

**EXERCICE 1:**

Un compresseur formé par un récipient, fermé par un piston mobile, contient 2 g de l'hélium ( gaz parfait, monoatomique ) dans les conditions (  $P_1, V_1$  ). On opère une compression adiabatique, de façon réversible, qui amène le gaz dans les conditions (  $P_2, V_2$  ). Sachant que  $P_1 = 1 \text{ atm}$ ,  $V_1 = 10 \text{ litres}$  et  $P_2 = 3 \text{ atm}$ . Déterminer :

- a - Le volume final  $V_2$  ?
- b - Le travail reçu par le gaz ?
- c - La variation d'énergie interne du gaz ?
- d - En déduire l'élévation de température du gaz, sans calculer la température initiale  $T_1$

On donne :

- le rapport des chaleurs massiques à pression et volume constants:  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

- constante des gaz parfaits :  $R = 8,3 \text{ S.I.}$

**Solution 1:**

a- on a  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$  soit  $V_2 = V_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$  d'où  $V_2 = 10 \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{3}{5}} = 5,16 \text{ l}$

b- Pour une transformation adiabatique on écrit :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV \text{ avec } P V^\gamma = \text{cte} = K_1 \text{ d'où } W = - \int_{V_1}^{V_2} K_1 V^{-\gamma} dV = \left[ \frac{P V}{\gamma - 1} \right]_1^2 \quad \textcircled{1}$$

$W = -822 \text{ J}$

c- La variation de l'énergie interne est égale à :

$U_2 - U_1 = W + Q = W$  ( car  $Q = 0$  ) ; donc  $U_2 - U_1 = -822 \text{ J}$

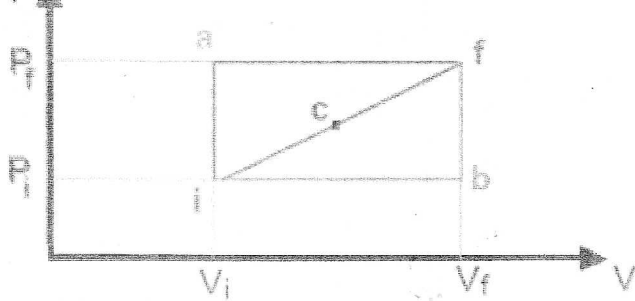
d- Pour  $n$  moles de gaz parfait, on a :

$U_2 - U_1 = W = n C_v ( T_2 - T_1 ) \quad \textcircled{2}$

or  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  et  $C_p - C_v = R$  ( pour une mole )  $\Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$

d'où  $\textcircled{2} \Rightarrow W = n \frac{R}{\gamma - 1} ( T_2 - T_1 ) \quad \textcircled{3}$

ou bien  $( T_2 - T_1 ) = \frac{W(\gamma - 1)}{nR} \quad ( T_2 - T_1 ) = 132 \text{ }^\circ\text{K}$



autre méthode : Dans ① on remplace  $P V = n R T$  et on trouve ③

### EXERCICE 2:

Pour vérifier que la quantité de chaleur est une fonction qui dépend du chemin suivi, on considère un gaz parfait diatomique ( $C_V = 5/2 R$ ) qui est porté réversiblement d'un état initial  $i$  à un état final  $f$  par 3 chemins différents  $i \rightarrow a \rightarrow f$ ,  $i \rightarrow b \rightarrow f$ ,  $i \rightarrow c \rightarrow f$ .

•  $i \rightarrow a \rightarrow f$  : isochore suivie d'une isobare

•  $i \rightarrow b \rightarrow f$  : isobare suivie d'une isochore

•  $i \rightarrow c \rightarrow f$  : chemin rectiligne direct.

Calculer la quantité de chaleur échangée dans les trois cas en fonction de la température de l'état initial  $T_i$  sachant que :  $P_f = 2 P_i$  et  $V_f = 2 V_i$ . Conclusion ?

### Solution 2:

La quantité de chaleur élémentaire peut s'exprimer en fonction de deux variables que l'on choisira. Les trois formes classiques sont (pour 1 mole) :

$$\delta Q = C_V dT + l dT$$

$$\delta Q = C_P dT + h dT$$

$$\delta Q = \lambda dP + \mu dV$$

◆  $i \rightarrow a \rightarrow f$  : isochore suivie d'une isobare

$$Q = \int \delta Q = \int_1 C_V dT + \int_2 C_P dT = C_V (T_a - T_i) + C_P (T_f - T_a) \quad \text{①}$$

En  $f$  on a  $P_f V_f = R T_f$  et en  $i$  on a  $P_i V_i = R T_i$  d'où  $T_f = 4 T_i$

