

CHAPITRE IV

STABILITE DES TALUS

Chapitre IV - STABILITE DES TALUS

1 Hypothèses de calcul

Il existe, en principe, deux possibilités pour calculer la stabilité d'une pente. La première est de considérer que la masse instable forme un bloc rigide, que le sol a un **comportement rigide-plastique** et donc qu'à la rupture tous les points de la masse stable atteignent en même temps leur seuil de rupture; ce sont les méthodes de **calcul à la rupture**, les seules encore employées pratiquement à ce jour. La seconde possibilité est d'appliquer **la méthode des éléments finis** en choisissant une loi de comportement réaliste en réduisant, par exemple, les caractéristiques de sol jusqu'à la rupture[17].

1.1 Définition du critère de rupture

Le critère de rupture utilisé est le critère de COULOMB[17].

$$\tau = \sigma' \tan \phi' + c' \quad (1)$$

Si l'on vérifie la stabilité de la pente par rapport à une première rupture éventuelle, on prendra : ϕ'_{pic} , c'_{pic}

Si l'on vérifie la réactivation d'un glissement qui s'est déjà produit, on prendra :

$$\phi'_{rés} , c'_{rés}$$

2 Définition du coefficient de sécurité

Le principe de calcul de stabilité des talus consiste à déterminer le facteur de sécurité FS par lequel il faut diviser la résistance de la surface de glissement pour que la masse potentiellement stable soit à la limite de l'équilibre. Il existe plusieurs définitions possibles du coefficient de sécurité chacun présente des avantages et des inconvénients nous citons ci-dessous un certain nombre de ces définitions:

$$1. F = \frac{\tau_{max}}{\tau} = \frac{\text{Résistance au cisaillement maximale mobilisable}}{\text{Résistance au cisaillement nécessaire à l'équilibre}} \quad (\text{définition de Bishop})$$

Il faut noter qu'avec cette définition la valeur du coefficient de sécurité est une valeur ponctuelle qui va donc dépendre de la position du point M considéré le long de la surface testée.

$$2. F = \frac{\text{Effort résistant}}{\text{Effort moteur}}$$

Cette définition suppose que la surface testée est plane.

$$3. F = \frac{\text{Moment résistant}}{\text{Moment moteur}} \quad (\text{définition de Fröhlich})$$

Cette définition suppose que la surface testée est circulaire (ellipsoïdale en 3D).

$$4. F = \frac{H_c}{H} = \frac{\text{Hauteur critique}}{\text{Hauteur réelle}}$$

Toutes ces définitions conduisent à des valeurs différentes pour une même géométrie, sauf dans le cas où l'on se trouve à la rupture ($F=1$).

La définition 1 est couramment employée. **Fellenius** a proposé une définition voisine en considérant que l'équilibre du volume V (Figure 1) est atteint lorsque le système des forces

extérieures qui lui est appliqué mobilise les fractions $\tan\phi/F$ et c/F des valeurs réelles du frottement et de la cohésion du milieu. Cette définition permet d'obtenir un coefficient de sécurité pour l'ensemble de la surface.

Cette définition a donc pour inconvénient de considérer que la rupture se produira simultanément en tout point, ce qui est fortement contestable dans le cas de sol fortement hétérogène et n'est pas compatible avec la notion de « rupture progressive ».

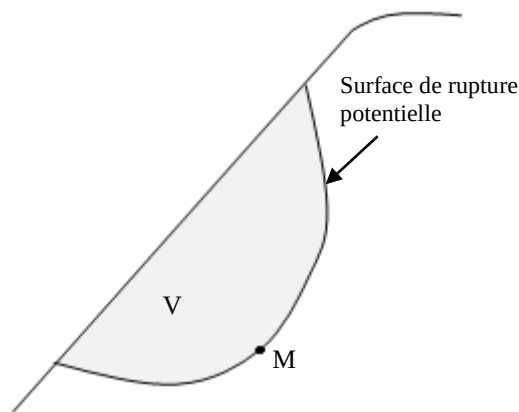


Figure 1 Surface de rupture potentielle

On distingue deux démarches pour le calcul de facteur de sécurité :

1. Dans la première, le glissement a déjà eu lieu, il s'agit d'une valeur de F inférieure ou égale à 1, donc :

- soit, on connaît la surface exacte et on cherche à déterminer, pour $F=1$, les caractéristiques correspondantes.

