

3^{ème} Année licence : Physique fondamentale
Module : Transfert de chaleur
Corrigé de TD2 : Transfert par conduction

Exercice 1 :

- 1) Calculer le flux traversant une vitre de $S = 1 \text{ m}^2$ de surface et de $e = 3.5 \text{ mm}$ d'épaisseur. La température de la face interne de la vitre est égale à $T_1 = 10^\circ\text{C}$, celle de la face externe est égale à $T_2 = 5^\circ\text{C}$.
- 2) Calculer de deux manières la résistance thermique de la vitre sachant que la conductivité thermique du verre vaut $\lambda_v = 0.7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Solution :

- 1) Flux qui traverse 1 m^2 de vitre :

$$\Phi_{\text{verre}} = \frac{\lambda S (T_1 - T_2)}{e} = \frac{(0.7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})(1 \text{ m}^2)(10^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C})}{3.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1000 \text{ W}$$

- 2) Calcul de deux manières la résistance thermique de la vitre :

$$R_{\text{verre}} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{10^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}}{1000 \text{ W}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$$

Ou bien

$$R_{\text{verre}} = \frac{e}{\lambda S} = \frac{3.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{(0.7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})(1 \text{ m}^2)} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$$

Exercice 2 :

Considérons 3 murs limités par des plans parallèles et collés les uns aux autres. Soient λ_1 , λ_2 et λ_3 les conductivités thermiques de chaque mur dont les épaisseurs respectives sont e_1 , e_2 et e_3 . Ces murs ont la même surface S . Les températures T_1 et T_4 sont celles des faces externes des murs 1 et 4.

- 1) Donner l'expression du flux thermique de conduction à travers ces murs.
- 2) Quelle est l'expression de la résistance thermique équivalente à ces murs ? Ces murs sont-ils placés en série ou en parallèle ?

Solution :

Chaque mur est traversé par le même flux thermique Φ .

- Pour le mur 1 :

$$\Phi = \frac{\lambda_1 S (T_1 - T_2)}{e_1} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{S} \frac{e_1}{\lambda_1}$$

T_1 et T_2 sont les températures des deux faces du mur 1.

• Pour le mur 2 :

$$\Phi = \frac{\lambda_2 S (T_2 - T_3)}{e_2} \Rightarrow T_2 - T_3 = \frac{\Phi}{S} \frac{e_2}{\lambda_2}$$

T_2 et T_3 sont les températures des deux faces du mur 2.

• Pour le mur 3 :

$$\Phi = \frac{\lambda_3 S (T_3 - T_4)}{e_3} \Rightarrow T_3 - T_4 = \frac{\Phi}{S} \frac{e_3}{\lambda_3}$$

T_3 et T_4 sont les températures des deux faces du mur 3.

En additionnant membres à membres les trois équations précédentes, on obtient :

$$T_1 - T_4 = \frac{\Phi}{S} \left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} \right)$$

D'où l'on tire l'expression du flux thermique Φ :

$$\Phi = S \left(\frac{1}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \right) (T_1 - T_4)$$

2) Par analogie avec la définition de la résistance donné au cours :

$$R = \frac{\Delta T}{\Phi}$$

Il vient :

$$R = \frac{T_1 - T_4}{\Phi} = \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S} = R_1 + R_2 + R_3$$

Où R_1 , R_2 , R_3 sont les résistances respectives des murs 1, 2 et 3 qui donc sont placées en série.

Exercice 3 :

Un tube d'acier de diamètre intérieur $d_1 = 20$ mm et de diamètre extérieur $d_2 = 27$ mm dont la température de la paroi interne est $T_1 = 119.75^\circ\text{C}$ et celle de la paroi externe $T_2 = 119.64^\circ\text{C}$. La conductivité thermique de l'acier est $\lambda = 46 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

- 1) Calculer la résistance thermique pour une longueur $L = 1$ m du tube.
- 2) Quel est le flux correspondant ?

Solution :

1) Résistance thermique pour une unité de longueur du tube (L = 1 m) (voir le cours) :

$$\Phi_{\text{cylindre}} = 2\pi\lambda(1) \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_1}{r_1}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_1}\right)}{2\pi\lambda(1)}} = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow R = \frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_1}\right)}{2\pi\lambda(1)}$$

Soit :

$$R = \frac{\ln\left(\frac{\frac{d_2}{2}}{\frac{d_1}{2}}\right)}{2\pi\lambda L} = R = \frac{\ln\left(\frac{\frac{27 \text{ mm}}{2}}{\frac{20 \text{ mm}}{2}}\right)}{2\pi(46 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})(1 \text{ m})} = 1.038 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

2) Calcul du flux :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{119.75 \text{ }^\circ\text{C} - 119.64 \text{ }^\circ\text{C}}{1.038 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}} = 105.97 \text{ W}$$

Exercice 4 :

Considérons deux sphères concentriques de rayons interne r_1 et de rayon externe r_2 limitant un volume de matière. T_1 et T_2 étant les températures respectives des faces interne et externe et λ la conductivité thermique moyenne entre les deux faces.

- 1) Donner l'expression du flux thermique à travers la sphère.
- 2) En déduire l'expression de la résistance thermique de cette sphère ?

Solution :

1) Flux thermique à travers la sphère (voir le cours) :

$$\Phi = 4\pi\lambda \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}$$

2) Expression de la résistance thermique :

$$R = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{T_1 - T_2}{4\pi\lambda \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi\lambda r_1 r_2}$$

Bon courage
Prof. S. KHENE