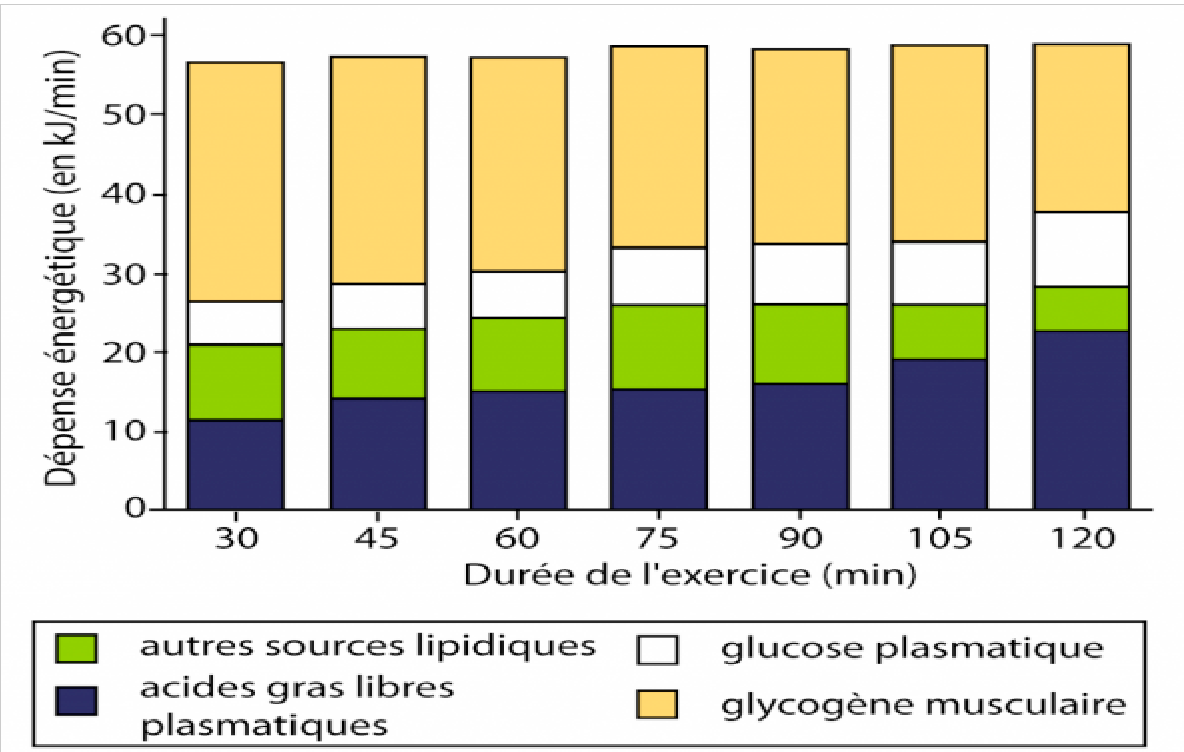
Solution de l'exercice sur l'ANOVA à deux facteurs (avec interaction) :





Étape 1 : Déclaration des hypothèses :

(hypothèse A) :

$$\begin{cases} H_0^A : \text{Le régime n'affecte pas la perte de poids} \\ \mu_{reg1} = \mu_{reg2} = \mu_{reg3} \\ Contre \\ H_1^A : \text{Le régime affecte la perte de poids} \\ \mu i \neq \mu j \text{ pour au moins un } i \neq j \end{cases}$$

(hypothèse B):

$$\begin{cases} H_0^B : \text{L'activité physique n'affecte pas la perte de poids} \\ \mu_{ex1} = \mu_{ex2} = \mu_{ex3} \\ Contre \\ H_1^B : \text{L'activité physique affecte la perte de poids} \\ \mu i \neq \mu j \text{ pour au moins un } i \neq j \end{cases}$$

(hypothèse d'interaction):

$$\begin{cases} H_0^{AB} : \text{L'activité physique } \textbf{et} \text{ le régime n'interagissent pas sur la perte de poids} \\ Contre \\ H_1^{AB} : \text{L'activité physique et le régime interagissent sur la perte de poids} \end{cases}$$

Étape 2 : Choix du test :

Le test statistique utilisé est une ANOVA à deux facteurs (**avec** interaction).

