<u>Modèle en régime permanent de la MAS</u>

Habituellement, le régime permanent du moteur asynchrone correspond à celui d'une alimentation statorique sinusoïdale triphasée équilibrée, lorsque la vitesse de rotation et donc le glissement deviennent constants.

Si l'on fixe le repère (d,q) au champ tournant et que:

$$\begin{cases} \omega_R = \dfrac{d\theta_R}{dt} \\ \omega = \omega_S - \omega_R = \dfrac{d\theta}{dt} = p\Omega \end{cases}$$

et tenant compte des équations d'équilibre des tensions, alors dans ce cas on peut écrire tout le système d'équations en introduisant la notation complexe: $\overline{X} = x_{ds} + j.x_{qs}$; donc: $\overline{V_S} = v_{ds} + j.v_{qs}$. Alors nous aurons les équations suivantes:

$$\overline{V_S} = R_S(I_{ds} + j.I_{qs}) + \frac{d}{dt}(\varphi_{ds} + j.\varphi_{qs}) - \omega_S(\varphi_{qs} - j\varphi_{ds});$$
$$\overline{V_S} = R_S(I_{ds} + jI_{qs}) + \frac{d}{dt}(\varphi_{ds} + j\varphi_{qs}) + j\omega_S(\varphi_{ds} + j\varphi_{qs}).$$

d'où: $$\overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + \frac{d}{dt}\overline{\varphi_S} + j\omega_S\overline{\varphi_S}.$$

Comme on est en régime permanent le $\frac{d}{dt}$ n'a pas lieu d'être, on a alors:

$$\begin{cases} \overline{V_S} = R_S\overline{I_S} + j\omega_S\overline{\varphi}_S \\ \overline{V_R} = 0 = R_R\overline{I_R} + j\omega_R\overline{\varphi_R}, \end{cases}$$

avec: $\omega_R = g\omega_S$. Les deux équations ci-dessus deviendront:

$$\begin{cases} \overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + j\omega_S\overline{\varphi_S}, \\ 0 = R_R.\overline{I_R} + jg\omega_S.\overline{\varphi_R}. \end{cases}$$

Or si l'on tient compte des équations des flux statoriques et rotoriques,

$$\begin{cases} \overline{\varphi_S} = L_S.\overline{I_S} + M.\overline{I_R} \\ \varphi_R = L_R.I_R + M.I_S \end{cases};$$

que l'on remplace dans celles des tensions, on aura:

$$\begin{cases} \overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + j.L_S\omega_S\overline{I_S} + jM\omega_S\overline{I_R} \\ 0 = \dfrac{R_R}{g}.\overline{I_R} + j.L_R\omega_S.\overline{I_R} + jM.\omega_S\overline{I_S} \end{cases}.$$

- **Ces deux équations correspondent au modèle à inductances couplées en régime permanent du moteur asynchrone à cage.**

On peut ramener ces dernières équations à un autre modèle dit à fuites magnétiques totalisées au rotor avec une substitution de l'inductance rotorique L_R par $N_R.\omega_S$, pour ce faire on pose:

$$N_R = L_R.\sigma = L_R - \frac{M^2}{L_S} \qquad \text{avec: } \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_R.L_S}$$; coefficient de dispersion de Blondel

$$\begin{cases} N_R^{'} = N_R\left(\dfrac{L_S}{M}\right)^2 ; R_R^{'} = R_R\left(\dfrac{L_S}{M}\right)^2 \\ \overline{I_R^{'}} = \overline{I_R}\left(\dfrac{M}{L_S}\right) \end{cases}$$

En remplaçant le tout dans les équations des tensions, alors on peut écrire:

$$\begin{cases} \overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + jL_S.\omega_S.\overline{I_S} + jL_S.\omega_S.\overline{I_R^{'}} \Rightarrow \overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + j.L_S\omega_S\left(\overline{I_S} + \overline{I_R^{'}}\right) \\ 0 = \left(\dfrac{R_R}{g}\overline{I_R} + jL_R\omega_S\overline{I_R} + jM\omega_S.\overline{I_S}\right).\dfrac{L_S}{M} = \dfrac{R_R}{g}.\dfrac{L_S}{M}.\overline{I_R} + j.L_R.\omega_S.\dfrac{L_S}{M}.\overline{I_R} + jL_S\omega_S\left(\overline{I_S} + \overline{I_R}\right) \end{cases}$$