- soit, on a les caractéristiques et on cherche à déterminer la surface de glissement.

2. La deuxième, la plus fréquente, consiste à déterminer la marge de sécurité disponible et adopter les solutions adéquates pour améliorer la sécurité de l'ouvrage en répondant à des exigences en fonction de l'emploi des talus.

2.1 Choix de la valeur du coefficient de sécurité dans le calcul de stabilité

Le facteur de sécurité minimal F adopté est assez rarement inférieur à 1,5. Il peut quelquefois être égal à 2, voire à 2,5 pour des ouvrages dont la stabilité doit être garantie à tout prix (grand risque pour les personnes, site exceptionnel), ou pour des méthodes dont

l'incertitude est grande (analyse en contrainte totale avec risque d'erreur sur la valeur de la cohésion drainé C_u).

Pour certains sites peu importants ou pour certains ouvrages courants, et lorsqu'il n'y a pas de risque pour la vie humaine, on peut accepter des valeurs plus faibles pendant un moment très court ou pour des fréquences faible : 1,2 voire 1,1. Mais pour pouvoir se rapprocher ainsi de 1, c'est-à-dire de la rupture, il faut être sûr de la validité des hypothèses et des paramètres adoptés, ce qui souvent est difficile en géotechnique.

Le tableau ci-dessous, nous donne les valeurs de FS en fonction de l'importance de l'ouvrage et des conditions particulières qui l'entoure[2].

F	Etat de l'ouvrage
< 1	Danger
1.0 - 1.25	Sécurité contestable
1.25 - 1.4	Sécurité satisfaisante pour les ouvrages peu importants. Sécurité contestable pour les barrages, ou bien quand la rupture serait catastrophique
> 1.4	Satisfaisante pour les barrages

Tableau 1 Valeurs de FS en fonction de l'état de l'ouvrage

2.2 Détermination de la géométrie de la rupture

Pour les pentes naturelles dont le glissement est amorcé, la surface de rupture est généralement connue, de même pour les glissements plans pour lesquels la surface de rupture a été reconnue. Par contre, dans les autres cas, très nombreux, la surface de rupture est inconnue. Dans les cas courants, on adoptera une surface de glissement cylindrique à base circulaire et on recherchera le cercle qui donne le «coefficient de sécurité" F le plus faible[17]

3 Analyse de la rupture plane dans une pente infinie

On dit une rupture plane quand la surface de rupture potentielle est parallèle à la surface de la pente, et quand la hauteur est petite par rapport à la longueur de la pente on dit que la

pente est infinie. La pente est inclinée à l'horizontale d'un angle β , et de hauteur h , le niveau d'eau est situé à h_w et considéré comme parallèle à la pente (Figure 2).

La figure suivante représente une tranche de sol et les forces qui lui sont appliquées : W le poids du bloc de sol considéré, V et H les efforts sur les côtés du bloc, N et T les réactions normale et tangentielle à la base du bloc, U_L l'effort dû à la pression d'eau latérale, et U l'effort dû à la pression d'eau à la base[2].

