

Université Badji Mokhtar – Annaba
Faculté des Sciences
Département de tronc commun MI

Série TD N° 02: Conducteurs

Solution des exercices 01 et 02

Enseignant: MESSAI Youcef

Solution de l'exercice: 01

a) Calcule de la puissance moyenne d'un condensateur avec: $C_1 = 10^{-3} \mu\text{F}$;
 $t = 0,02 \text{ s}$ et $U = 1,7 \text{ kV}$.

La puissance moyenne P est donné par $P = \frac{W}{t}$ (énergie /temps).

l'énergie W emmagasinée par un condensateur chargé est proportionnelle au carré de la tension appliquée entre ses armatures. Son expression est :

$$w = \frac{1}{2} C V^2$$

$$W = \frac{1}{2} 10^{-3} (10^{-6}) (1.7 \cdot 10^3)^2 = 1.445 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Remplaçant la valeur de W dans l'équation de la puissance; on trouve :

$$P = \frac{1,445 \cdot 10^{-3}}{0.02} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ W (Watt)}.$$

b) Calcule des différences de potentiel : U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 et U_5 .

L'expression de la capacité est : $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$

Les mêmes caractéristiques géométriques : cela veut dire que la surface S , l'épaisseur e sont les mêmes pour tous les condensateurs, hormis les permittivités relatives.

Sachant que: $C_2 = 3 C_1$; $C_3 = 3 C_1$; $C_4 = 3 C_1$; $C_5 = 2 C_1$

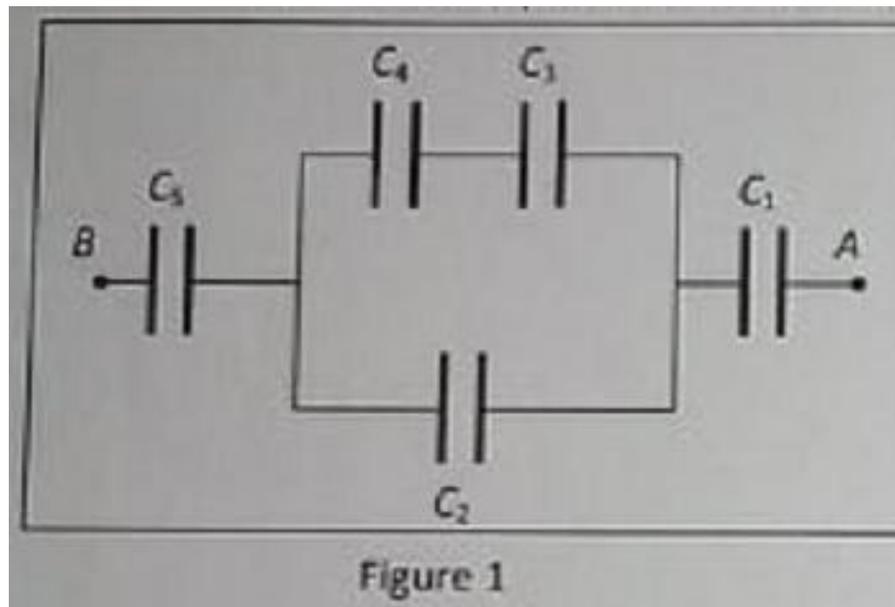


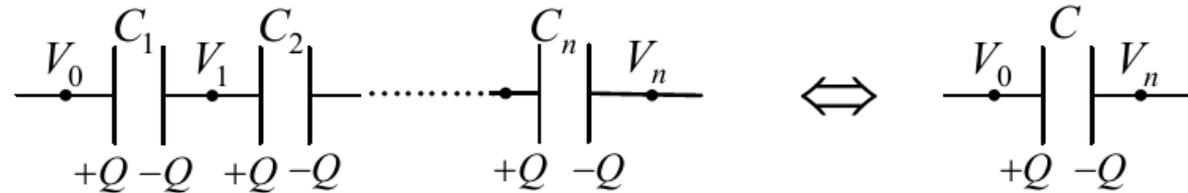
Figure 1

Nous avons un groupement **en série** et **en parallèle** des condensateurs

Rappel

Groupement des condensateurs

Groupement en série:



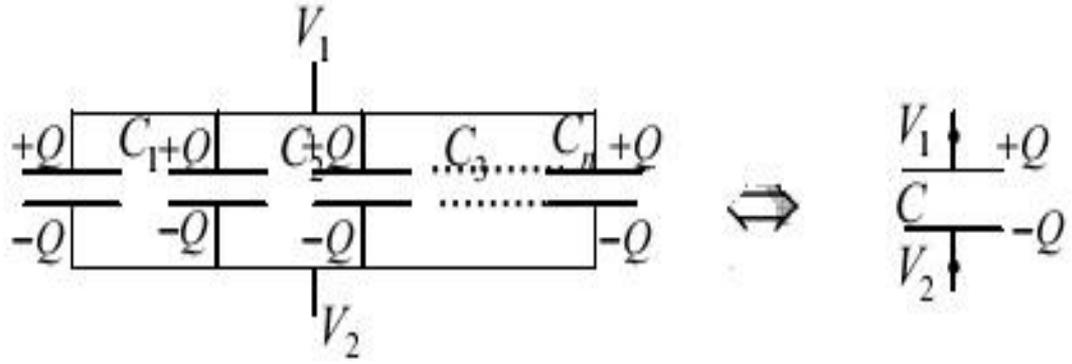
À cause du phénomène de l'influence, tous les condensateurs emmagasinent la même charge Q . La tension entre les extrémités V_0 et V_n est égale à la somme des tensions.

$$U = V_0 - V_n = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \dots + (V_{n-1} - V_n)$$

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

La capacité équivalente (Totale) est égale: $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

Groupement en parallèle:



Les condensateurs sont soumis à la même tension. La charge totale Q égale la somme de tous les charges.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$
$$Q = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U$$
$$Q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot U$$
$$C \cdot U = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot U$$

La capacité totale est égale: $C = \sum_{i=1}^n C_i$

Fin de rappel

- Les condensateurs: $C_2; C_3$ et C_4 sont **en parallèle**: Donc $U_2=U_3=U_4$.
On peut écrire: $U=U_1+U_2+U_5 \dots(1)$.

- Les condensateurs C_3 et C_4 sont **en série**: $U_2=U_3+U_4 \dots(2)$.

- Les condensateurs C_1 et C_5 sont **en série**. Ils ont la même charge.

$$Q_0 = Q_4 \Rightarrow C_0 U_0 = C_4 U_4 \Rightarrow \frac{U_1}{U_5} = \frac{C_4}{C_1}; \text{ Sachant que } C_5 = 2 C_1$$

on aura $U_1 = 2 U_5 \dots(3)$.

Le même raisonnement pour les deux condensateurs C_3 et C_4 qui sont **en série**.

$$Q_3 = Q_4 \Rightarrow C_3 U_3 = C_4 U_4 \Rightarrow \frac{U_3}{U_4} = \frac{C_4}{C_3};$$

Sachant que $C_2=C_3=C_4$;

on aura $\frac{U_3}{U_4} = \frac{C_4}{C_3} = 1$ donc $U_3 = U_4 \dots(4)$.

On a encore : $Q_1 = Q_1 = Q_3 \Rightarrow C_1 U_1 = C_1 U_1 + C_3 U_3 = C_1 U_1 + C_1 U_3$
 $= C_1(U_1 + U_3) = 3C_1(U_1 + U_3)$

donc $U_1 = 3(U_1 + U_3) \dots (5)$

À Partir des équations (2) et (4): $U_2 = U_3 + U_4$ et $U_3 = U_3$

on peut écrire: $U_1 = 2 U_3 \dots \dots (6)$

À Partir des équations (6) et (5): $U_1 = 3(2U_3 + U_3) = 9U_3$

$$U_1 = 9U_3 \dots (7)$$

$U_1 = 9U_3$ et $U_3 = \frac{U_1}{9}$; en remplaçant dans l'équation $U_1 = 2U_3$

on aura $U_1 = \frac{2}{9} U_1$.