$$0 = \frac{R_R}{g}\left(\frac{L_S}{M}\right)^2.\frac{M}{L_S}.\overline{I_R} + j.L_R.\omega_S.\left(\frac{L_S}{M}\right)^2.\frac{M}{L_S}.\overline{I_R} - j.L_S\omega_S.\overline{I_R^{'}} + jL_S\omega_S\left(\overline{I_S} + \overline{I_R^{'}}\right);$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{R_R^{'}}{g}.\overline{I_R^{'}} + jN_R^{'}.\omega_S\overline{I_R^{'}} + jL_S.\omega_S\left(\overline{I_S} + \overline{I_R^{'}}\right)$$

On obtient les équations suivantes:

$$\begin{cases} \overline{V_S} = R_S.\overline{I_S} + j.L_S.\omega_S\left(\overline{I_S} + \overline{I_R^{'}}\right) \\ 0 = \dfrac{R_R^{'}}{g}.\overline{I_R^{'}} + jN_R^{'}\omega_S.\overline{I_R^{'}} + jL_S.\omega_S.\left(\overline{I_S} + \overline{I_R}\right) \end{cases}$$

- **Ces deux dernières équations représentent le modèle en régime permanent à inductances réparties, du moteur asynchrone à cage.**

Expressions du couple électromagnétique:

L'expression du couple électromagnétique en régime permanent, de la machine synchrone est comme suit:

$$C_{ém} = \frac{P_m}{\Omega} = 3\frac{p}{\omega_S}.\frac{R_R^{'}}{g}.\left(I_R^{i}\right)^2$$

En ayant l'expression du courant dans la maille rotorique:

$$I_R^{'} = \frac{V_S - R_S.I_S}{\frac{R_R^{'}}{g} + jN_R^{'}.\omega_S}.$$

Si la résistance statorique R_s est négligeable on a:

$I_R^{'} = \frac{V_S}{\frac{R_R^{'}}{g} + jN_R^{'}.\omega_S}$. Donc le couple électromagnétique sera:

$$C_{ém} = 3p.\frac{V_S^2}{\omega_S}.\frac{R_R^{'}/g}{\left(\frac{R_R^{'}}{g}\right)^2 + \left(N_R^{'}.\omega_S\right)^2}$$

Oubien: $$C_{ém} = 3p.\omega_S.\varphi_S^2.\frac{R_R^{'}/g}{\left(\frac{R_R^{'}}{g}\right)^2 + \left(N_R^{'}.\omega_S\right)^2}.$$

Les relations donnant le couple électromagnétique sont nombreuses et dépendent du modèle choisi.

1- Modèle à fuites totalisées au rotor (MFTR):

Le couple est donné par l'expression:

$$C_{ém} = 3p.\omega_S.\varphi_S^2.\frac{R_R^{'}/g}{\left(\frac{R_R^{'}}{g}\right)^2 + \left(N_R^{'}.\omega_S\right)^2}$$

2- Modèle à fuites totalisées au stator (MFTS):

Le couple est donné par: $C_{ém} = 3p(1-\sigma)L_S.L_d.L_q.$

Une autre expression du couple électromagnétique est donnée par :

$$C_{ém} = 3\frac{V_S^2}{\omega_S . N_R^{'}\Omega}\frac{1}{\left[\left(\frac{R_R^{'}}{N_R^{'}\omega_S}\right)\left(\frac{1}{g}\right)+\left(\frac{N_R^{'}.\omega_S}{R_R^{'}}\right).g\right]};$$

représente la caractéristique couple-vitesse du moteur asynchrone lorsque $0 < g < 1$, est donc caractérisée par un couple maximal $C_{émM}$ atteint pour un glissement g_M tels que:

$$C_{émM} = 3p\frac{V_S^2}{2N_R^{'}\omega_S^2};$$

et $$g_M = R_R^{'} \Big/ N_R^{'}.\omega_S$$

D'où l'expression du couple:

$$C_{ém} = \frac{2C_{émM}}{\left(\frac{g}{g_M}\right)+\left(\frac{g_M}{g}\right)}.$$