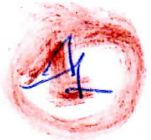


IV) Ecoulement isentropique 1D en conduit à section variable



L'étude de l'écoulement mono dimensionnel isentropique d'un gaz parfait conduit à la notion d'écoulement en tuyère que l'on retrouve dans de nombreuses machines thermiques. Dans ce cas, en considérant la canalisation fixe (ou le mouvement relatif si la canalisation est mobile), les équations de base se simplifient car l'écoulement est adiabatique sans échange d'énergie mécanique avec une machine. À ces équations, on ajoute, compte tenu de l'hypothèse d'isentropie, l'équation des transformations isentropiques des gaz parfaits idéaux (I-24).

on a alors le système d'équations suivant :

$$\rho v R = \text{cte} = \dot{m} = \text{cte}$$

$$\frac{v^2}{2} + h = \text{cte}$$

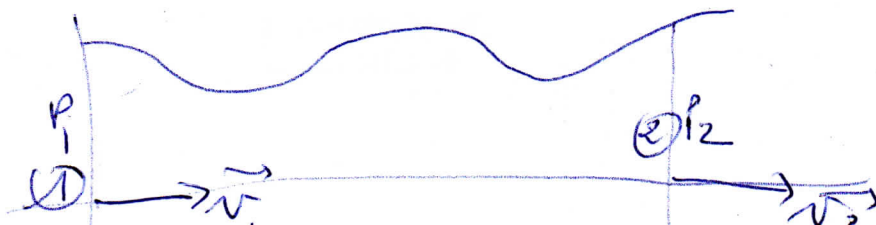
$$\frac{p}{\rho} = rT$$

$$h = c_p T + \text{cte}$$

$$\frac{p}{p_0} = \text{cte}$$

Ainsi, le problème consiste à déterminer l'évolution des inconnues v, ρ, T, h et R en fonction des conditions dans la section amont et de la pression p dans la section considérée ($w_f = q = 0$ et z n'est pas pris en compte).

II-1 Etude générale de l'écoulement
II-1-1 Vitesses de l'écoulement



Sont une vaine d'écoulement quelconque (fig. II-1), une section de référence avant 1 et une section aval ② quelconque.

La même on peut avoir l'obstacle par le degré de Zener (I-18) qui s'écrit :

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = -\Delta h_{12} = h_1 - h_2 \quad \text{II-2}$$

des laquelle, compte tenu de I-12 :

$$\Delta h_{12} = c_p \Delta T_{12} = c_p (T_2 - T_1)$$

La relation de Poisson, d'entre les équations I-11 et I-24, s'écrit :

$$\frac{T_2}{T_1} = \delta^a \text{ ou } a = \frac{\gamma-1}{\gamma} \text{ et } \delta = \frac{p_2}{p_1} \quad \text{II-2}$$

Donc cette équation δ est le taux de détente. Alors :

$$\Delta h_{12} = c_p T_1 (\delta^a - 1)$$

Pour un gaz parfait (relation de R. Mayer), on a :

$$c_p - c_v = r \text{ et } c_p = \frac{r}{a}$$

La variation d'enthalpie a pu s'exprimer :

$$\Delta h_{12} = \frac{r}{a} T_1 (\delta^a - 1) \quad \text{II-3}$$

On obtient alors avec l'équation de Zener (II-1), l'expression suivante de la même :

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot \frac{r T_1}{a} (1 - \delta^a)} \quad \text{II-4}$$

C'est la relation de Barre' de Saint-Venant, on remarque que la même ne dépend que de c et T .

I-1-2 Etat génératen - point d'arrêt (3)
 Lorsque le section amont a une area infinie, la vitesse
 d'écoulement est nulle dans cette section. La vitesse, en une section
 quelconque où la pression a la valeur p , est alors égale à :

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma p_0}{\gamma} \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)} \quad \text{II-5}$$

T_0 est la T dans la section amont où la pression est p_0 .

Par définition, l'état du fluide à vitesse nulle donné par p_0, T_0
 est appelé état génératen du fluide s'écoulant isentropiquement
 à la vitesse v dans une section où la pression est p a la valeur p_0

et où la température ~~a la valeur~~ T est égale à T_0 . Le taux de
 dilata $\delta_0 = \rho_0$ est le taux de dilata génératen de l'écoulement.

