

CHAPITRE 1

RAPPELS SUR LES POMPES

1.1 Notions générales. Définitions et classifications des pompes

On appelle pompe tout appareil qui aspire un liquide d'une région à basse pression pour le refouler vers une région à plus grande pression.

Au point de vue physique la pompe transforme l'énergie mécanique de son moteur d'entraînement en énergie hydraulique.

Toutes les pompes sont divisées en deux classes principales selon le mode de fonctionnement :

- Les turbopompes
- Les pompes volumétriques (pompes à piston)

On classe les turbopompes en trois types essentiels suivant la direction du liquide à l'intérieur de la roue :

1. pompes centrifuges
2. pompes à hélice (pompes axiales)
3. pompes à tourbillon

Les pompes à piston sont utilisées pour de grandes pressions de refoulement. On classe les pompes à piston d'après les paramètres suivants :

- a) – disposition des cylindres
- b) – nombre de cylindres
- c) – types de piston
- d) – mode d'action
- e) – méthode d'entraînement
- f) – destination et usage des pompes

1.1.1 Critères généraux de définition des pompes

Les critères les plus importants des pompes sont suivants :

1° La vitesse de rotation :

C'est le nombre de tours qu'effectue la pompe par unité de temps – « **N** » en [tr/mn].
Le déplacement angulaire (vitesse angulaire) – « **w** » ; en [rd/s].

$$w = \frac{2 \pi N}{60}$$

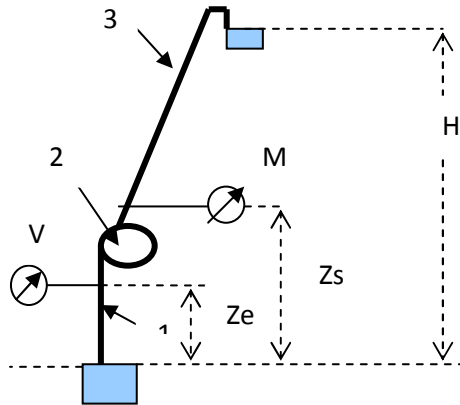
2° Le débit d'une pompe « Q » :

Cette notion de débit est utilisée surtout dans le cas des turbopompes. Dans le cas des pompes volumétriques on utilise beaucoup plus la notion de cylindrée « **Ci** » ; c'est le volume que débite une pompe pour un tour de rotation :

$$Ci = Q/N \text{ en [m}^3/\text{tr]} ;$$

3° La hauteur produite par la pompe : hauteur manométrique « **H ».**

a) aspiration en dépression.



- 1 - conduite d'aspiration
- 2 - pompe (centrifuge)
- 3 - conduite de refoulement
- M**- manomètre installé à la sortie de la pompe ;
- V** – manomètre à vide installé à l'entrée de la pompe ;
- Hg** – hauteur géométrique

Fig. 1 Aspiration en dépression

Pour une pompe à l'aspiration en dépression, la hauteur manométrique est égale à

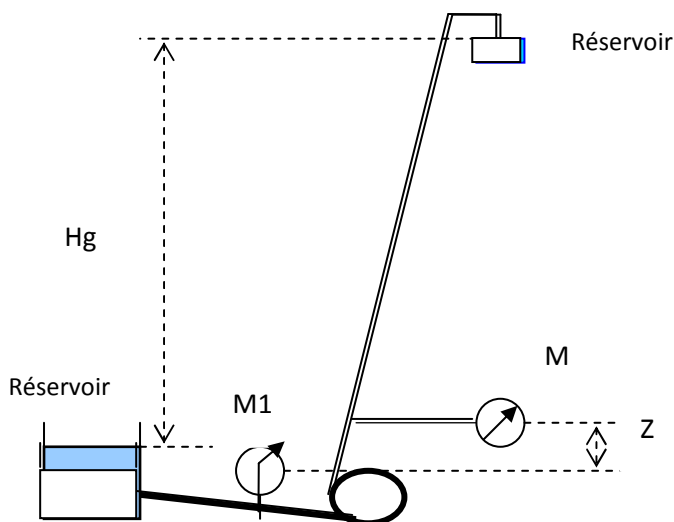
$$H = E_s - E_e = \frac{P_s - P_e}{\gamma} + \frac{V_s^2 - V_e^2}{2g} + (Z_s - Z_e) ;$$

Où P_s – pression absolue à la sortie ; $P_s = P_{atm} + P_m$

P_e - pression absolue à l'entrée ; $P_e = P_{atm} - P_v$, donc on a

$$H = E_s - E_e = \frac{P_m + P_v}{\gamma} + \frac{V_s^2 - V_e^2}{2g} + (Z_s - Z_e)$$

b) pompe en charge (voir Fig.2)



$$H = \frac{P_m - P_{m1}}{\gamma} + \frac{V_s^2 - V_e^2}{2g} + Z$$

Fig.2 Pompe en charge

4° Puissance absorbée et utile

- **Puissance absorbée**-La puissance disponible sur l'arbre d'entraînement de la roue de la pompe est la puissance absorbée P_a de cette pompe. Cette puissance est la puissance utile du moteur de la pompe et elle est égale à $P_a = C \omega$.
- **Puissance utile**-La puissance transmise au liquide par la pompe est appelée puissance utile :

$$P_u = \gamma Q H ;$$

où γ – poids spécifique du liquide ;

Q – débit de la pompe ;

H – hauteur manométrique totale d'élévation

Les formules utilisées pour déterminer la puissance utile en fonction de système d'unités :

- $P_u = 10^3 Q H$ en $[kgf m /s]$;
- $P_u = 9.81 Q H$ en $[kW]$; (système d'unités SI)
- $P_u = 10^3 Q H / 75$ en $[c-v]$

La formule de la puissance absorbée est la suivante :

$$P_a = C \omega$$

où C – couple de rotation ; en $[N m]$;

ω – vitesse angulaire ; en $[rd/s]$

5° Rendement de la pompe :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

1.2 Définition et construction d'une pompe centrifuge

Une pompe centrifuge est construite pour élever à une hauteur H un débit Q .

D'une façon générale, une pompe centrifuge comporte (Fig.3) :

1°. Un organe mobile appelé roue, turbine ou rotor.

2°. Des organes fixes :

- Diffuseur
- Canaux de retour (dans la pompe multicellulaire)
- Bâche spirale, volute ou corps de pompe.

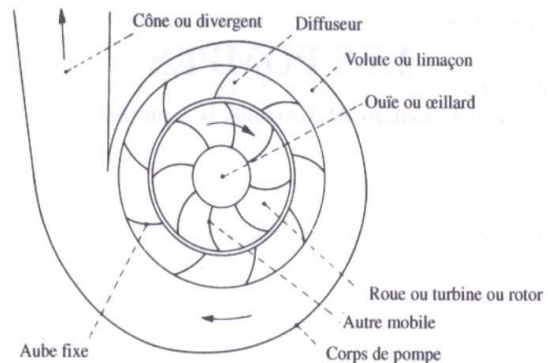
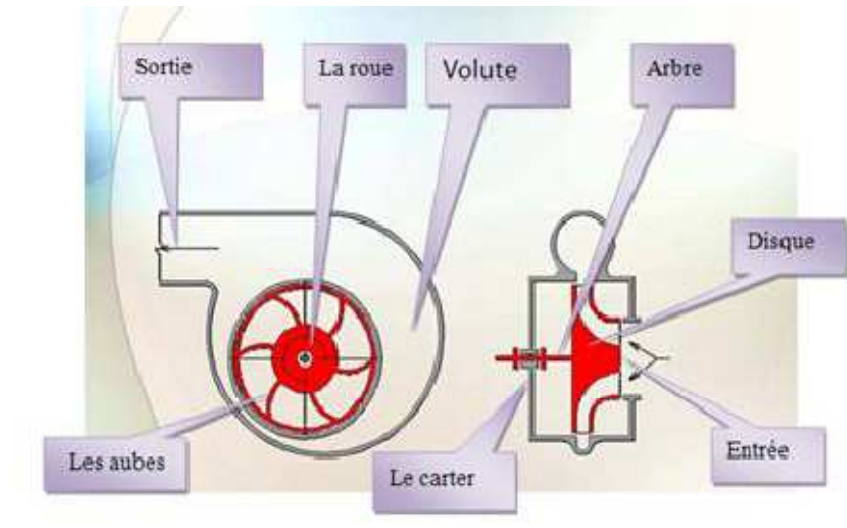
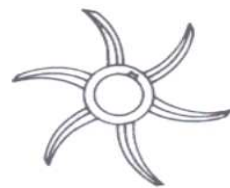


Fig. 3 Constitution d'une pompe centrifuge



Roue et son rôle

La roue se compose de deux disques (dit aussi flasques) qui sont reliés entre eux par intermédiaire d'un certain nombre d'aubes. L'un des deux disques est calé sur l'arbre d'entraînement et l'autre possède en son centre un orifice (dit aussi ouïe), qui doit permettre le passage du liquide dans la roue (voir la figure 3). L'énergie transmise à l'eau, grâce à la rotation de la roue, a pour effet d'augmenter, à la fois, la pression et la vitesse absolue de l'eau.