Compte tenu de l'hypothèse de pente infinie, on peut admettre que $V = 0$ et que H et U_L s'équilibrent de part et d'autre. En écrivant que la résultante des forces appliquées est nulle, on peut calculer N et T , ainsi que le coefficient de sécurité $F = \frac{T_{\max}}{T}$

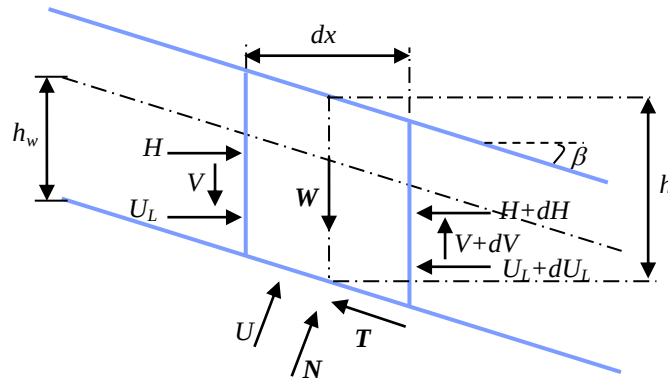


Figure 2 Rupture plane

Le critère de rupture de Coulomb s'écrit :

$$T_{\max} = C' \frac{dx}{\cos \beta} + (N - U) \tan \phi' \quad (3)$$

On obtient l'expression suivante pour le cas générale :

$$F = \frac{2}{\sin 2\beta} \frac{C'}{\gamma} + \frac{(\gamma h - \gamma_w h_w)}{\gamma h \tan \beta} \tan \phi' \quad (4)$$

4 Stabilité d'un talus dans un sol non homogène

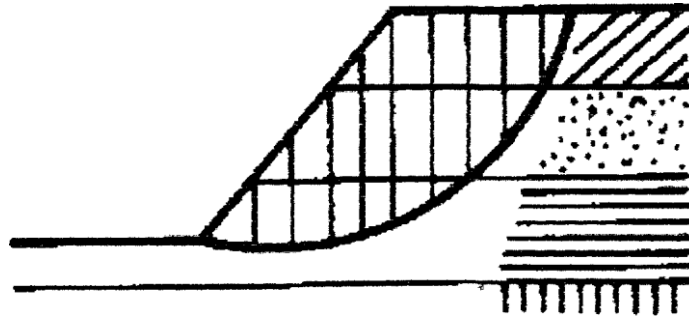


Figure 3 Talus dans un sol non homogène

Lorsqu'un glissement se produit dans un sol de caractéristiques variables, par exemple un sol stratifié, la méthode de Taylor n'est plus applicable car il est difficile de se définir un seul couple de valeurs c et ϕ représentant la quote-part des différentes couches de sol, parce que l'on ne connaît pas à l'avance la ligne de glissement la plus défavorable [23].

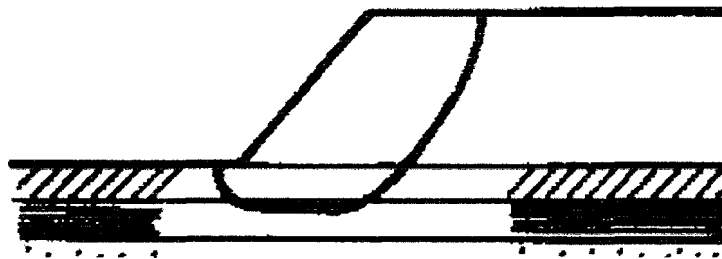


Figure 4 Présence d'une couche molle

De plus, il peut se faire que par suite de la présence d'une couche extrêmement molle, la forme de la ligne de glissement soit très éloignée d'un arc de cercle. On parle alors de ligne de glissement composite[23].

4.1 Méthode des tranches

Les méthodes les plus employées pour la résolution du calcul de la stabilité des talus de forme quelconque avec des lignes de glissement de forme quelconque, dans des sols

hétérogènes, sont les nombreuses variantes de la méthode des tranches. Celle-ci permet de s'adapter à des conditions de géométrie complexes, tant en ce qui concerne les frontières, que le sol et les conditions hydrologiques. Il existe environ une douzaine de variantes de cette méthode qui diffèrent entre elles par:

- la manière d'utiliser les équations de la statique pour définir la sécurité.
- les hypothèses utilisées pour rendre le problème déterminé.

