

# Théorie de la plasticité

## I-Introduction

La connaissance des propriétés du tenseur des contraintes et celui des déformations, est insuffisante pour résoudre les problèmes de la mécanique des milieux continus, c'est-à-dire déterminer ces tenseurs en chaque point d'un milieu soumis à des sollicitations diverses : forces, température etc...

Il est donc nécessaire de rattacher les contraintes aux déformations par des relations représentatives du comportement physique du matériau. Les relations qui lient les contraintes aux déformations sont appelées **lois de comportement**. Les lois correspondantes qui aboutissent à l'élaboration de **modèle mathématique**, exigent des études expérimentales préalables pour la caractérisation du matériau et la détermination de son comportement rhéologique.

En fonction des conditions de chargement, un matériau peut se trouver dans différents états mécaniques. Pour de petites forces extérieures le matériau travaille élastiquement, on dit alors qu'il est dans l'état élastique. Pour des forces plus grandes, il apparaît des déformations permanentes (irréversibles) notables, le matériau se trouve dans l'état **plastique**, puis se forment des criques locales et intervient l'état de **rupture**.

L'état mécanique d'un matériau en un point dépend en premier lieu de l'état de contraintes en ce point, bien que ce dernier ne le détermine pas complètement. Ainsi lorsque la température intervient, le facteur temps agit notablement sur l'état mécanique du matériau. L'état mécanique d'un matériau est quelque peu influencé par l'état du matériau aux points voisins. Enfin, ce qui est le plus important, la notion elle-même d'état mécanique en un point n'est pas exempte de contradiction vis-à-vis de l'hypothèse de continuité. Celle-ci étant admise en élasticité comme en plasticité.

On entend par contrainte limite ou état de contrainte limite un état tel qu'il a variation quantitative des propriétés du matériau, ou en d'autres termes passage d'un état mécanique à un autre. Pour l'état plastique, on prend habituellement pour état limite l'état de contrainte donnant lieu à des déformations permanentes (résiduelles) pour un matériau ductile, et pour un matériau fragile un état tel que le matériau commence à se détériorer.

L'état de contrainte limite peut être considéré comme un **critère** (critérium) des propriétés de comportement et de résistance du matériau. Les matériaux peuvent être ductiles ou fragiles.

**La ductilité** désigne la capacité d'un matériau à se déformer sans se rompre. La rupture se fait lorsqu'un défaut (fissures ou cavité) induit par la déformation plastique devient critique et se propage. La ductilité est donc l'aptitude qu'à un matériau à résister à cette propagation. S'il résisté bien, il est **ductile**.

**La fragilité** désigne la rupture brutale et sans avertissement.

Ces phénomènes sont observés à partir d'essais mécaniques

Un essai mécanique consiste à caractériser le matériau et à reproduire en laboratoire une sollicitation. Pour que l'essai soit reproductible, il faut que les conditions soient bien maîtrisées. Certains essais considèrent des sollicitations idéales (simples), comme par exemple l'essai de traction simple (traction uniaxiale), d'autres sont plus proches de la réalité comme par exemple l'essai d'accident de voiture etc...

Le but des essais normalisés est de comparer les matériaux et de définir des lois de comportement à partir des courbes, c'est-à-dire des expressions mathématiques permettant de décrire le comportement mécanique des matériaux (déformation, résistance à la rupture.

## **II-Rhéologies et lois de comportement**

La rhéologie est la branche de la physique qui s'intéresse à la déformation des matériaux sous des sollicitations mécaniques, thermiques ou physico-chimiques. **La loi de comportement** d'un matériau relie des grandeurs cinématiques telles que les déformations et les vitesses de déformation à des grandeurs statiques telles que les contraintes. Cette relation peut s'écrire d'une façon formelle sous la forme  $\sigma = F(\epsilon, \dot{\epsilon}, K...)$  où  $F$  est une fonction tensorielle représentant la relation de comportement,  $\epsilon$  et  $\dot{\epsilon}$  représentent respectivement les tenseurs de déformations et les vitesses de déformation la variable  $K$  est intimement liée aux caractéristiques du matériau par exemple l'écrouissage etc...

La structure de cette fonction repose sur les principes de la mécanique des milieux continus et des mesures expérimentales sur des modèles rhéologiques.

### **II-1-Modèles rhéologiques simples**

La formulation des lois de comportement fait appel à des expériences mécaniques par nature tridimensionnelles, qui font apparaître des comportements réels complexes. L'objectif de ces

expériences est double. D'une part, des essais caractéristiques permettent de classer le type de comportement du matériau (élastique, visqueux, plastique). D'autre part, ces essais permettent de calculer empiriquement les coefficients associés aux diverses relations de comportement.