Rotor ouvert



Rotor demi-ouvert



Rotor fermé

Diffuseur

Le diffuseur est formé d'aubages offrant à l'eau un passage à section croissante du corps de la pompe et aura pour rôle de transformer en pression une partie de la grande vitesse de l'eau sortant de la roue. Il est utilisé généralement dans les pompes multicellulaires.

Volute ou corps de pompe

La volute conduit l'eau vers le divergent raccordé à la conduite de refoulement. Sa section est croissante et elle est maximale à la sortie où elle reçoit le débit global refoulé par la roue. En conséquence, la vitesse à l'intérieur de la volute reste constante.

1.3 Courbes caractéristiques d'une pompe à vitesse constante de rotation

1.3.1 Rappel de la théorie des pompes centrifuges

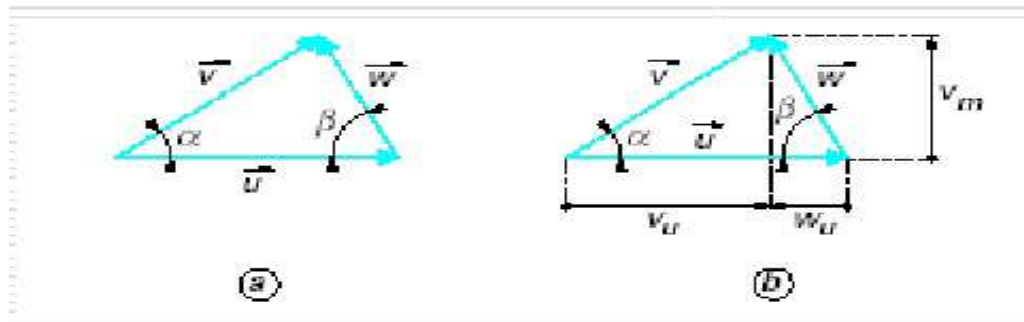
Au sens le plus général du terme, une turbomachine est une machine dont la pièce essentielle est une roue portant des aubes disposées symétriquement autour de l'axe. L'écoulement du fluide sur ces aubes provoque l'échange d'énergie entre la veine fluide et l'arbre de la machine.

Le mouvement d'une particule liquide dans la roue est composé de deux mouvements :

--- mouvement relatif qui est le mouvement suivant les surfaces des aubes « $\vec{W}$ ».

--- mouvement d'entraînement est le mouvement de rotation avec une vitesse de rotation ω « $\vec{U}$ ».

Donc la vitesse absolue de la particule est égale à $\vec{V} = \vec{U} + \vec{W}$ qu'on appelle triangle des vitesses.



Triangle des vitesses

$\vec{U}$ -- vitesse d'entraînement, dirigée suivant la tangente à la roue au point considéré $U = \omega r$;

$\vec{W}$ -- vitesse relative, dirigée suivant la tangente à la surface de l'aube de la roue au point considéré ;

$\vec{V}$ --- vitesse absolue ;

$\vec{V}_u$ -- vitesse circonférentielle (projection de la vitesse absolue sur la tangente à la roue), $V_u = V \cos \alpha$

$\vec{V}_r$ -- vitesse radiale (projection de la vitesse absolue sur le rayon), $V_r = V \sin \alpha$;

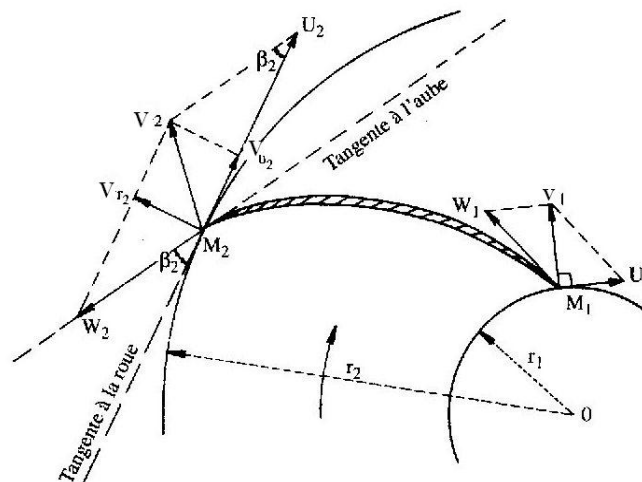
$\vec{V}_z$ -- vitesse axiale (projection de la vitesse absolue sur l'axe de rotation de la pompe) ;

α – angle entre $\vec{V}$ et $\vec{U}$;

β – angle entre $\vec{W}$ et $\vec{U}$;

b_1 et b_2 – largeurs à l'entrée et à la sortie de la roue.

Sur la figure ci-dessous sont présentés les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie d'une roue de pompe centrifuge.



Les angles, vitesses et rayon à l'entrée de la roue sont affectés de l'indice 1.

Les angles, vitesses et rayon à la sortie de la roue sont affectés de l'indice 2.

L'application à l'écoulement du liquide dans la roue d'une pompe centrifuge **du théorème du moment cinétique** conduit aux résultats suivants :

Le moment des actions exercées par les aubes de la roue sur le liquide qui la traverse, c'est-à-dire **le couple C** qu'il faut appliquer sur l'arbre de la pompe en négligeant les frottements mécaniques et hydrauliques, est donné par la formule suivante :

$$M = \frac{\gamma}{g} Q (V_{u2} r_2 - V_{u1} r_1) = C \quad (1)$$

La puissance appliquée à l'arbre (puissance absorbée) s'écrit donc

$$Pa = C_w = \frac{\gamma}{g} Q (V_{u2} U_2 - V_{u1} U_1) \quad (2)$$

Dans cette formule, l'expression suivante est donc homogène à une hauteur :

$$Heff = \frac{V_{u2} U_2 - V_{u1} U_1}{g} \quad (\text{Théorème d'Euler}) \quad (3)$$

On l'appelle la **hauteur effective d'élévation** (ou « hauteur engendrée »).

1.3.2 Fonctionnement en régime optimal. Rendement manométrique

Le régime optimal de la pompe est caractérisé par le fait que la vitesse $\vec{W}_1$ à l'entrée de la roue est tangente à l'aube et la vitesse absolue $\vec{V}_2$ à la sortie de la roue est tangente à l'aube fixe du diffuseur.

Les seules pertes de charge du liquide à la traversée de la pompe sont celles dues aux frottements hydrauliques des filets liquides entre eux et contre les aubages fixes et mobiles.

En conséquence, en fournissant sur l'arbre de la pompe une énergie représentée par la hauteur $Heff$, on ne recueille, en fait, que la **hauteur nette Hn** (hauteur produite par la pompe) telle que :

$$H = Hn = Heff - (hr + hd) \quad (4)$$

Où $(hr + hd)$ – pertes de charge dans la roue et le distributeur dues au frottement hydraulique.

Le **rendement manométrique optimal** de la pompe sera :

$$\eta = \frac{Hn}{Heff} \quad (5)$$

1.3.3 Fonctionnement en régime quelconque. Courbes caractéristiques

Une pompe centrifuge fonctionne rarement à régime constant correspondant au régime optimal, étudié précédemment. Il se produit généralement des variations de régime dues aux nécessités de l'exploitation.

Pour une pompe donnée et pour un régime de fonctionnement déterminé caractérisé par un débit Q et une vitesse de rotation N , les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie sont parfaitement déterminés ainsi que les vitesses absolues ($\vec{V}$), relatives ($\vec{W}$) et d'entraînement ($\vec{U}$).

Il résulte des formules (3) et (4) établies précédemment que pour le régime de fonctionnement survisé (Q et N donnés), la hauteur ($Heff$ ou Hn) est parfaitement déterminée.

C'est là une caractéristique très importante des pompes centrifuges et qui différencie profondément le fonctionnement de ces machines de celui des autres catégories de pompes.

En définitive, le fonctionnement d'une pompe centrifuge aux différents régimes possibles est caractérisé par une surface ayant pour l'équation :

$$F(H, Q, N) = 0$$

A chaque point de cette surface correspond un point de fonctionnement de la pompe.

Si on joint, sur la surface $F(H, Q, N) = 0$, les points pour lesquels la pompe possède le même rendement, on obtient **des réseaux de courbes équi-rendement**.

Toutefois ce système de représentation à trois dimensions est assez compliqué et on préfère adopter un système plus simple, à deux dimensions, qui *constitue le procédé des courbes caractéristiques*.

Dans ce mode de représentation on considère qu'une des trois variables H , Q et N est constante, ce qui permet de se ramener à une fonction de deux variables, c-à-d d'obtenir une représentation plane.

En général, c'est la variable N qui est supposée constante et on peut ainsi étudier pour une pompe centrifuge :

1. - la caractéristique **$Heff = f(Q)$** à vitesse constante N ;

2. - la caractéristique $H_n = f(Q)$ à vitesse constante ;
3. - la caractéristique $P_a = f(Q)$ de la puissance fournie à l'arbre de la pompe en fonction de débit (puissance absorbée) à vitesse constante ;
4. - la caractéristique $\eta = f(Q)$ de rendement à la vitesse constante.

Nous n'étudierons pas la caractéristique de la hauteur effective qui ne présente guère d'intérêt pratique et nous nous limiterons à l'examen des caractéristiques de la hauteur nette, de la puissance et du rendement à la vitesse constante de rotation.