De même en  $a$  on a  $P_f V_i = R T_a$  (car  $P_f = P_a$  isobare et  $V_a = V_i$  isochore)

Dans ① on a  $Q = C_V (2T_i - T_i) + C_P (4T_i - 2T_i)$ ; or  $C_V = \frac{5}{2} R$  et  $C_P = \frac{7}{2} R$

d'où  $Q = \frac{15}{2} R T_i$

◆  $i \rightarrow b \rightarrow f$  : isobare suivie d'une isochore On trouve  $Q = \frac{17}{2} R T_i$

◆  $i \rightarrow c \rightarrow f$  : chemin rectiligne direct.

$$\delta Q = \lambda dP + \mu dV = C_V \frac{V}{R} dP + C_P \frac{P}{R} dV$$

or  $P = k V$  car c'est une transformation linéaire

$$\delta Q = C_V \frac{V}{R} k dV + C_P k \frac{V}{R} dV = (C_V + C_P) \frac{k}{R} V dV$$

$$Q = (C_V + C_P) \frac{k}{R} V \left[ \frac{V^2}{2} \right]_{V_i}^{2V_i} = \frac{3}{2} (C_V + C_P) \frac{1}{R} k V_i^2$$

or  $k V_i = R T_i$  d'où  $Q = \frac{18}{2} R T_i$

**Conclusion :**  $\delta Q$  n'est pas une différentielle totale exacte.

### EXERCICE 3 :

Une ensileuse fonctionne selon un cycle ABCA décrit comme suit :

- 1 - Le gaz parfait est amené de l'état A ( $P_A, V_A, T_A$ ) à l'état B ( $P_B, V_B, T_B$ ) par une transformation à volume constant. Sachant que  $P_B = 2 P_A$ , calculer  $T_B$  en fonction de  $T_A$  ?
- 2 - Le gaz subit ensuite une détente isotherme qui l'amène à un état C ( $P_C, V_C, T_C$ ) de telle sorte que  $P_C = P_A$ . Calculer  $V_C$  en fonction de  $V_A$  ?
- 3 - Le gaz revient alors à son état initial A par une transformation à pression constante.
  - a - Faire un schéma du cycle ABCA dans le diagramme de CLAPEYRON.
  - b - Calculer le travail total  $W$  échangé par le gaz pendant le cycle ABCA avec le milieu extérieur. Exprimer ce travail en fonction des variables  $P_A$  et  $V_A$

1°) D'après la loi des gaz parfaits on a :

$$nR = \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_A V_A}{T_A} \text{ or } P_B = 2 P_A \text{ et } V_B = V_A$$

$$\text{D'où } 2 \frac{P_A V_A}{T_B} = \frac{P_A V_A}{T_A} \Rightarrow T_B = 2 T_A$$

2°) De B à C, le gaz a subi une transformation isotherme on écrit :

$$nR = \frac{P_C V_C}{T_C} = \frac{P_B V_B}{T_B} \text{ Or } P_C = P_A = \frac{P_B}{2} \text{ et } T_C = T_B$$



donc  $\frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_B V_C}{2T_B} \Rightarrow V_C = 2 V_B = 2 V_A$

3°)

a-

b- Soit  $W$  le travail fourni au gaz pendant le cycle :

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$$

avec :

$$W_{AB} = 0 \text{ transformation isochore ;}$$

$$W_{BC} = - \int_B^C P dV = nRT_B \int_B^C \frac{dV}{V} = -P_B V_B \ln \frac{V_C}{V_B} = -2 P_A V_A \ln 2 \text{ car la transformation est isotherme ;}$$

$$W_{CA} = -P_A (V_A - V_C) = P_A V_A \text{ transformation isobare ;}$$

$$\text{Donc : } W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = P_A V_A (1 - 2 \ln 2) = -0,4 P_A V_A$$

Conclusion : Ce travail est négatif : c'est donc le gaz qui fournit du travail au milieu extérieur.

Le cycle parcouru dans le sens  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  est moteur.

6.7 Série 7 : *Le premier principe de la thermodynamique* *gen*

EXERCICE 1 :

En hiver et afin d'éviter le gel, on chauffe une serre contenant 812 g d'air (gaz supposé parfait) dont la température s'élève de 2° C à 16° C. Calculer :

- a - la variation d'énergie interne de l'air au cours de cet échauffement ?
- b - la quantité de chaleur reçue par le gaz, si ce dernier a fourni un travail de 846,4 joules.