En résumé, on peut déterminer les conditions génératries
 du fluide à la T_0, T a la pression p et s'écoulant à la vitesse
 v à partir des relations II-5 et II-2, d'où l'on obtient :

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\gamma v^2}{2\gamma p T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{II-6}$$

Remarque :

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma v^2}{2\gamma p T}\right) = T + \frac{\gamma v^2}{2\gamma p} = \frac{h_0}{C_p} \quad \text{II-7}$$

L'état génératen sert de référence dans tous les écoulements de
 gaz parfaits isentropiques ou non. A ce titre, il est évidemment
 important. Dans le cas d'un écoulement non isentropique,
 cet état sert en état amont hypothétique, puisqu'on
 l'obtient en supposant un écoulement isentropique.

L'état génératen peut être représenté sur un diagramme
 entropique T, s (ou h, s puisque, pour un gaz parfait, cette
 représentation est équivalente). La figure II-2 donne une telle
 représentation qui permet de mettre en évidence l'entropie
 génératen à partir de l'équation de Zener (I-18) :

$$\frac{\gamma v^2}{2} = h_0 - h$$

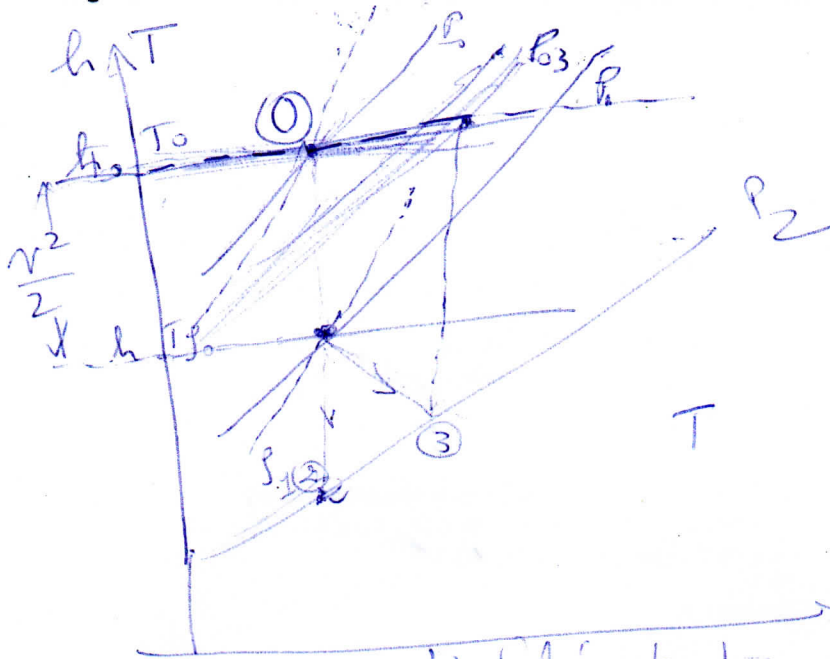


Figure II-2 Schématisation de l'état génératen
d'un gaz parfait en diagramme
 h, s (ou h, s)

Inversement, cette équation permet d'obtenir l'enthalpie de l'état génératen h_0 à partir des caractéristiques de l'état du fluide au point considéré :

$$h_0 = h_1 + \frac{v_1^2}{2} \quad \text{II-8}$$

On obtient la masse volumique de l'état génératen en utilisant la loi de transformation isentropique II-24 :

$$p_0 = p_1 \left(1 + \frac{v_1^2}{2c_p T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{II-9}$$

Il est important de remarquer que, lorsque un fluide part d'un état génératen donné p_0, T_0, h_0 en évoluant de manière adiabatique, l'état génératen pour toute situation ultérieure 1 ou 2 (Figure II-2) ne change pas si l'évolution est réversible. En effet, comme :

$$h_{01} = h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} = h_{02}$$

on a, d'après l'équation (II-7) :

Par ailleurs, en utilisant l'équation (II-8) et en tenant compte de l'équation de Zener :

$$h_0 = h_1 \left(1 + \frac{v_1^2}{2c_p T_1} \right) = h_2 \left(1 + \frac{v_2^2}{2c_p T_2} \right)$$

$$p_{01} = p_{02} = p_0$$

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{1/\gamma}$$

(5)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1/\gamma} = 1$$

Si l'évolution est irréversible, le point 3 est par exemple à la même pression que le point 2 (Figure II-2), car, compte tenu de l'adiabaticité de l'écoulement ($h_3 = h_2 = h_0$)

$$T_0 = T_3 + \frac{V_3^2}{2 C_p} = T_2 + \frac{V_2^2}{2 C_p}$$

$$\text{et } p_3 = p_3 \left(\frac{h_0}{h_3} \right)^{1/\gamma} = p_3 \cdot \left(\frac{T_0}{T_3} \right)^{1/\gamma} = p_2 \cdot \left(\frac{T_0}{T_3} \right)^{1/\gamma} = p_2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{1/\gamma} \neq p_2$$