Parmi les méthodes les plus couramment utilisées on considère:

- La méthode de Fellenius.
- La méthode de Bishop simplifiée.
- La méthode de Spencer
- La méthode de Janbu.

4.1.1 Equation générale du problème

On se place dans une configuration bidimensionnelle en déformation plane.

On considère un volume de sol AMB susceptible de glisser (Figure 5)[17]

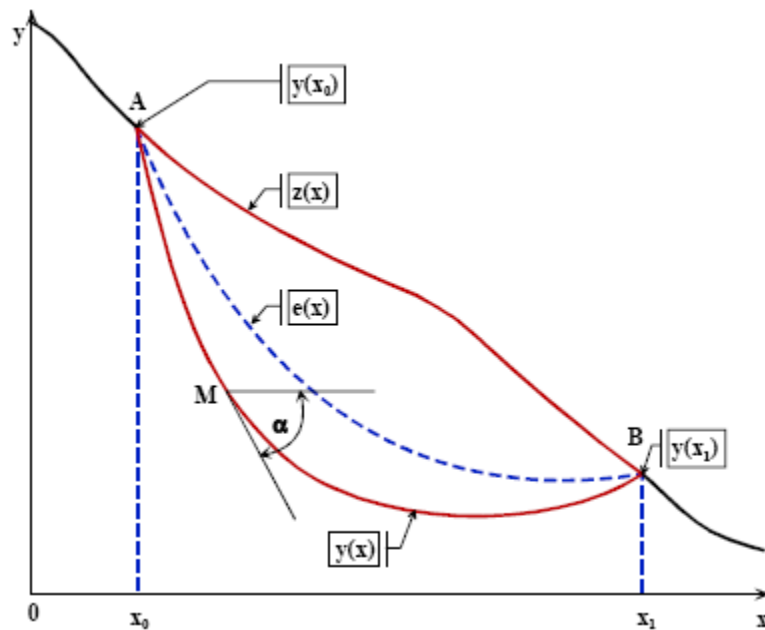


Figure 5 Définition de la surface de glissement

Avec :

$Z(x)$: l'équation de la ligne de talus.

$Y(x)$: l'équation de la ligne de rupture étudiée.

$\tan \alpha = \frac{dy}{dx}$: Tangente à la ligne de rupture.

On découpe le massif de sol en tranches verticales d'épaisseur dx assez petites pour que la base de chaque tranche, soit assimilable à un segment de droite (Figure 2.6)[17]

On désigne :

$e(x)$, ligne d'action de la force interne qui s'exerce sur une section verticale,

$V(x)$ et $H(x)$, les composantes verticales et horizontale de la force interne.

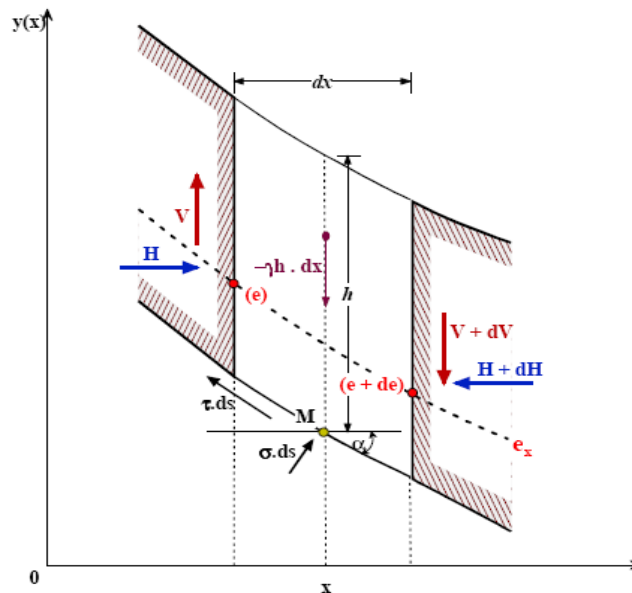


Figure 6 Equilibre d'une tranche de sol

Chaque tranche est en équilibre sous l'action des forces extérieures qui lui sont appliquées.