1.3.4 Caractéristique de la hauteur nette à vitesse constante : $H_n = f(Q)$

La hauteur nette est égale à la hauteur effective diminuée :

- Des pertes de charge dues aux frottements des filets liquides entre eux et contre les parois de la pompe dans la roue (h_r) et dans le diffuseur (h_d);
- Des pertes de charge dues aux chocs à l'entrée et à la sortie de la roue. Ces pertes h_{ch} proviennent de la non concordance des directions des filets liquides avec les aubes de la roue 'à l'entrée) et les aubes du diffuseur (à la sortie) lorsqu'on s'éloigne du régime de fonctionnement optimal.

En définitive, en régime quelconque, on a :

$$H_n = H_{eff} - (h_r + h_d + h_{ch})$$

Compte tenu de la variation de ces différentes

pertes de charge en fonction du débit, la hauteur nette a pour expression en fonction du débit Q et de la vitesse de rotation N :

$$H_n = \mu N^2 + \lambda N Q + k Q^2,$$

Les coefficients μ , λ et k étant fonction des caractéristiques de la pompe (forme et dimensions des aubes de la roue et du diffuseur).

La caractéristique $H_n = f(Q)$ à vitesse constante est donc représentée par une parabole qui coupe l'axe des hauteurs en un point P dont l'ordonnée OP correspond à la hauteur à débit nul ou « hauteur de barbotage » (Fig. 5).

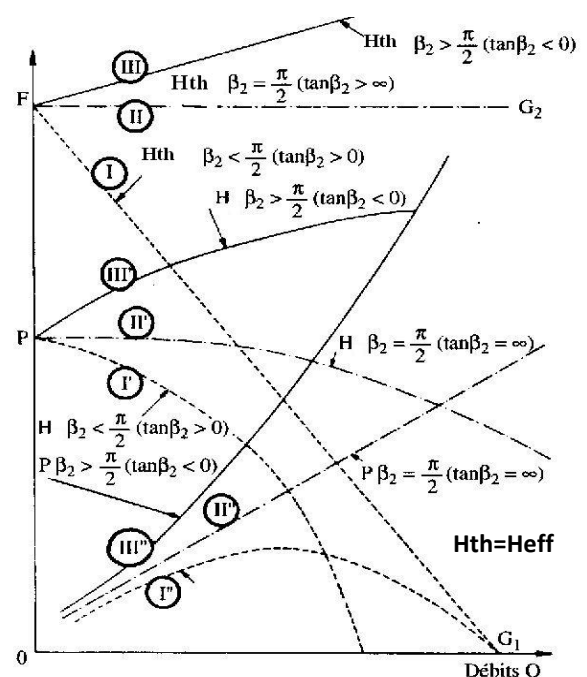
La forme de la caractéristique H_n est intimement liée à la valeur de l'angle β_2 , « l'angle de sortie des aubes ». --- si l'angle $\beta_2 < 90^\circ$ ($\tan \beta_2 > 0$), la caractéristique H_n située entièrement au-dessous de la droite H_{eff} a une allure générale tombante pouvant ou non présenter un maximum (courbe I') ;

--- si $\beta_2 = 90^\circ$ ($\tan \beta_2 = \infty$), la caractéristique H_n a l'allure indiquée en II' ;

--- si $\beta_2 > 90^\circ$ ($\tan \beta_2 < 0$), la caractéristique H_n a l'allure présentée en III'

En pratique, la caractéristique $H_n = f(Q)$ se relève expérimentalement lors des essais de la pompe et elle est fournie par le constructeur de la pompe. Pour chaque variation de débit Q , en manœuvrant la vanne sur refoulement, on mesure les pressions à l'entrée et à la sortie de la pompe et on calcule les hauteurs correspondantes.

Fig.5 Caractéristiques de la hauteur effective ($H_{eff} = H_{th}$), de la hauteur nette ($H_n = H$) et de la puissance (P) en fonction du débit à vitesse de rotation constante pour différents β_2 .



1.3.5 Caractéristique de la puissance fournie à l'arbre de la pompe (puissance absorbée) à vitesse constante : $P = f(Q)$

La puissance appliquée à l'arbre de la pompe ou la puissance absorbée par la pompe a pour expression :

$$P = \frac{\gamma Q H_{eff}}{102} \quad \text{où } P \text{ en kW ; } \gamma \text{ en kgf/m}^3 ; Q \text{ en m}^3/\text{s} ; H_{eff} \text{ en m.}$$

$$P = \frac{\gamma Q}{102} \frac{u_2}{g} \left(u_2 - \frac{Q}{2\pi r_2 \tan \beta_2} \right)$$

Pour une vitesse de rotation constante, la courbe $P=f(Q)$ est une parabole qui présente les formes suivantes selon l'angle β_2 (voir Fig.5) :

----- si l'angle $\beta_2 < 90^\circ$ ($\tan \beta_2 > 0$), la caractéristique P est une parabole dont la concavité est toujours tournée vers le bas et qui présente un maximum (courbe I'').

----- si $\beta_2 = 90^\circ$ ($\tan \beta_2 = \infty$), la caractéristique P est une droite (droite II''),

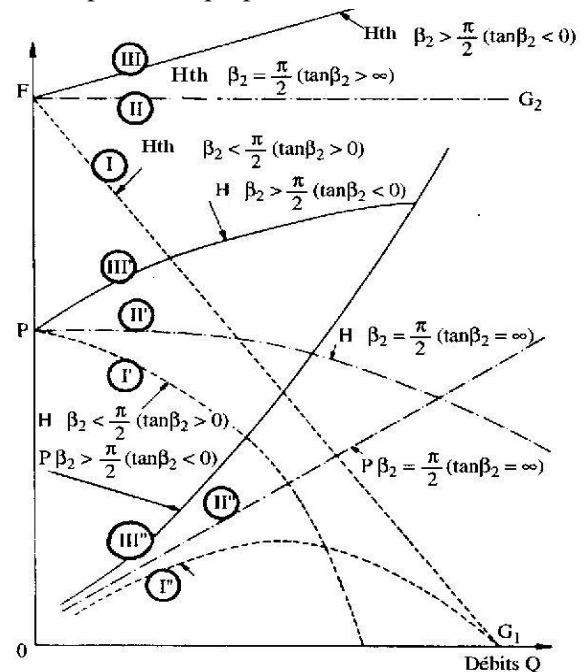
----- si $\beta_2 > 90^\circ$ ($\tan \beta_2 < 0$), la caractéristique P est une parabole à concavité tournée vers le haut (courbe III'').

REMARQUE

La caractéristique $P(Q)$ se relève expérimentalement en faisant tourner la pompe à vitesse constante et en réglant le débit par la vanne installée sur le refoulement. Pour chaque réglage de la vanne, on mesure :

- la puissance transmise par le moteur à la pompe
- le débit refoulé.

On trace ainsi, point par point, la caractéristique $P = f(Q)$. Cette caractéristique est fournie par le constructeur de la pompe.



1.3.6 Caractéristique du rendement à vitesse constante : $\eta = f(Q)$

Nous nous limiterons à la caractéristique du rendement global qui tient compte de toutes les pertes (frottements, chocs, fuites).

Pratiquement le rendement global se détermine expérimentalement. Pour un régime donné, on peut déterminer expérimentalement la hauteur nette et la puissance absorbée, par conséquent, il suffit, pour chaque régime, calculer le rendement :

$$\eta_p = \frac{\gamma Q H_n}{102 P}$$

Où P en kW ; Q en m³/s ; H_n en m et γ en kgf/m³.

CHAPITRE 2

LOIS DE SIMILITUDES DES POMPES A FLUIDES INCOMPRESSIBLES

2.1 Introduction

On a recours, dans bien des domaines, aux modèles réduits pour l'étude du comportement des objets réels dans le milieu où ils seront appelés à évoluer.

Le pompage moderne, nécessite une étude préliminaire et très intense. Parmi les méthodes les plus adaptées dans cette étude : la réalisation d'un modèle réduit qui a pour objectif de trouver les conditions d'exploitation du prototype (**pompe** réelle).

Et pour réaliser cette méthode, il existe des lois qu'on appelle « lois de **similitude** » qui la régit. Dans le domaine du pompage, la **similitude** est souvent utilisée pour réaliser de grandes **pompes** et de construire leurs courbes caractéristiques et cela pour s'assurer du bon fonctionnement et des conditions de travail de la **pompe** à réaliser ce qui un gain de temps et d'argent.

La similitude

En appliquant le principe de **similitude** mécanique, nous avons trouvé que les roues des **pompes** centrifuges sont semblables, pour garantir cette **similitude** il est nécessaire d'assurer à la fois les **similitudes**: géométrique, cinématique et dynamique.

Similitude géométrique

C'est une simulation concerne la géométrie de la **pompe** modèle et la **pompe** réelle, c'est une proportionnalité de toutes les dimensions homologues d'une roue réelle et d'une roue modèle... comme le diamètre extérieur de la roue D_2 , diamètre de l'œillard... D_0 , D_1 , b_2 , b_1 , δ ... :

Similitude cinématique

Elle signifie la **similitude** de triangle de vitesse construit pour les points homologues de la roue réelle et la roue modèle, comme vitesses : V_2 , V_1 , V_{2u} , V_{2r} , W_2 , W_1 , U_2 , U_1 ... :

Similitude dynamique

Pour assurer la **similitude** dynamique il faut que les nombres de REYNOLDS des courants liquides qui passe à travers les deux roues considérées soient égaux.