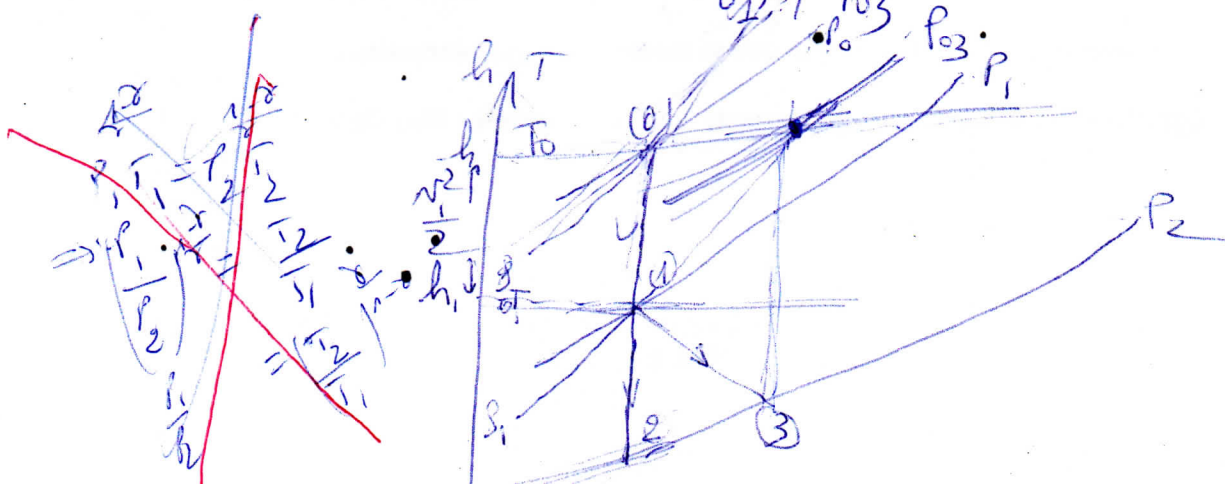
Ainsi, l'état général du pt 3 est tel que : T_0, h_0 et $p_3 \neq p_2$

$$p_2, T_2 \rightarrow T_2, p_2$$

$$T_2 p_2^{1/\gamma} = T_0 p_0^{1/\gamma}$$

Ainsi, l'état général du point (3) est $T_0, p_3 \neq p_2 = p_1$, on peut énoncer le résultat suivant :

Dans un écoulement adiabatique quelconque (irréversible) passant le fluide d'un état (1) à un état (3), les T_0 génératrices sont constantes $T_{01} = T_{03}$ alors que les pressions génératrices évoluent $p_1 \neq p_3$



Les relations précédentes peuvent être données en fonction du nombre de Mach Ma de l'écoulement où $Ma = \frac{v}{v_s}$. (6)

En effet, on a :

$$v_s^2 = \gamma r T = (\gamma - 1) \varphi T$$

$$\Rightarrow \varphi T = \frac{v_s^2}{\gamma - 1}$$

Ainsi, les conditions génératrices s'expriment par :

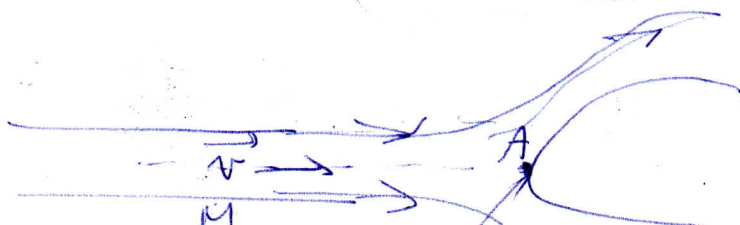
$$P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{--- II - 10}$$

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right) \quad \text{--- II - 11}$$