On donne: La masse molaire de l'air  $M = 29 \text{ g/mole}$ ,  $R = 8,32 \text{ S.I.}$  ;

Le rapport des chaleurs massiques de l'air  $\gamma = C_P / C_V = 1,4$

Solution 1 :

a - La variation d'énergie interne de  $n$  moles de gaz parfait :  $\Delta U = n C_V \Delta T$

L'air est un gaz parfait diatomique :  $C_V = \frac{5}{2}R$  donc :

$$\Delta U = \frac{812}{29} \times \frac{5}{2} \times 8,32 \times 14 = 8153,6 \text{ J}$$

b - On a :  $\Delta U = W + Q$  ou  $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

La quantité de chaleur échangée par le gaz (l'air) est :

$$Q = \Delta U - W \text{ Or } W = -846,4 \text{ car l'air a fourni un travail,}$$
$$\text{d'où } Q = 8153,6 - (-846,4) = 9000 \text{ J}$$

## EXERCICE 2 :

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par  $P_0 = 2 \cdot 10^5$  Pascals,  $V_0 = 14$  litres. On fait subir successivement à ce gaz :

- une détente isobare, qui double son volume,
- une compression isotherme, qui le ramène à son volume initial,
- un refroidissement isochore, qui le ramène à l'état initial ( $P_0, V_0$ ).

a - A quelle température s'effectue la compression isotherme ? En déduire la pression maximale atteinte. Représenter le cycle de transformation dans le diagramme ( $P, V$ )

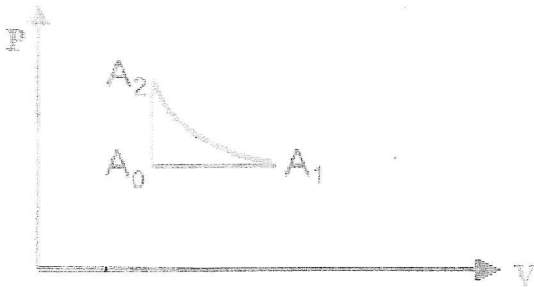
b - Calculer le travail, la quantité de chaleur et la variation d'énergie interne échangés par le système au cours de chaque transformation ? Faire le bilan du cycle ?

On donne : constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}$ .

### Solution 2 :

a - L'état initial du gaz, représenté par le point  $A_0$ , est caractérisé par :

$$P_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; V_0 = 14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 ; T_0 = \frac{P_0 V_0}{R} = 336,78 \text{ °K}$$



■ A la fin de la détente isobare, l'état du gaz, représenté par le point  $A_1$ , est caractérisé par :

$$P_1 = P_0 ; V_1 = 2 V_0 ; T_1 = \frac{P_1 V_1}{R} = \frac{2 P_0 V_0}{R} = 2 T_0 = 673,56 \text{ °K}$$

■ A la fin de la compression isotherme, l'état du gaz représenté par le point  $A_2$ , est caractérisé par

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_0} = 2 P_0 \quad (\text{d'après la loi de Mariotte}); \quad V_0; \quad 2 T_0$$

La pression maximale du gaz est donc :  $P_2 = 2 P_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

b -

u Au cours de la détente isobare  $A_0 A_1$  on a :

$$W_1 = -P_0 (2 V_0 - V_0) = -P_0 V_0 = -2800 \text{ J}$$

$$Q_1 = C_P (T_1 - T_0) = \frac{7}{2} 8,314 \times 336,78 = 9800 \text{ J}$$

u Au cours de la compression isotherme  $A_1 A_2$  on a :

$$W_2 = R T_1 \ln \frac{P_2}{P_0} = 2 R T_0 \ln 2 = 3881,61 \text{ J}$$

$$Q_2 = \int_{A_1}^{A_2} P dV = R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -2 R T_0 \ln 2 = -3881,61 \text{ J}$$

u Au cours du refroidissement isochore  $A_2 A_0$  on a :

$$W_3 = 0 \text{ J} \quad (\text{à volume constant})$$

$$Q_3 = C_V (T_0 - T_1) = -\frac{5}{2} 8,314 \times 336,78 = -7000 \text{ J}$$

Transformation	W en J	Q en J	$\Delta U = W+Q$ en J
Isobare	-2800	9800	7000
Isotherme	3881,61	-3881,61	0
Isochore	0	-7000	-7000
total	1081,61	-1081,61	0

Au cours du cycle :

Le bilan mécanique du cycle est donc :  $W = W_1 + W_2 + W_3 = 1081,61 \text{ J/mole}$ .

La quantité de chaleur échangée est donc :  $Q = -W = -1081,61 \text{ J/mole}$

La variation de l'énergie interne est nulle car c'est une fonction d'état.

$W$  est positif,  $Q$  est négatif ; par conséquent, le système a reçu un travail qu'il a intégralement restitué au milieu extérieur sous forme de chaleur.