Étape 3 : Conditions d'application :

• Normalité des données dans tous les groupes et ce, pour chaque combinaison des critères.
• Égalité de ces groupes.
• Indépendance des observations.

Étape 4 : Calcul du test :

	Exercice 1	**Exercice 2**	**Exercice 3**	**Exercice 4**	**Somme**
Régime 1	50	**82 :** x_{12}	67	28	**227 :** T_{A1}
Régime 2	65	87	73	53	**278**
Régime 3	27	107	77	58	**269**
Somme	**142:** T_{B1}	**276**	**217**	**139**	**774 :T**

$$C = \frac{T^2}{IJK} = \frac{774^2}{3.4.6} = \mathbf{8320,5}$$

$$\mathbf{SCA} = \frac{\sum_I T_{A_i}^2}{JK} - C = \frac{201174}{4.6} - 8320,5 = \mathbf{61,75}$$

$$\mathbf{SCB} = \frac{\sum_j T_{B_j}^2}{IK} - C = \frac{\sum_I T_{B_j}^2}{3.6} - 8320,5 = \mathbf{721,167}$$

$$\mathbf{SCR} = \sum_I \sum_J \sum_K y_{i,j}^2 - \frac{\sum_I \sum_J y_{i,j}^2}{K} = \ \dots\dots\dots\ - \frac{55900}{6}$$

$$= 9855{,}9967 - \frac{55900}{6} = 539{,}33$$

$$SC_{inter} = \frac{\sum_I \sum_J y_{i,j}^2}{K} - C = \frac{55900}{6} - 8320{,}5 = 996{,}167$$

SCE$_T$ =SCE$_A$ +SCE$_B$ +SC$_R$+ SC$_{inter}$ = 1535,5

- On calcule les variances suivantes :

$$S_A^2 = \frac{61{,}75}{3-1} = 30{,}875$$

$$S_B^2 = \frac{721{,}167}{4-1} = 240{,}389$$

$$S_R^2 = \frac{539{,}33}{3.4(6-1)} = 8{,}9888$$

$$S_{inter}^2 = \frac{721{,}167}{(3-1).(4-1)} = 120{,}1945$$

On calcule maintenant les trois statistiques :

$$F_A = \frac{S_A^2}{S_R^2} = \frac{30{,}875}{8{,}9889} = 3{,}4348$$

$$F_B = \frac{S_B^2}{S_R^2} = \frac{240{,}389}{8{,}9889} = 26{,}7429$$

$$F_{inter} = \frac{S_{inter}^2}{S_R^2} = \frac{120{,}1945}{8{,}9889} = 13{,}3714$$

On compare les statistiques aux valeurs tabulées de la loi de Fisher :
Sous H_0 et pour un seuil α **= 0,05**:

- La variable F_A se distribue selon la loi de Fisher à **(I-1) = 2 et IJ(K-1) = 60 d.d.l.**

$$(F_{\mathrm{I}-1,\mathrm{IJ}(\mathrm{K}-1)} = F_{2,60} = 3{,}150)$$

- La variable F_B se distribue selon la loi de Fisher à **(J-1) = 3 et IJ(K-1) = 60 d.d.l.**

$$(F_{J-1,IJ(K-1)} = F_{3,60} = 2,758)$$

- La variable F_{inter} se distribue selon la loi de Fisher à **(I-1)(J-1) = 6 et IJ(K-1) = 60ddl.**

$$(F_{(I-1)(J-1),IJ(K-1)} = F_{6,60} = 2,254)$$

Étape 5 : Décision statistique :

- Puisque F_A = **3,4348> 3,150**, on rejette H_0^A: il y a un effet des régimes sur la perte de poids.
- Puisque F_B = **26,7429> 2,758**, on rejette H_0^B : il y a un effet des exercices sur la perte de poids.
- Puisque F_{inter} = **13,3714**> $\mathbf{2,254}$, on rejette H_0^{AB} **:** il y a une interaction entre les deux facteurs (régimes et exercices) sur la perte de poids.

Étape 6 : Interprétation biologique :

Le régime et l'exercice physique permettent de perdre du poids car ils permettent de contrôler le taux de gras. De plus, l'effet du régime sur la perte de poids variera en fonction de l'activité physique et vice-versa.