Ces expressions montrent que dans les écoulements subsoniques pour lesquels $v < v_s$ ou $Ma < 1$, les c. génératrices sont proches de l'état du fluide en écoulement du moins lorsque Ma est relativement faible, inférieur à 0,3 par exemple. Les conditions génératrices correspondent également aux conditions que l'on obtient au point d'arrêt d'un écoulement. Considérons un corps quelconque placé dans un écoulement infini (figure II-3). Il existe une ligne de courant particulière qui doit se séparer, au point A, dit point d'arrêt, la vitesse ne peut alors qu'être nulle. Si on admet qu'en ce point quelconque M et le point A s'évaluent et isentropiques, on obtient par un raisonnement analogue à celui qui a été fait ci-dessus :

$$P_A = P_0$$

$$T_A = T_0$$



L'écoulement de l'évolution d'un fluide entre un point de vitesse donnée V et un point d'arrêt, montre que la compressibilité du gaz dans un écoulement isentropique peut être négligée tant que le nombre de Mach de l'écoulement est inférieur à 0,5 environ.

Dans le tableau II-1, sont données les rapports de pressions P_A/P en fonction du nombre de Mach en tenant compte de la compressibilité du gaz (équation II-10) d'une part, en supposant le gaz incompressible d'autre part. Dans ce dernier cas, on peut appliquer l'équation de Bernoulli entre M et A et on obtient :

$$P_{Ainc} = P + \rho \frac{V^2}{2} = P \left(1 + \frac{V^2}{2rT} \right) \quad \text{II-12}$$

$$P_{Ainc} = P \left(1 + \frac{\gamma}{2} M_a^2 \right) \quad \text{II-13}$$

M_a	0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1
P_A/P	1,00700	1,0280	1,0630	1,12	1,175	1,252	1,443	1,70
P_A/P inc	1,00701	1,0283	1,0644	1,117	1,186	1,276	1,524	1,89

Tableau II-1 Taux de compression au point d'arrêt

- 1) met compte de la compressibilité du fluide (air)
 2) hypothèse fluide incompressible
- Examen de MDE

⑧

l'observation du tableau II-1 montre que les courbes du fluide pur, dans ce cas, entraînent une différence de 17, seulement à $Ma = 0,5$ et de 11% à $Ma = 1$. Ce résultat justifie l'hypothèse faite quant à l'incapacité du fluide dans le écoulement de fluide compressible tant que l'écoulement reste nettement subsonique ($Ma \leq 0,7$ environ).

Enfin, l'évolution de la pression et de la température d'un état générant P_0, T_0 donné peut être tracée (Figure II-4) à partir des équations II-10 et II-11 en fonction du nombre de Mach local de l'écoulement isentropique.

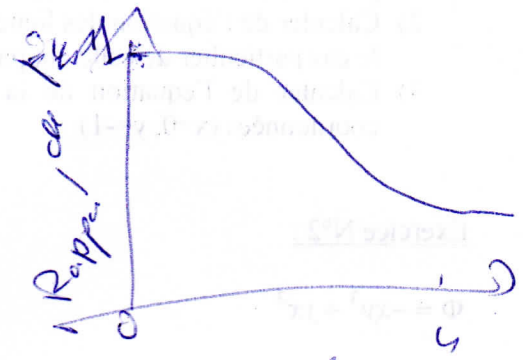
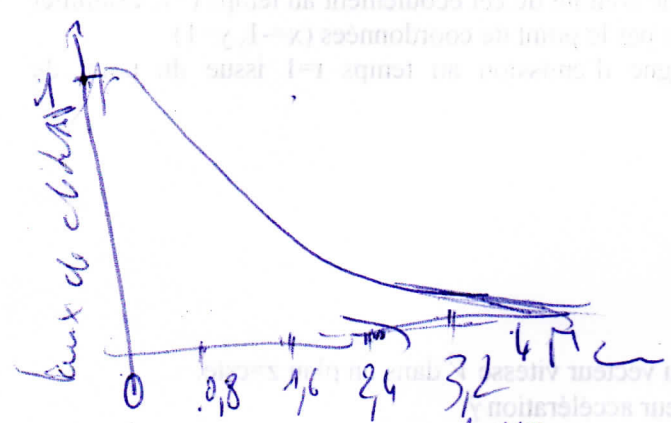


Figure II-4 Evolution de la pression et de la température d'un état isentropique d'un état initial du nombre de Mach.