Similitude complète

Pour la similitude complète il faut que les trois similitudes citées au-dessus doivent assurées

2.2 Lois de similitude des pompes centrifuges

2.2.1 Lois de similitude des plusieurs pompes semblables

Définitions :

Deux roues de pompe sont semblables si tous les angles de construction de la roue, du diffuseur sont les mêmes et si les dimensions linéaires sont proportionnelles.

Deux pompes semblables fonctionnent en similitude mécanique si les triangles des vitesses aux points homologues sont semblables.

Considérons deux pompes :

Posons l'indice I aux paramètres de la roue de la 1^{ère} pompe et l'indice II aux paramètres de la roue de la 2^{ème} pompe.

La similitude géométrique des deux pompes permet d'écrire le rapport des dimensions linéaires suivant:

---- Soit λ (constante) le rapport des dimensions linéaires homologues de deux pompes semblables, par exemple le rapport des diamètres des roues :

$$\lambda = \frac{(D_1)_I}{(D_1)_{II}} = \frac{(D_2)_I}{(D_2)_{II}} = \frac{(b_2)_I}{(b_2)_{II}} = \frac{(b_1)_I}{(b_1)_{II}} ;$$

La similitude cinématique des deux pompes permet d'écrire le rapport des vitesses de rotation suivant:

----- Soit k (constante) le rapport des vitesses de rotation (ω ou N tr/min).

$$k = \frac{(\omega)_I}{(\omega)_{II}} = \frac{N_I}{N_{II}}$$

Pour des régimes de fonctionnement homologues, on aura la conservation de tous les angles, donc :

---Les vitesses sont dans le rapport : λk

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{W_I}{W_{II}} = \frac{U_I}{U_{II}} = \lambda k \quad \left[u = r\omega, \Leftrightarrow \frac{U_I}{U_{II}} = \frac{r_I \omega_I}{r_{II} \omega_{II}} = \lambda k \right] \Leftrightarrow \frac{U_I}{U_{II}} = \frac{D_I N_I}{D_{II} N_{II}}$$

--- Les débits ($Q=VS$) sont dans le rapport : $\lambda^3 k$

$$\frac{Q_I}{Q_{II}} = \frac{N_I (D_2)_I^3}{N_{II} (D_2)_{II}^3} = \lambda^3 k \quad \Leftrightarrow Q = 2\pi r_2 b_2 V_{r2}$$

--- Les hauteurs (H et H_{eff}) sont dans le rapport : $\lambda^2 k^2$

$$\frac{H_I}{H_{II}} = \frac{N_I^2 (D_2)_I^2}{N_{II}^2 (D_2)_{II}^2} = \lambda^2 k^2 ; \quad \frac{H_{eff_I}}{H_{eff_{II}}} = \lambda^2 k^2 \quad \Leftrightarrow H_{eff} = \frac{U_2 V_{U2}}{g}$$

---- Les puissances absorbées sur l'arbre sont dans le rapport : $\lambda^5 k^3$ $P=\gamma QH$

$$\frac{Pa_I}{Pa_{II}} = \frac{(D_2)_I^5 N_I^3}{(D_2)_{II}^5 N_{II}^3} ; \quad \frac{Pu_I}{Pu_{II}} = \frac{(D_2)_I^5 N_I^3}{(D_2)_{II}^5 N_{II}^3}$$

--- Les rendements sont indépendants de λ et k (ceci est valable pour le rendement hydraulique, mais n'est qu'approximatif pour le rendement global).

Coefficients de Rateau

Les coefficients de Rateau sont des nombres sans dimension qui caractérisent une machine hydraulique. Ils se construisent à partir des caractéristiques géométrique et mécanique de la machine.

--- coefficient de débit : $K_q = \frac{Q}{ND^3}$

--- coefficient manométrique : $K_H = \frac{H}{N^2 D^2}$

--- coefficient de puissance : $K_P = \frac{P}{N^3 D^5}$

Les coefficients de Rateau exprimés autrement :

--- coefficient de débit : $K_q = \frac{Q}{\omega R^3}$

--- coefficient manométrique : $K_H = \frac{gH}{\omega^2 R^2}$

--- coefficient de puissance : $K_P = \frac{gP_u}{\rho \omega^3 R^5}$

Où ω – vitesse de rotation (rad/s) ; R -rayon de la roue(m) ; P_u - puissance utile (W) ; ρ - masse volumique (Kg/m³) ; Q - débit de la pompe (m³/s)

2.2.2 Formules de similitude pour une pompe donnée

Pour une pompe donnée ($D=\text{cte}$) tournant à différentes vitesses en des points de fonctionnement homologues (le rendement reste constant) :

1° le débit est proportionnel à la vitesse de rotation $\left(\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \right)$;

2° les hauteurs H_{eff} et H_n sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation

$$\left(\frac{H_1}{H_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \right)$$

3° la puissance absorbée sur l'arbre de la pompe est proportionnelle au cube de la

vitesse $\left(\frac{P_{a1}}{P_{a2}} = \frac{N_1^3}{N_2^3} \right)$

4° le rendement hydraulique est indépendant de la vitesse et comme le rendement global diffère très peu du rendement hydraulique, on peut dire que η_p est indépendant de la vitesse.

2.3 Vitesse spécifique

Les relations entre les débits et les hauteurs de deux pompes semblables sont :

$$\begin{aligned} \frac{Q_I}{Q_{II}} &= \lambda^3 k & \left(\frac{Q_I}{Q_{II}} \right)^2 &= \lambda^6 k^2 \\ \frac{H_I}{H_{II}} &= \lambda^2 k^2 & \left(\frac{H_I}{H_{II}} \right)^3 &= \lambda^6 k^6 \end{aligned}$$

En éliminant λ entre les deux dernières équations, on obtient le rapport suivant :

$$\left(\frac{H_I}{H_{II}}\right)^3 \left(\frac{Q_I}{Q_{II}}\right)^2 = k^4 \Rightarrow k = \frac{N_I}{N_{II}} = \frac{H_I^{3/4}}{H_{II}^{3/4}} \frac{Q_{II}^{1/2}}{Q_I^{1/2}} ;$$

En regroupant les membres avec les indices identiques, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{N_I Q_I^{1/2}}{H_I^{3/4}} = \frac{N_{II} Q_{II}^{1/2}}{H_{II}^{3/4}} = N_s = cte$$

N_s - vitesse spécifique avec Q [m3/s], H [m] et N [tr/min].

La vitesse spécifique est calculée pour le rendement maximal de la pompe, donc pour un point correspondant à des valeurs Q et H bien définies et les mieux adoptées pour la pompe.

Pour le constructeur qui doit projeter une pompe qui doit refouler un débit Q m3/s à une hauteur $H(m)$, tournant à une vitesse N tr/mn, il suffit :

- De calculer la vitesse spécifique de la pompe demandé par le client ;
- De rechercher, dans la gamme des pompes fabriquées, celle dont la vitesse spécifique est la plus proche.

La vitesse spécifique N_s n'est pas adimensionnelle $N_s \sim [L^{3/4} T^{-3/2}]$, sa valeur dépend des unités utilisées pour exprimer N , Q et H . Habituellement on exprime N en tr/mn et Q en m3/s. La puissance recueillie serait exprimée en kgm/s.

Par fois, on remplace la vitesse spécifique N_s par le coefficient de vitesse angulaire :

$$\omega_s = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \quad \text{où } \omega \text{ [rd/s] ; } Q \text{ [m3/s] ; } H \text{ [m].}$$

La relation entre ω_s et N_s est la suivante : $\omega_s = 0.069 N_s$.

La vitesse spécifique N_s des roues des pompes centrifuges varie de 20 à 300. Elle caractérise un type de pompe (ou un type de roue). La forme des aubes, leur l'angle de sortie β_2 , le triangle des vitesses et les courbes caractéristiques subissent une évolution graduelle lorsque la vitesse spécifique varie.

2.4 Utilisation pratique des lois de similitude et des courbes caractéristiques des pompes centrifuges

2.4.1 Cas d'une pompe considérée isolement

Problème 1. On connaît les caractéristiques $H(Q)$ et $\eta(Q)$ d'une pompe pour une vitesse N . (voir Fig. 6). Calculer la vitesse N_I à laquelle doit tourner cette pompe pour fournir un débit Q_I sous une charge H_I , le point $M(Q_I; H_I)$ n'étant pas sur la caractéristique $H(Q)$. Quel sera le rendement de la pompe dans ces conditions ?

Soit le point $M(Q_I; H_I)$ par lequel passera la nouvelle caractéristique $H_I(Q)$. Le point $M(Q_I; H_I) \notin H(Q)$. Il faut chercher le point homologue de M à la vitesse N .

D'après les lois de similitude pour des points homologues du fonctionnement de la pompe (η est le même), on a :

$$\frac{Q}{N} = cte = a \dots \dots \dots ; \frac{H}{N^2} = cte = b$$

En éliminant N on obtient l'équation suivante : $H = \frac{b}{a^2} Q^2$; C'est l'équation d'un ensemble de parabole.