À Partir de l'équation (1): $U = U_1 + U_1 + U_5 = U_1 + \frac{2}{9} U_1 + \frac{U_1}{2}$

On trouve : $U_1 = \frac{18}{31} U = 987 V$

On a $U_2 = \frac{2}{9} U_1 = \frac{2}{9} * \frac{18}{31} U = 219 \text{ V}$ Donc **$U_2 = 219 \text{ V}$**

En utilisant l'équation $U_2 = 2U_3$, on peut calculer U_3 selon: $U_3 = \frac{U_2}{2}$ donc

$$U_3 = \frac{219}{2} = 109,5 \text{ V}$$

On a encore **$U_3 = U_4 = 109,5 \text{ V}$**

Et pour calculer U_5 on utilise l'équation (3) $U_1 = 2 U_5$

$$U_5 = \frac{U_1}{2} = 494 \text{ V}.$$

Les différences de potentiel entre les armatures des différents condensateurs sont:

$$U_1 = 987 \text{ V} ; U_2 = 219 \text{ V} ; U_3 = 109,5 \text{ V} ; U_4 = 109,5 \text{ V} \text{ et } U_5 = 494 \text{ V}$$

c) Le champ E entre les armatures du condensateur C_1 est donné par la formule suivante: $E = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$

On doit calculer Q_1 : On a : $Q_1 = C_1 V_1 = 9,87 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

On remplace la valeur de Q_1 dans $E = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S} = 36 \pi \cdot 10^9 \frac{9,87 \cdot 10^{-7}}{0.1125}$

$$E = 992400 \text{ V/m}$$

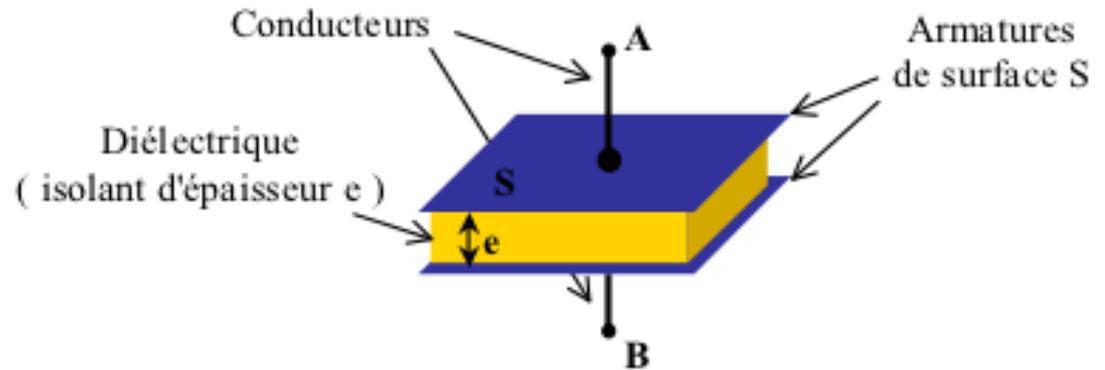
La force f s'exerçant entre les armatures est donnée par la formule :

$$f = \frac{\varepsilon_0 S}{2 e^2} V^2_1 = \frac{C^2_1 V^2_1}{2 \varepsilon_0 S} = \frac{Q^2_1}{2 \varepsilon_0 S} = \frac{E Q_1}{2} = 0,49 \text{ N.}$$

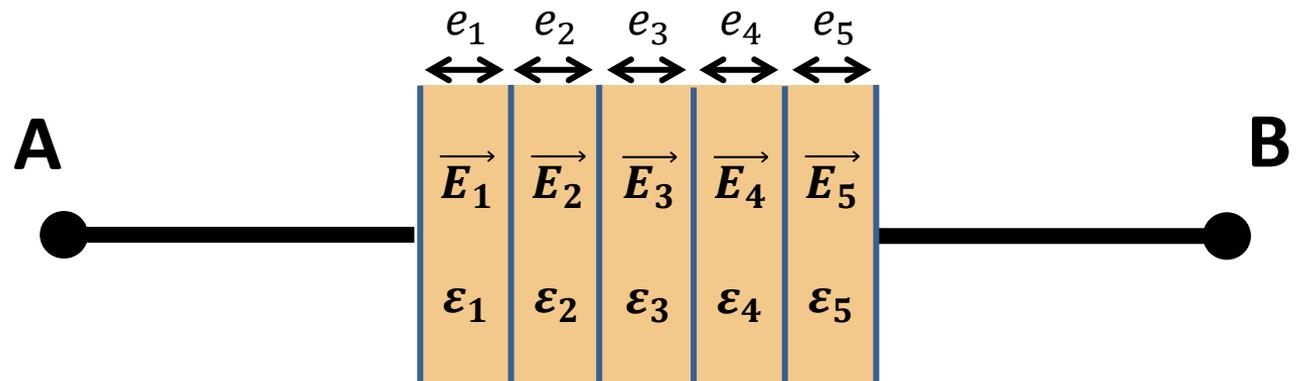
La force f égale : $f = 0,49 \text{ N.}$