II-1-3 Vitesse de détente dans le vide

Suit un état générant P_0, T_0 et une section dans laquelle la pression P est nulle (vide). La vitesse, donnée par la relation II-5, est alors maximale. Elle a pour expression

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\gamma T_0}{a}} = \sqrt{2\gamma T_0} \quad \text{II-11}$$

Cette vitesse est indépendante de la pression, elle ne dépend que de la T_0 de l'état générant et du fluide. On peut comparer cette vitesse à la vitesse de

II-2 Rayonnements de l'écoulement

Les équations I-2, I-11, I-12, I-18 et I-24 applicables à l'écoulement isentropique monodimensionnel d'un gaz parfait idéal font apparaître que la section droite Ω doit suivre une évolution particulière du fait de la pression. Cet aspect est caractéristique de la particularité principale de ce type d'écoulement.

II-2-1 Evolution de la section droite en fonction de la pression

Dans la suite de cette étude la référence amont sera prise égale à l'état généralisé, ce qui équivaut à prendre le point de référence amont dans un réservoir de grande dimension ($\Omega_0 = \infty$).

L'équation de continuité I-2 permet d'affirmer que, le débit-masse $\dot{m}$ étant constant dans l'écoulement, la section de l'écoulement Ω doit varier comme $\frac{1}{\rho v}$. On étudie alors séparément la variation de ρ puis celle de v avec la pression.

II-2-1-1 Evolution de la masse volumique avec la pression

L'équation I-24 de l'évolution isentropique permet d'écrire :

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{--- I-16 ---}$$

avec $\rho_0 = \frac{\dot{m}}{p_0}$

Ainsi :

- pour $p = p_0$, soit $\frac{p}{p_0} = 1$, on a : $\rho = \rho_0$;
- pour $p = 0$, soit $\frac{p}{p_0} = 0$, on a : $\rho = 0$

La dérivée $\frac{d\rho}{dp} = \rho_0 \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} = \frac{\rho_0}{\gamma} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{1}{\gamma}}$ est une fonction continue décroissante de ∞ pour $\frac{p}{p_0} = 0$ à $\frac{\rho_0}{\gamma}$ pour $\frac{p}{p_0} = 1$.

Sur le graphique ci-dessous, pour $\frac{p}{p_0} = 1$, la courbe $\rho(p)$ ou $\rho\left(\frac{p}{p_0}\right)$ a l'allure représentée.

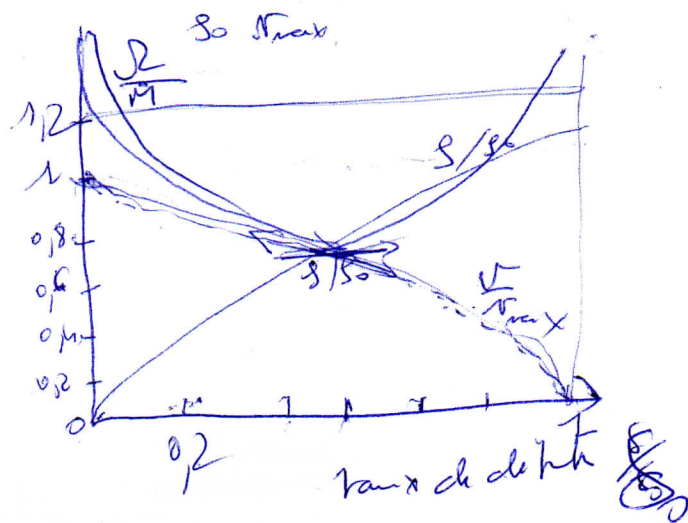


Figure II-5 Evolution des paramètres v, p, s en fonction de la pression (ou du taux de détente) pour un écoulement isentropique de gaz parfait

II-2-1-2 Evolution de la vitesse avec la pression

A l'équation de Bernoulli de Saint Venant II-4, s'écrit, en prenant de l'ex pression de la vitesse maximale de détente des le vide (équation II-14) :

$$v = v_{\max} \sqrt{1 - s_0^a} \quad \text{--- II-17}$$

Ainsi :

- pour $p = p_0$ ($s_0 = 1$), on a : $v = 0$;
- pour $p = 0$ ($s_0 = 0$), on a : $v = v_{\max}$

La dérivée de cette fonction s'écrit :

$$\frac{dv}{ds_0} = -\frac{a}{2} v_{\max} \frac{s_0^{-1/2}}{\sqrt{1 - s_0^a}} \quad \text{--- II-18}$$

L'étude de cette dérivée donne :

- pour $p = p_0$ ($s_0 = 1$) : $\frac{dv}{ds_0} \rightarrow -\infty$;
- pour $p = 0$ ($s_0 = 0$) : $\frac{dv}{ds_0} \rightarrow -\infty$

Si on fait $\frac{dv}{ds_0} = 0$, on trouve la valeur de s_0 qui rend la dérivée nulle, donc de v maximale.