Celle qui passera par le point M aura l'équation suivante :

$$H = \frac{H_1}{Q_1^2} Q^2$$

Cette parabole, (**parabole P sur la figure 6**), coupera la courbe $H(Q)$ au point $K(Q_2 ; H_2)$ homologue de M.

D'après les lois de similitude appliquées à une pompe donnée :

$$\frac{Q_1}{N_1} = \frac{Q_2}{N} \Rightarrow N_1 = N \frac{Q_1}{Q_2}$$

$$\text{On aura de même : } \frac{H_1}{N_1^2} = \frac{H_2}{N^2} \Rightarrow N_1 = N \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$$

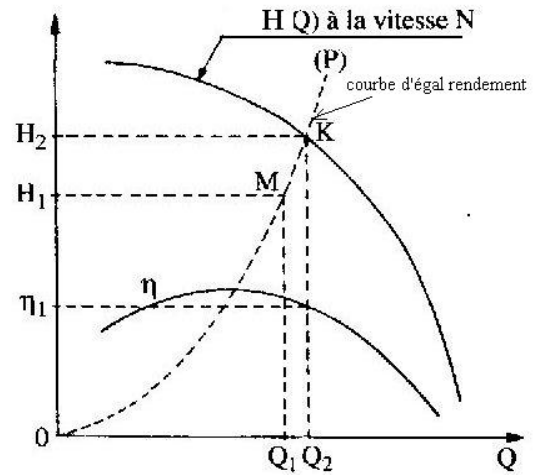


Fig.6 Problème 1

Problème 2 On connaît la caractéristique $H(Q)$ pour une vitesse N , construire la caractéristique $H_1(Q)$ pour une vitesse N_1 . (voir **Fig. 7**). Soit $M(q ; h)$ un point de la caractéristique $H(Q) ; N$.

On cherche le point homologue M_1 sur la courbe $H_1(Q)$

Soient q_1, h_1 —les coordonnées du point M_1 , donc :

$$\frac{N}{N_1} = \frac{q}{q_1} = \sqrt{\frac{h}{h_1}}$$

$$\text{d'où } q_1 = q \frac{N_1}{N} \text{ et } h_1 = h \left(\frac{N_1}{N} \right)^2 .$$

Le point $M_1 (q_1 ; h_1)$ est homologue de $M (q ; h)$.

Fig.7 Problème 2 La courbe caractéristique $H_1 (Q)$ se construira point par point.

2.4.2 Cas des pompes semblables

Problème 3 On connaît la courbe caractéristique $H(Q)$ d'une pompe à la vitesse N . Calculer le rapport de similitude de cette pompe et d'une pompe semblable devant fournir un débit Q' sous une charge H' en tournant à une vitesse N' . (voir **Fig. 8**)

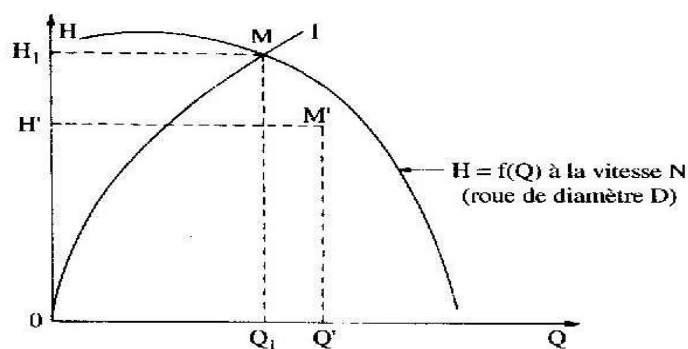


Fig. 8 Pompes semblables

Soit $M' (Q' ; H')$ le point de caractéristique $H'(Q)$ de la 2^{ème} pompe tournant à la vitesse N' Soit D' la dimension linéaire homologue de D pour la pompe cherchée. Le rapport de similitude cherché est :

$$\lambda = \frac{D}{D'} , \text{ alors que } k = \frac{N}{N'} \text{ est connu.}$$

La vitesse spécifique de la 2^{ème} pompe : $N_s = \frac{N' Q'^{\frac{1}{2}}}{H'^{\frac{3}{4}}}$

Au point homologue de M' pour la 1^{ère} pompe N_s sera la même :

$$N_s = \frac{N' Q'^{\frac{1}{2}}}{H'^{\frac{3}{4}}} = \frac{N Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad \text{d'où :}$$

$$Q^{1/2} = Q'^{1/2} \left(\frac{H}{H'} \right)^{\frac{3}{4}} \frac{N'}{N} \Rightarrow Q = \left[Q' \frac{N'^2}{N^2} \frac{1}{H'^{3/2}} \right] H^{3/2} \Rightarrow Q = A H^{3/2}$$

- Traçons la courbe $Q = A H^{3/2}$, elle coupe la caractéristique $H(Q)$ au point M(Q_1 ; H_1) homologue de M'.
- D'après les lois de similitude, on a :

$$\frac{H}{H'} = \lambda^2 k^2 \quad \text{avec} \quad k = \frac{N}{N'},$$

$$\text{Donc} \quad \frac{H}{H'} = \lambda^2 \left(\frac{N}{N'} \right)^2 \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{N'}{N} \sqrt{\frac{H}{H'}}.$$

$$\text{On aurait aussi :} \quad \frac{Q}{Q'} = \lambda^3 k = \lambda^3 \frac{N}{N'} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \sqrt[3]{\frac{N' Q}{N Q'}}$$

2.5 Réseau de caractéristiques d'une pompe à différentes vitesses de rotation. Courbes équi-rendement global

Généralement les constructeurs fournissent pour une pompe donnée, le réseau des caractéristiques H (Q) et P (Q) pour les différentes vitesses de rotation $N_1, N_2, N_3, \dots$ (voir Fig. 9)

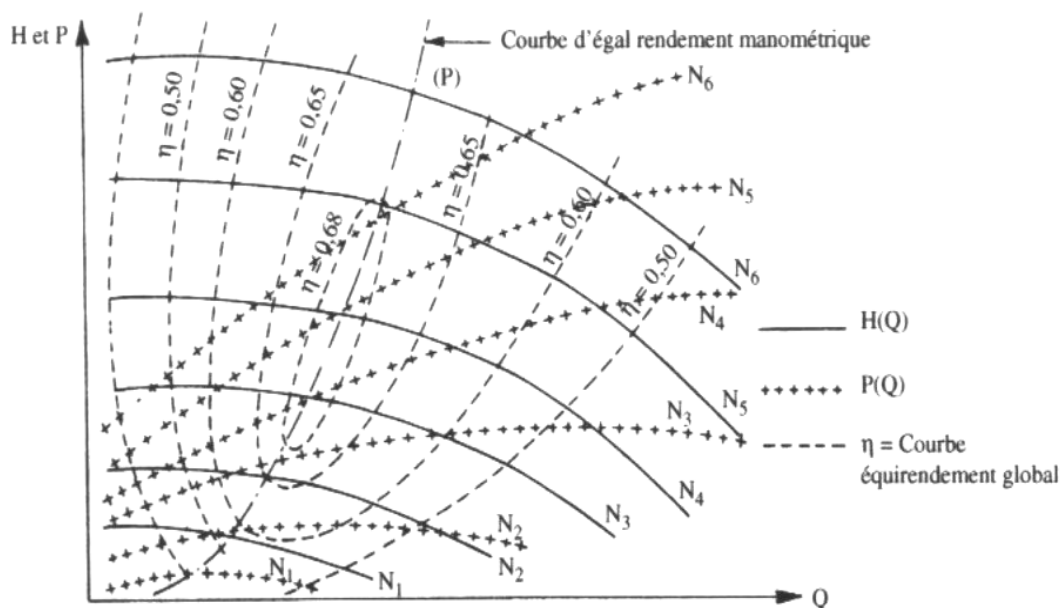


Fig. 9 Réseau de caractéristiques d'une pompe centrifuge à différentes vitesses de rotation. Courbes équi-rendement- « courbes en colline »

Le réseau des courbes de la figure 9 permet, pour une pompe donnée, de connaître immédiatement en chaque point de fonctionnement possible, la vitesse, le débit, la hauteur, la puissance absorbée et le rendement.

Conformément aux lois de similitude les points d'égal rendement manométrique sont tels que :

$$\frac{Q}{N} = a \dots \dots \dots ; \frac{H}{N^2} = b \text{ ou, en éliminant } N, \quad H = \frac{b}{a^2} Q^2.$$

Ils sont donc sur des paraboles telles que (P). En fait les courbes d'égal rendement global s'écartent un peu des courbes (P) et présentent la forme d'ellipses très voisines des paraboles (P), sauf au voisinage de l'origine des axes où les lois de similitude ne s'appliquent plus en raison de l'importance relative que prennent, dans cette zone de fonctionnement, les pertes volumétriques et mécaniques qui ne suivent pas les lois de similitude.

Ces courbes équi-rendement sont appelées souvent « courbes en colline » et, pour cette raison, le réseau des courbes de la figure 9 est parfois appelé « diagramme topographique » ou « colline de rendement ».