Solution de l'exercice: 02

Condensateur Plan.



Condensateur plan rempli par des lames diélectriques de permittivités : ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 , ϵ_4 et ϵ_5



a) Lorsqu'on applique une tension entre les armatures (entre le point A et le point B), les surfaces de séparation seront des **équipotentiels** (سطوح متساوية الكمون).

Si on métallise ces équipotentiels, la distribution du notre système ne se change pas, et on a alors autant de condensateurs en cascade qu'il a des lames diélectriques (**c.à.d. dans notre cas les lames diélectriques, impliquent 5 condensateurs en cascade**), tous de surface S , d'épaisseur e_i et de permittivité ε_i .

La capacité s'exprime par la formule suivante: **$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{e}$**

ε_0 , ε_r , S et e : sont la permittivité du vide ($1/36 \pi 10^9$), la permittivité relative, la surface de l'armature et l'épaisseur, respectivement.

Les condensateurs sont **en série**, donc la capacité totale C est donné par:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\varepsilon_0 S} \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{36\pi \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{1}{7.5} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4.5} + 1 \right)$$

La capacité totale est donc égale:

$$**C = 0.291 \mu F**$$

b) L'inductance D (Vecteur), exclusivement normale est la même dans tous les milieux. Le champ, aussi perpendiculaire aux armatures, a pour intensité dans les différents milieux:

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_1}, E_2 = \frac{D}{\epsilon_2}, E_3 = \frac{D}{\epsilon_3}, E_4 = \frac{D}{\epsilon_4} \text{ et } E_5 = \frac{D}{\epsilon_5}$$

La différence de potentiel appliquée entre les armatures est donnée par:

$$V = D \left(\frac{e_1}{\epsilon_1} + \frac{e_2}{\epsilon_2} + \frac{e_3}{\epsilon_3} + \frac{e_4}{\epsilon_4} + \frac{e_5}{\epsilon_5} \right)$$

On a encore;

$$D = V / \left(\frac{e_1}{\epsilon_1} + \frac{e_2}{\epsilon_2} + \frac{e_3}{\epsilon_3} + \frac{e_4}{\epsilon_4} + \frac{e_5}{\epsilon_5} \right)$$

Le champ électrique $E_1 = \frac{D}{\varepsilon_1} = \frac{V}{\varepsilon_1 \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)} = 550 \text{ V/m}$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_2} = \frac{V}{\varepsilon_2 \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)} = 515 \text{ V/m}$$

$$E_3 = \frac{D}{\varepsilon_3} = \frac{V}{\varepsilon_3 \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)} = 1030 \text{ V/m}$$

$$E_4 = \frac{D}{\varepsilon_4} = \frac{V}{\varepsilon_4 \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)} = 1650 \text{ V/m}$$

$$E_5 = \frac{D}{\varepsilon_5} = \frac{V}{\varepsilon_5 \left(\frac{e_1}{\varepsilon_1} + \frac{e_2}{\varepsilon_2} + \frac{e_3}{\varepsilon_3} + \frac{e_4}{\varepsilon_4} + \frac{e_5}{\varepsilon_5} \right)} = 4110 \text{ V/m}$$

Les champs électriques entre les différents milieux:

$$E_1 = 550 \text{ V/m}, E_2 = 515 \text{ V/m}, E_3 = 1030 \text{ V/m}, E_4 = 1650 \text{ V/m} \text{ et}$$

$$E_5 = 4110 \text{ V/m}$$