II - 2.1.3 Evolution de la section avec la pression. (11)

Le produit des fonctions $f(S_0)$ et $v(S_0)$ donne une fonction passant par 0 pour $S_0=0$ et $S_0=1$ et donc par un maximum pour une valeur de S_0 comprise entre 0 et 1.

L'inverse de cette fonction qui, à une constante près (égale à l'inverse du débit), représente l'évolution de la section en fonction de la pression (ou du taux de détente).

$$\frac{1}{f v} = \frac{R}{\pi} = f(p) \text{ ou } f(S_0) \quad \text{--- II - 19}$$

passant par un minimum et $\rightarrow \infty$ pour $S_0=0$ soit $p=0$ et pour $S_0=1$ soit $p=p_0$

Cette fonction a pour expression (combinaison de II-16 et II-17),

$$\frac{R}{\pi} = \frac{1}{S_0 v_{\max}} \frac{S_0^{1/\gamma}}{\sqrt{1-S_0^2}} \quad \text{--- II - 20}$$

On constate que, à une constante près, cette fonction a la même expression que celle de la dérivée de la vitesse (équation II-18).
On peut alors affirmer que le minimum de la fonction $\frac{R}{\pi}$ correspond au point d'inflexion i de la courbe $v(p)$.

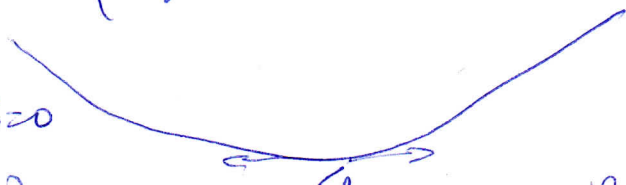
En définitive, l'étude de l'évolution de R en fonction de p permet d'établir le résultat suivant:
Lorsqu'un gaz parfait idéal s'écoule de façon isentropique d'un réservoir de grande dimension (pression nulle) vers un réservoir où la pression est nulle, la section du tube de courant (ou de la veine d'écoulement) varie d'une valeur infinie à l'avant à une valeur infinie à l'aval en passant par une valeur minimale appelée col (Throat).

La partie située à l'amont du col est le convergent, celle qui se trouve à l'aval, le divergent (Figure II-6)

Figure II-6 Evolution de

$M_0=0$

aval



Inversement, on peut affirmer que, si un gaz s'écoule entre 2 (12) réservoirs dont l'un est à une pression maintenue nulle, il faut que la veine d'écoulement présente un col ~~que~~ pour que l'écoulement adiabatique soit réversible.

La position du col, ou de l'écoulement qui atteint l'état de l'écoulement, dépend de la variation de p avec s (ou σ) des le cas d'une veine à ligne moyenne rectiligne et est située au point $s = s_c$ tel qu'en ce point la pression soit $p = p_c = p^*$. Cette valeur de la pression sera déterminée plus loin.

II-2-2 Vitesse au col

La combinaison a de l'équation différentielle de continuité :

$$\frac{ds}{s} + \frac{d\Omega}{\Omega} + \frac{dV}{V} = 0$$

et de l'équation différentielle de la transformation isotherme :

I-24: $\frac{ds}{s} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p} \quad \text{--- II-21}$

Conduisant à l'équation :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p} + \frac{d\Omega}{\Omega} + \frac{dV}{V} = 0 \quad \text{--- II-22}$$

Par ailleurs, en considérant la réversibilité de l'écoulement, l'équation de la quantité de mouvement (I-6) devient :

$$dp = -\rho V dV \quad \text{--- II-23}$$

Ainsi, l'équation II-22, devient :

$$\frac{dV}{V} \left(1 - \frac{\gamma^2}{\gamma} \frac{p}{\rho} \right) + \frac{d\Omega}{\Omega} = 0$$

En utilisant l'introduction de la vitesse du son $N_s^2 = \frac{\gamma p}{\rho}$, on obtient :

$$\frac{d\Omega}{\Omega} = \left(M^2 - 1 \right) \frac{dV}{V} \quad \text{--- II-24}$$

est la relation de Hugoniot qui permet de faire l'étude de la variation de la vitesse en fonction de la section droite.