2.6 Classification des pompes à aubes suivant leur vitesse spécifique

2.6.1 Pompes radiales (centrifuges pure)

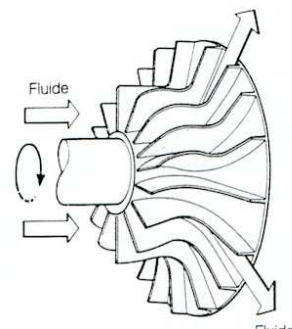
Les pompes dans lesquelles l'écoulement de l'eau à la sortie des aubes s'effectue radialement sont les pompes centrifuges pures. Ces pompes sont utilisées pour de grande hauteur d'élévation. Elles auront une vitesse spécifique d'autant plus faible que Q sera petit, d'après la formule $N_s = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$; N – donnée.

Comme D₂ est grand avec H ($D_2 = \frac{84.5K_u \sqrt{H}}{N}$) et que Q est relativement faible, la section d'entrée dans les aubages aura un diamètre D₁ petit devant D₂. De plus la relation $Q = \pi D_2 b_2 V_{r2}$ montre la faible largeur b₂. Donc la roue de la pompe centrifuge pure (radiale) sera étroite et conviendra au relèvement de débits faibles et moyens à des hauteurs relativement grandes.

Le N_s de ces pompes est approximativement compris entre 20 et 100. En dessous de 20, on utilise les pompes multicellulaires.

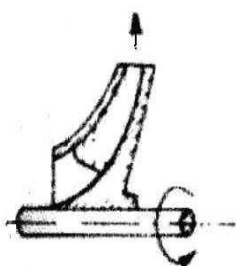


Pompe radiale (centrifuge pure)

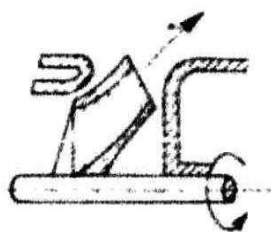


Radiale

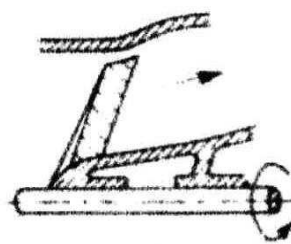
Hélico-centrifuge



Centrifuge pur



Hélico-centrifuge

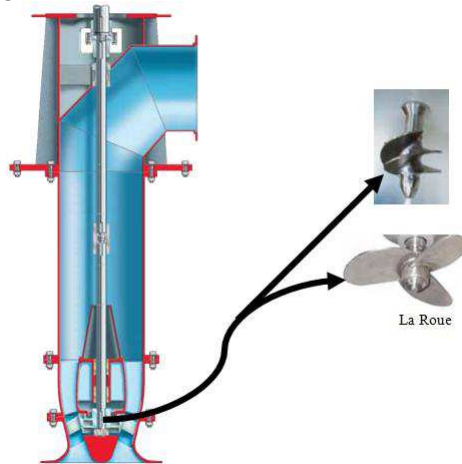


Hélice

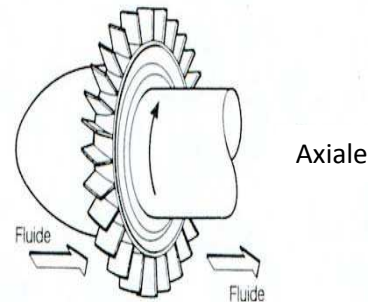
2.6.2 Pompes axiales

Les pompes hélice ou axiales sont les pompes dans lesquelles, à la sortie des aubes mobiles, la vitesse de l'eau devient parallèle à l'axe. Ces pompes conviendront pour le relèvement de gros débit à de faibles hauteurs.

Puisque H est faible, le diamètre D_2 sera faible également et puisque Q est grand, il faut que la section d'entrée soit aussi grande, donc les diamètres D_1 et D_0 importants, voisin de D_2 et la valeur de la largeur b_2 grande devant D_2 . Ces pompes auront le N_s compris entre 160 et 350.



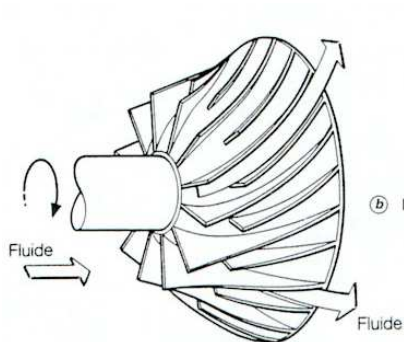
Pompe hélice ou axiale



Roue de la pompe axiale

2.6.3 Pompes hélico-centrifuges

Entre les pompes centrifuges et les pompes hélice il existe les pompes hélico-centrifuge dans lesquelles l'écoulement est semi-axial. Le N_s de ces pompes est approximativement compris entre 90 et 180.



Roue de la pompe hélico-centrifuge



Pompe hélico-centrifuge

2.6.4 Pompes multicellulaires.

Une pompe multicellulaire est l'ensemble de plusieurs roues groupées en série, contenues dans un seul corps (**Fig. 9**).

L'eau qui sort de la première roue est ramenée par un canal de retour à l'entrée de la roue suivante et ainsi de suite.

Les pompes multicellulaires sont utilisées pour réaliser les hauteurs d'élévation très importantes. Pour atteindre la hauteur H désirée, il suffit de disposer en série le nombre voulu de roues. Le débit Q à relever est égal à celui qui passe dans une roue.

Si p est le nombre de roues en série, chacune fonctionnera avec un débit Q et une hauteur H/p .

La vitesse spécifique Ns' de la pompe multicellulaire sera $p^{3/4}$ fois plus petites que celle d'une roue isolée.

$$Ns' = \frac{Ns}{p^{3/4}} \quad \text{où } Ns - \text{vitesse spécifique d'une seule roue ;}$$

Ns' – vitesse spécifique de la pompe multicellulaire, comportant p roues.

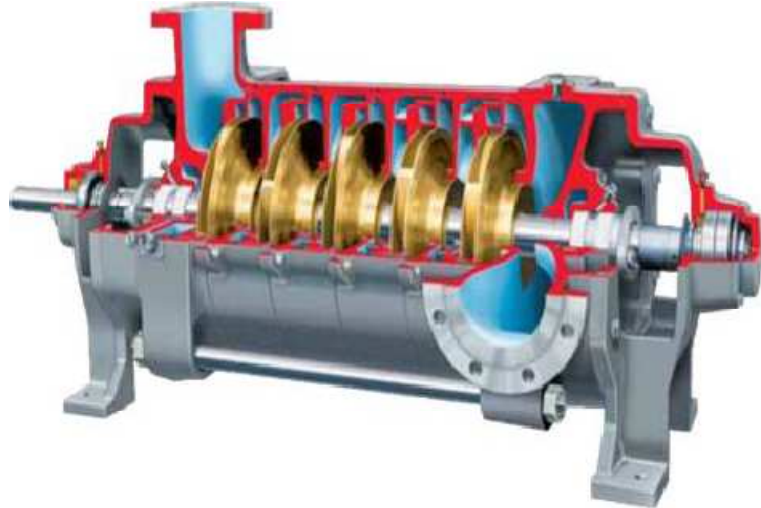


Fig. 9 Pompes multicellulaire à axe horizontal

La figure ci-dessous donne, à titre d'exemple, l'allure approximative de l'évolution, en fonction de la vitesse spécifique Ns , des formes des roues, du rapport des vitesses des triangles de sortie V_{u2}/U_2 et de la forme des caractéristiques hauteur et puissance en fonction de Q . Le tableau suivant donne la classification des pompes en fonction de la vitesse spécifique.