Un essai caractéristique consiste à imposer une sollicitation connue en contrainte ou en déformation tout en observant l'évolution des quantités duales contraintes-déplacement.

## **II-2-Mécanismes physiques de déformation**

Le comportement macroscopique est en fait le résultat de déformation locale à une échelle microscopique. Cet aspect microscopique est fondamental pour la compréhension physique des phénomènes et relève du domaine des matériaux.

Les concepts présentés dans ce chapitre, permettent de modéliser, dans une certaine mesure et de manière macroscopique l'ensemble de ces phénomènes microscopiques qui sont à l'origine d'un comportement global irréversible.

## **II-3-Phénomènes observés lors des essais**

Les phénomènes observés à la suite d'essais peuvent être classifiés comme suite :

**a)- Déformations élastiques** : elles correspondent à des variations des espaces interatomiques et à des mouvements réversibles des dislocations. Ces déformations sont essentiellement instantanément réversibles et la configuration initiale est retrouvée après déchargement.

Les dislocations sont des défauts dans le réseau cristallin. Leur nombre augmente lorsqu'on charge le matériau.

**b)-Déformations permanentes (plastification):** elles correspondent aux mouvements irréversibles des dislocations. Ces phénomènes se font par glissement dans les plans cristallographiques.

**c)- Déformations visqueuses** : elles correspondent à la poursuite de la déformation alors que la charge est constante, il n'y a plus d'équilibre. Le temps et les vitesses de déformation jouent un rôle important dans les lois de comportement d'un matériau visqueux. Lors de ce phénomène favorisé par l'activation thermique, on parle d'écoulement de fluage.

La viscosité peut être définie comme la résistance à l'écoulement uniforme et sans turbulence se produisant dans la masse de la matière. La viscosité dynamique correspond à la contrainte de cisaillement qui ralentit la vitesse d'écoulement dans la matière.

**d) Ecrouissage :** Ce phénomène aussi appelé consolidation correspondant à une augmentation du nombre de point de blocage des dislocations. Il vient contrecarrer l'augmentation du nombre de dislocation et modifier le seuil au-delà duquel les déformations ne sont pas réversibles.

L'écrouissage ne se produit que sur les matériaux ductiles et dans le domaine plastique. Il se caractérise par une augmentation de la limite d'élasticité, mais le matériau devient aussi plus fragile.

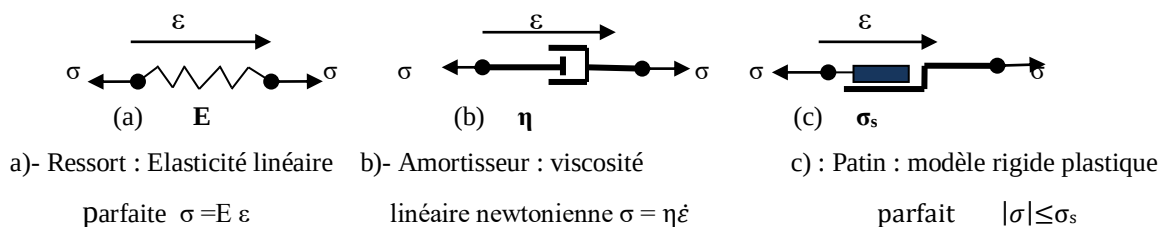
**e)-Restauration :** Ce phénomène aussi appelé recouvrance correspond à une recristallisation par regroupement de dislocation de signe opposé. Il se produit dans le temps et est favorisé par l'activation thermique.

## II-4-Modèles analogiques

Ces modèles permettent d'avoir une image concrète simplifiée des équations traduisant les lois de comportement générales tensorielles. Les trois éléments mécaniques les plus utilisés sont décrits ci-dessous.

### II-4-1-Modèles linéaires

Ces modèles sont constitués d'assemblage de ressort, de patin et d'amortisseurs linéaires



$\sigma$  : contrainte

$\varepsilon$  : déformation

$E$  : module de Young

$\eta$  : coefficient de viscosité

$\dot{\varepsilon}$  : dérivée temporelle de la déformation (vitesse de déformation)

## III- Objectifs essentiels visés par la théorie de plasticité

L'élaboration d'une théorie de plasticité consiste à résoudre trois principaux problèmes :

- Généraliser la notion de limite élastique aux cas des états de contraintes arbitraires.
- Introduire d'une façon générale les notions de chargement et de déchargement.
- Etablir les lois régissant la croissance des déformations plastiques (résiduelles).