Deux cas sont à considérer :

(13)

a) Variation ^{de la vitre au col} de la vitre au col $dv \neq 0$
si dans le CV où $d\Omega < 0$, la vitre $\nearrow$ ($dv > 0$). On relate α de θ
Hugoniot indique que le nombre de Mach doit être < 1 à l'interface : la
vitre est subsonique. Dans le DV, la vitre $\searrow$ ($dv < 0$)
puisque se déveillé en fonction de s plane de α au col et α
encore $Ma < 1$: l'écoulement est subsonique.
Puis l'écoulement est subsonique dans toute la vitre.
Si dans le CV la vitre $\searrow$, il faut que $Ma > 1$: c'est l'écoulement
supersonique. Dans le DV, la vitre $\nearrow$ et α doit en core avoir
 $Ma > 1$ même l'écoulement supersonique. Dans ce cas, l'écoulement
est supersonique dans toute la partie d'écoulement.

b) Croissance de la vitre au col : $dv \neq 0$
Pour avoir $dv \neq 0$ au col d'une vitre d'écoulement ($d\Omega = 0$)
le nombre de Mach doit être $= 1$. l'écoulement est alors sonique
au col et, si dans le CV la vitre $\nearrow$, le nombre de Mach est < 1
et l'écoulement est subsonique.
Dans le DV, la vitre continue à $\nearrow$ puisque $dv \neq 0$ au col,
ce qui entraîne $Ma > 1$ et indique que l'écoulement est
supersonique.

Conclusion :

La vitre au col d'un écoulement isentropique peut
être subsonique ou sonique. Lorsque la vitre au col atteint
celle du CV le col est lieu de transition qui s'est subsonique
des le CV et supersonique des le DV.
Si la vitre du CV n'est pas atteinte au col,
la région d'écoulement le n° de part et d'autre du col

La relation entre la vitesse et l'évolution de la section peut être déterminée à partir de la figure précédente II.5.

Le cas de croissance de vitesse au col correspond au cas où le col géométrique de l'écoulement coïncide avec le minimum de la courbe de la courbe $\frac{\Omega}{H}$ puisque, par la valeur P_1 de la pression, on a $dV \neq 0$. Ainsi, la vitesse V_1 correspond à la même valeur :

$$V_1 = V_{S1} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{P_1}{\rho_1}} \quad \text{II.25}$$

On obtient le cas (a) (subsque des tout le cas) en notant que le col de la veine a une variation nulle de R en fonction de s et ne pas de p . (c'est-à-dire $\frac{dR}{ds} = 0$ et ne $\frac{dR}{dp} \neq 0$)

On peut alors imaginer, par exemple, que la première p en fonction de s à partir de la valeur p_1 , la section $\downarrow$ avec s (CV) puis admettre que p passe par un minimum p_1 avant d'avoir atteint la valeur P_1 d'équilibre de pression exige, alors une T de R correspondant au DV.

Au cours de cette évolution en fonction de s , la courbe $v(p)$ indique que la vitesse $\nearrow$ jusqu'à $p = p_1$, puis diminue lorsque p a nouveau. Dans ce cas v reste $\leq V_1$, ce qui correspond à un écoulement subsone dans toute la veine.

Ex 23 Taux de détente au col
Capable de la vitesse du son

15

Le taux de détente au col permettant d'obtenir la vitesse du son au col critique par :

$$\delta_{oi} = \frac{P_i}{P_0} \quad \text{--- Ex 26}$$

pour cette valeur on a simultanément :

$$\frac{dM}{ds} = 0 \text{ et } \frac{dM}{dp} = 0$$

Ce taux de détente δ_{oi} , appelé également taux de détente critique p_c , calculé à partir de la relation de Barre de Saint Venant des laquelle la vitesse V est à remplacer par la vitesse du son au col $V_c = V_{si}$

$$V_{si}^2 = \frac{2rT_0}{a} \left(1 - \delta_{oi}^a \right) \quad \text{à obtenir ;}$$

$$\Rightarrow \frac{T_i}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \left(1 - \delta_{oi}^a \right)$$