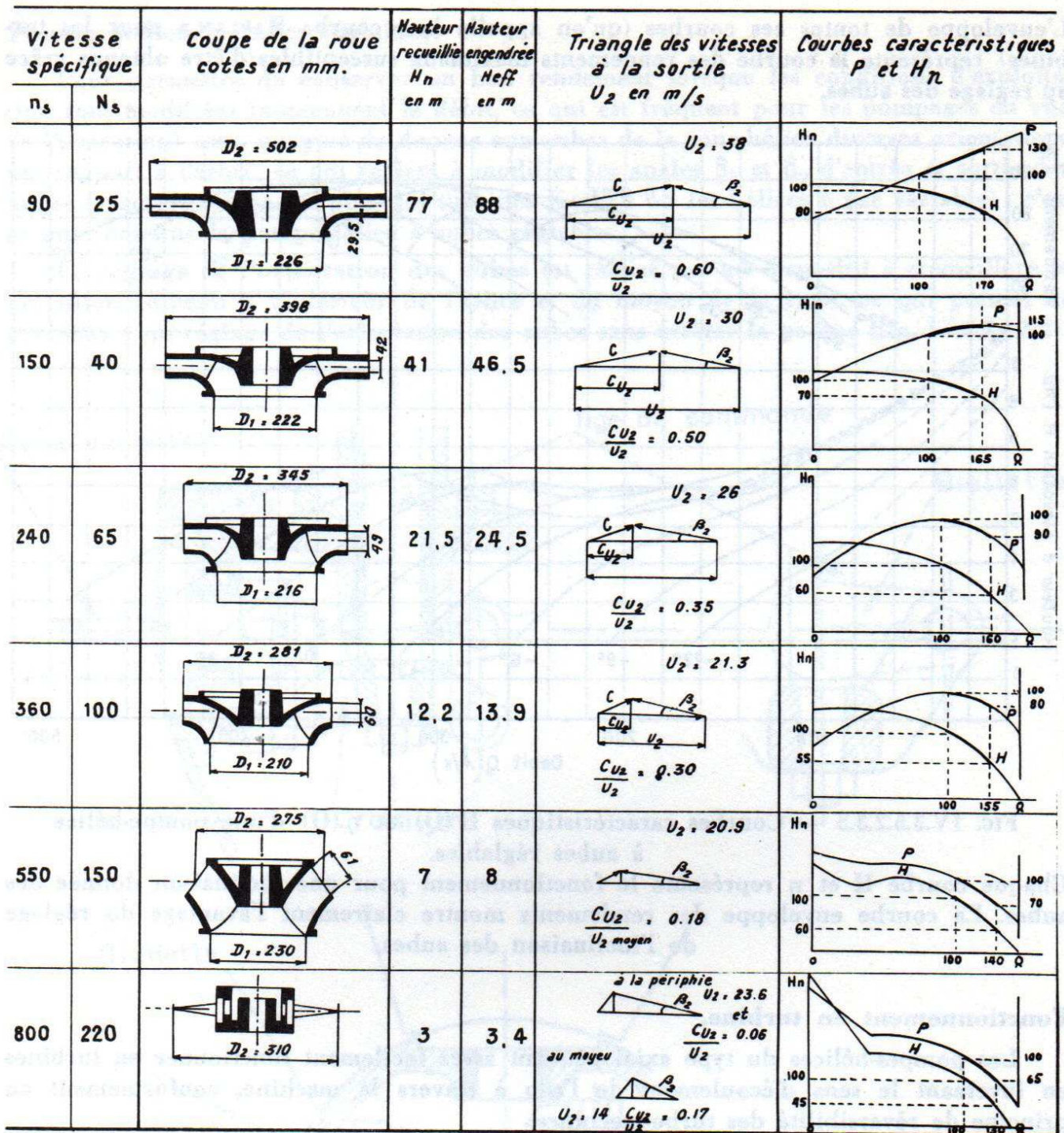


FIG. IV.3.5.3.1 — Evolution de la forme des roues et de leurs caractéristiques en fonction des vitesses spécifiques
(Toutes ces roues tournent à $N = 1450$ t/m et débitent $Q = 200$ l/s).

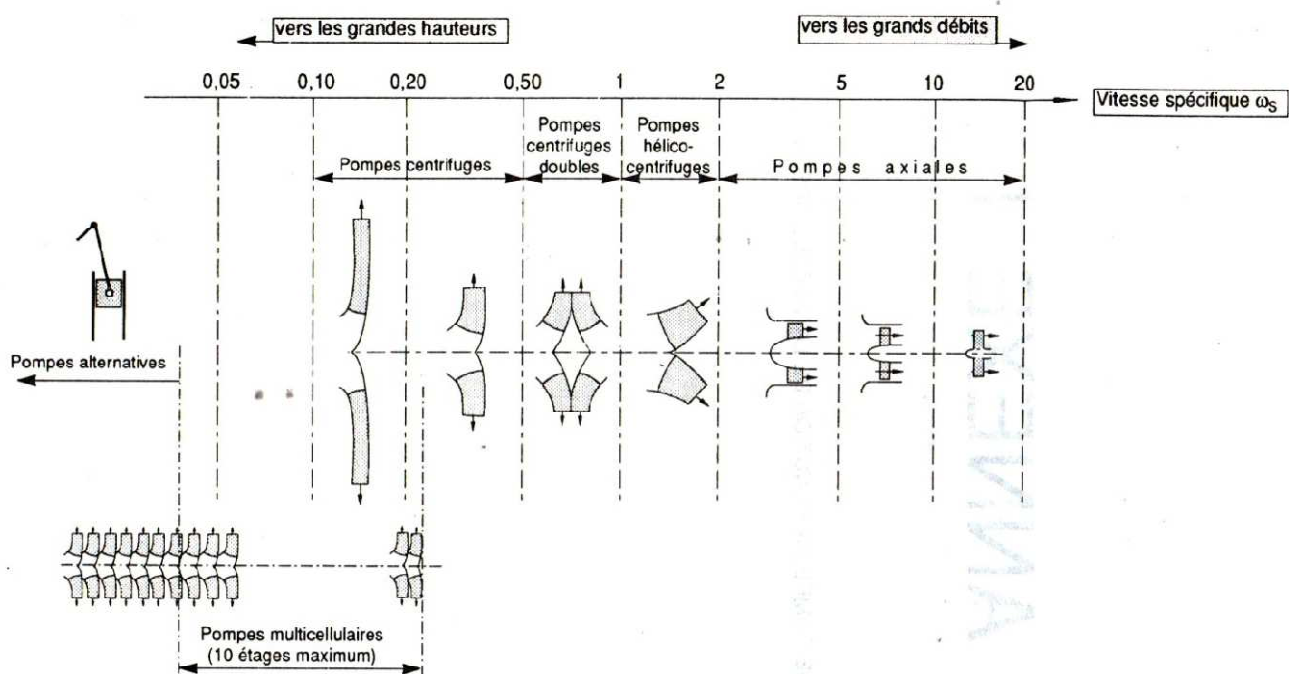


Fig. A I.1: Types des turbopompes en fonction de la vitesse spécifique

CHAPITRE 3

ETUDE DE LA CAVITATION DANS LES POMPES

3.1 Phénomène de la cavitation

Si en un point donné de l'écoulement, la pression absolue atteint ou descend en deçà de la tension de vapeur P_v , il se produit en ce point une évaporation et un dégagement des gaz dissous dans le liquide. Lorsque les bulles ou poches de vapeur entraînées par le courant atteignent des points de ce courant où la pression est supérieure à la tension de vapeur, il se produit alors une condensation complète ou partielle de vapeur. Ce phénomène porte le nom de cavitation.

3.2 Causes et conséquences de la cavitation

Le phénomène de cavitation se produit préférentiellement à l'aspiration des pompes. La baisse de pression qui le produit peut être due :

- A l'augmentation de la hauteur géométrique d'aspiration de la pompe ;
- Aux pertes de charge dans la tuyauterie d'aspiration ;
- A l'énergie cinétique de l'eau mise en mouvement, particulièrement importante dans la roue de la pompe ;
- A l'augmentation de la température du liquide pompé ;
- A la formation des tourbillons et le décollement du courant liquide des parois de la roue ;

La cavitation est un phénomène à éviter absolument, car il entraîne de graves conséquences :

□ Érosion du matériau provoquant allé jusqu'au perçage des aubes de turbine des pompes centrifuges (voir figure ci-dessous); Quand les poches de vapeur se déforment, il se produit des « coups d'eau » qui peuvent heurter avec une force considérable et une fréquence élevée la paroi contre laquelle se trouve la bulle en produisant une érosion mécanique très importante.

□ Augmentation du bruit et des vibrations générés par la pompe;

□ Chute des performances des pompes avec diminution importante de la hauteur manométrique totale, du débit et du rendement. Les courbes caractéristique $H(Q)$; $P(Q)$ et $\eta(Q)$ subissent une chute brutale à partir du moment où se produit la cavitation, c-à-d pour un débit d'autant plus faible que la hauteur d'aspiration est plus grande.



Roue érodée de la pompe à cause de la cavitation

3.2.1. Importance du rôle de la cavitation dans l'utilisation des pompes

Le choix du développement de la cavitation acceptable dans les pompes, pour leur assurer une marche faible sans les inconvénients mentionnés ci-dessus, réside dans l'économie d'un projet d'installation de pompe. Les données de départ à considérer sont :

- La définition des conditions d'exploitation et la plage hauteur / débit dans laquelle la pompe doit fonctionner.
- Les conditions du fluide à véhiculer : température, masse volumique, viscosité, tension de vapeur.

3.3 Notion de N.P.S.H.

Les essais de cavitation effectués par les constructeurs se traduisent par une pression ou charge nette absolue à l'aspiration qu'il faut assurer à l'entrée de la pompe pour éviter la cavitation ; cette quantité varie avec le débit pompé ; elle peut figurer sur la caractéristique débit -hauteur de la pompe (fig.11).

Elle est souvent désignée par l'abréviation anglo-saxonne N.P.S.H. (Net positive section head), c'est à dire la charge totale nette à l'aspiration au-dessus de la tension de vapeur et a les dimensions d'une hauteur. L'abréviation N.P.S.H. étant pratiquement la seule utilisée, nous garderons également cette dénomination universelle.

Par définition, le N.P.S.H. est donc égal à la pression totale régnant à la bride d'aspiration, diminuée de la tension de vapeur dans les conditions correspondantes (voir figure 12):

$$\text{N.P.S.H.} = \frac{P_A}{\gamma} - h_v$$

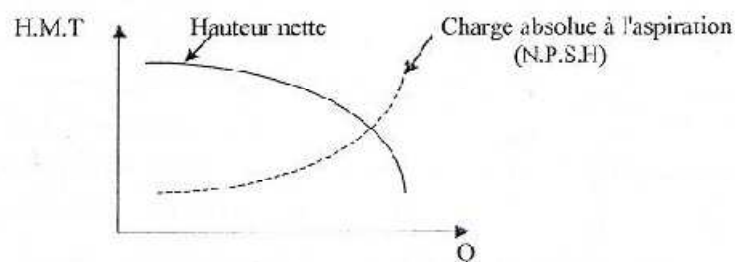


Fig. 11 Caractéristique de cavitation d'une pompe

On mettra en évidence deux façons d'exprimer le N.P.S.H. disponible et le N.P.S.H. requis.

3.3.1 N.P.S.H. disponible

Soit $h_v = \frac{P_v}{\gamma}$ la hauteur représentative de la tension de vapeur du liquide pompé. La tension de vapeur dépend de la température $P_v = f(t^\circ)$.

Considérons une pompe centrifuge fonctionnant à une hauteur d'aspiration h_a . (Fig. 12).

J_a - la perte de charge entre C et A.

Equation de Bernoulli appliquée entre les points C et A donne :

$$h_a + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + J_a = \frac{P_{at}}{\gamma}$$

où

A – le point à l'entrée de la pompe ;

h_a - la hauteur géométrique d'aspiration ;

Pat – la pression atmosphérique ou la pression dans la bache d'aspiration ;

J_a - la perte de charge entre C et A.

Donc
$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_{at}}{\gamma} - h_a - \frac{V_A^2}{2g} - J_a. \quad (1)$$

Les membres de l'expression $\left(\frac{V_A^2}{2g} + J_a\right)$ varient comme Q^2 , on peut donc poser :

$$\left(\frac{V_A^2}{2g} + J_a\right) = kQ^2 \quad \text{et l'équation (1) devient :}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_{at}}{\gamma} - h_a - kQ^2 \quad (2)$$

Pour une installation donnée (P_{at} et h_a sont donnés), la courbe $\frac{P_A}{\gamma} = f(Q)$ est **une parabole P1** (Fig. 13).

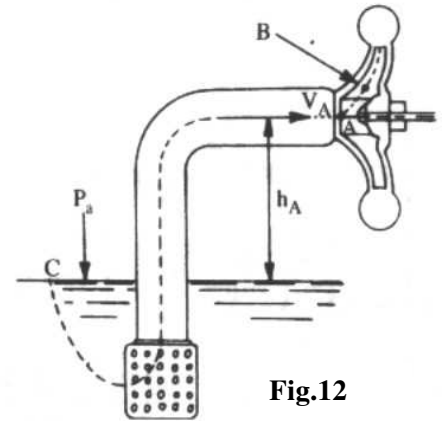


Fig.12

Le NPSH est la cote de la ligne piézométrique à la bride d'aspiration de la pompe rapportée à l'axe de celle-ci, exprimée en mètre et diminuée de la hauteur de tension de vapeur du liquide, soit :

$$NPSH = \frac{P_A}{\gamma} - h_v.$$

An remplace dans cette équation P_A/γ par l'équation (2). On obtient :

$$(NPSH)d = \frac{P_A}{\gamma} - h_v = \left(\frac{P_{at}}{\gamma} - h_v\right) - (h_a + J_a) \quad (3)$$

Cette expression est indépendante de la pompe utilisée et ne dépend que de l'installation (longueur et diamètre de la conduite d'aspiration, J_a et hauteur géométrique d'aspiration (h_a)). **On l'appelle le NPSH disponible.**

Il est présenté par la distance verticale CD de la parabole P1 à l'horizontale d'ordonnée h_v (Fig. 13).

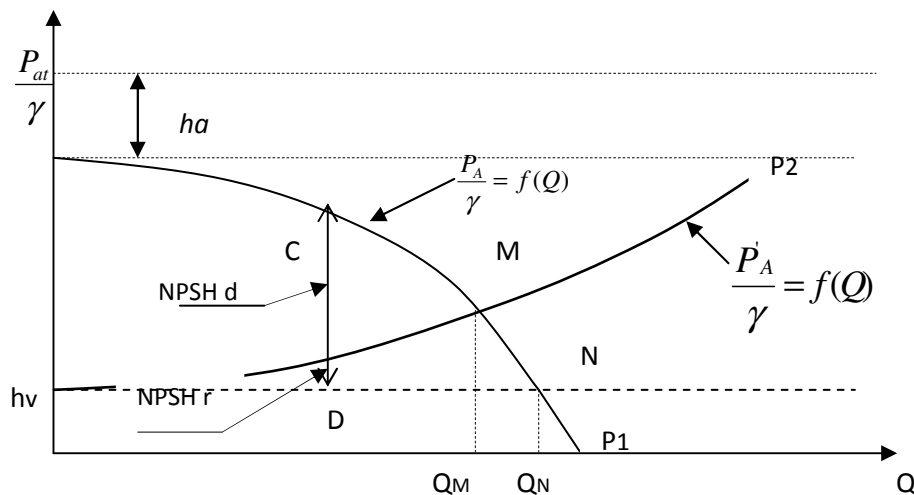


Fig. 11 Définition de NPSH

- $\frac{P_{at}}{\gamma} = f(\text{altitude})$, diminue avec l'altitude ; $\frac{P_{at}}{\gamma} = 10.33 - 0.0012 * (\Delta)$ où (Δ) – altitude exprimée en mètres ;
- $h_v = f(t^\circ)$, augmente avec la température.

Pour les altitudes inférieures à 100 m et pour une eau ne dépassant pas 20°C, on peut poser

$$\frac{P_{at}}{\gamma} - h_v = 10m, \quad \text{donc} \quad \boxed{NPSHd = 10 - (h_a + J_a)}$$

Pour une pompe en charge :

$$NPSH_d = \left(\frac{P_{at}}{\gamma} - h_v \right) + (h_a - J_a) = 10 + (h_a - J_a)$$

Pour une aspiration en dépression :

$$(NPSH)_d = \left(\frac{P_{at}}{\gamma} - h_v \right) - (h_a + J_a) = 10 - (h_a + J_a)$$

3.3.2 N.P.S.H requis (NPSHr)

Le point A n'est pas le point où la pression est la plus faible le long du filet liquide (voir Fig. 15). Le minimum de pression sera normalement atteint en un point B à l'intérieur de la roue.

Le théorème de Bernoulli entre les points A et B :

$$h_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = h_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + J_{AB} ,$$

Supposons que $h_A \cong h_B$; $V_B > V_A$ et $\frac{P_B}{\gamma} = h_v$ La pression en A prend la valeur particulière P'_A :

$$\frac{P'_A}{\gamma} = h_v + \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g} + J_{AB}$$

On peut poser :

$$V_B^2 = k_1 Q^2 ; V_A^2 = k_2 Q^2 \text{ et } J_{AB} = k_3 Q^2$$

Donc l'équation précédente devient suivante :

$$\frac{P'_A}{\gamma} = h_v + k' Q^2 .$$

La courbe $\frac{P'_A}{\gamma} = f(Q)$ est **une parabole P2** qui coupe P1 en M (voir **Fig. 13**).

Par définition, le NPSH requis est :

$$NPSH_r = \frac{P'_A}{\gamma} - h_v ,$$

Il est donc représenté par la distance verticale de la parabole P2 à l'horizontale d'ordonnée h_v .

Le NPSHr ne dépend que de ce qui se passe entre A et B c-a-d de la pompe elle-même, c'est une donnée fournie par le constructeur de la pompe.

Soit N le point d'intersection de P1 avec l'horizontale h_v .

- **Si $Q < Q_M$** ↔ $NPSH_d > NPSH_r$ ↔ $P_A > P'_A$, la pression absolue à l'intérieur de la pompe n'atteint nulle part P_v ; aucune cavitation n'est à craindre.
- **Si $Q = Q_M$** ↔ $NPSH_d = NPSH_r$ ↔ $P_A = P'_A$. La pression absolue en B atteint P_v , la cavitation apparaît en B.
- **Si $Q_M < Q < Q_N$** ↔ $NPSH_d < NPSH_r$ ↔ la cavitation se développe autour du point B.

- Si $Q=Q_N$ c-a-d si $NPSH_d=0 < NPSH_r$, ou $\frac{P_A}{\gamma} = h_v$, la cavitation commence en A et s'étend jusqu'au-delà de B.

3.3.3 Condition de non cavitation

Pour éviter la cavitation dans une pompe il faut que le N.P.S.H disponible soit supérieur à N.P.S.H requis : $N.P.S.H_d > N.P.S.H_r$

Parfois, on préfère utiliser le critère de cavitation appelé coefficient de cavitation ou coefficient de THOMA et qui se définit par le rapport :

$$\sigma = \frac{NPSH_d}{H_n} \quad (\text{coefficient de Thoma}).$$

La formule de STEPANOFF donne la loi approximative de variation de la constante au point de rendement maximal :

$$\sigma = 1.21 * 10^{-3} Ns^{4/3} \quad (\text{Pompe à une entrée}).$$

La cavitation au point de rendement max. n'apparaîtra donc pas si :

$$10 - (h_A + J_a) > 1.21 * 10^{-3} Ns^{4/3} H_n$$