En utilisant la relation de Poisson $\left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \delta^a$

$$\left(\frac{T_i}{T_0} \right) = \delta_{oi}^a \Rightarrow \frac{2}{\gamma+1} = \delta_{oi}^a$$

$$\delta_{oi} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{--- Ex 27}$$

Ce taux de détente ne dépend

La vitesse du son au col V_{Si} peut s'exprimer en fonction de la température de l'état général. En effet, en reprenant la relation de Barro' de Saint Venant et l'expression de δ_{0i} , on peut écrire :

$$V_{Si}^2 = \frac{2rT_0}{a} \left[1 - \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] = \frac{2rT_0}{a} \left(1 - \frac{2}{\gamma+1} \right)$$

on obtient alors :

$$V_i = V_{Si} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} rT_0} \quad \text{--- II-28}$$

et en introduisant la vitesse du son de l'état général V_{S0} :

$$V_{Si} = V_{S0} \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \quad \text{--- II-29}$$

La vitesse du col d'un élt, donnée par l'équation II-29 est encore appelée vitesse du son critique. On den note par $V_S^* = V_{Si}$

II-2-4 Température du fluide en écoulement isentropique
La température du fluide au col d'un écoulement isentropique en régime laminaire s'obtient à partir de la relation de Poisson :

$$\frac{T_i}{T_0} = \delta_{0i}$$

$$\frac{T_i}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \quad \text{--- II-30}$$

II-2-5 Equations du débit :

Le débit est donné par l'équation de continuité (I-2) en remplaçant :

4. On peut l'exprimer II-31 de Barré de Saint-Venant

$$\dot{M} = \rho \Omega \sqrt{\frac{g r_0^3}{a}} \cdot f_0^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{1-f_0^2}) \quad \text{II-31}$$

Pour une section Ω donnée, on peut écrire :

$$\dot{M} = K \cdot \gamma \quad \text{II-32}$$

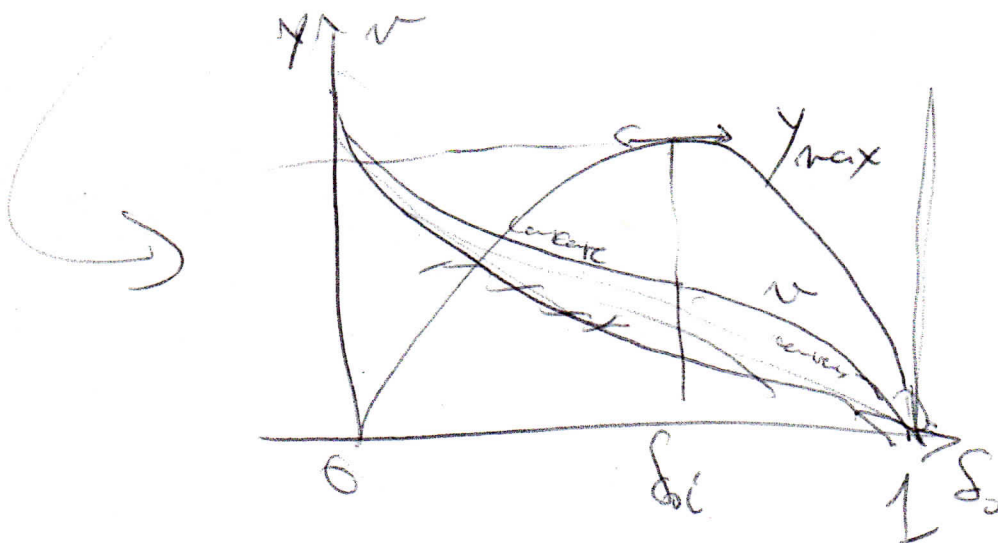
$$K = \rho \Omega \sqrt{\frac{g r_0^3}{a}}$$

$$\gamma = \int_0^1 \sqrt{1-f^2} \quad \text{II-33}$$

$\gamma(f)$

La fonction $\gamma(f)$ correspond, à une cote p_0 , à la fonction $f v = f(f_0)$. Ainsi, la valeur qui annule la dérivée de γ , annule également celle de $f v$ et la maximum de γ (fonction qui s'annule pour $f_0 = -1$ et $f_0 = 1$) correspond au minimum de la fonction $\frac{r_0}{r_1} = f(f_0)$. Ici

ici pour $f_0 = b_0$ $\frac{1}{f v}$ (voir Fig)



II-7) Evolution thermique
du débit en fonction de la