- Forces volumiques (poids volumique, eau...)
- Forces surfaciques (réactions entre tranches, réactions à la base de la partie stable sur la partie qui glisse)

Les forces en présence sont les suivantes :

- Poids de la tranche $\gamma h \cdot dx$

- Forces intertranches horizontales H et $(H + dH)$
- Forces intertranches verticales V et $(V + dV)$

Les forces intertranches ont leur point d'application sur la courbe $e(x)$

- Contrainte normale totale σ , pression interstitielle u et contrainte tangentielle τ à la base de la tranche appliquée sur la surface ds .

D'autre part, l'équation d'équilibre de l'ensemble du volume de sol AMB par rapport à O fournit une équation supplémentaire[17].

En projetant les forces élémentaires normales $\sigma.ds$ et tangentielles $\tau.ds$ à la tranche sur les axes (x,y) (rotation de α), on obtient en prenant σ et τ avec leurs signes :

Projection des forces élémentaires sur Ox :

$$-dH + (\sigma.ds)\sin\alpha + (\tau.ds)\cos\alpha = 0 \quad (5)$$

Projection des forces élémentaires sur Oy :

$$-dV - (\gamma h.dx) + (\sigma.ds)\cos\alpha - (\tau.ds)\sin\alpha = 0 \quad (6)$$

Equilibre de rotation des forces élémentaires par rapport au point M, point de passage de γh . dx , $\sigma.ds$ et $\tau.ds$ (moment de la tranche par rapport à M) :

$$-Vdx + Hde + dH(e - y) = 0 \quad (7)$$

$$\text{Avec } ds = \frac{de}{\cos\alpha}$$

De (2.5) et (2.6), on peut déduire les contraintes σ et τ

$$\sigma = (\gamma h.\cos^2\alpha) + \left(tg\alpha.\frac{dH}{dx} + \frac{dV}{dx} \right) \cos^2\alpha \quad (8)$$

$$\tau = -(\gamma h.\cos\alpha.\sin\alpha) + \left(\frac{dH}{dx} - \frac{dV}{dx}.tg\alpha \right) \cos^2\alpha \quad (9)$$

$$\underbrace{\int_0^{x_1} [\sigma(x + [y.tg\alpha]) + \tau(y - [x.tg\alpha])] dx}_{\text{Moment des forces surfaciques}} = \underbrace{\int_0^{x_1} (x.\gamma h)}_{\text{Moment des forces volumiques}} \quad (10)$$

Moment des forces surfaciques **Moment des forces volumiques**

On a donc cinq fonctions inconnues : $H(x)$, $V(x)$, $\sigma(x)$, $\tau(x)$, $e(x)$ et le coefficient de sécurité F .

On dispose des quatre équations (5), (6), (7) et (10) et de la loi de Mohr-Coulomb.

Ce système ne peut donc se résoudre sans **une hypothèse complémentaire** sur les fonctions inconnues et les diverses méthodes de calcul (une vingtaine) diffèrent essentiellement par la nature de l'hypothèse complémentaire, ce qui explique que suivant les méthodes retenues, on obtiendra des "coefficients de sécurité" différents. Pour être retenue pratiquement, une méthode de calcul devra être **validée par l'expérience**.

L'hypothèse complémentaire peut porter soit :

- sur une répartition des forces internes (Fellenius, Bishop, Morgenstern et Price...),
- sur la position de la ligne d'action e (Janbu...),
- sur l'orientation des efforts intertranches (Spencer),
- sur la répartition de la contrainte normale (Raulin et al) généralement appelée méthode des perturbations.

On retiendra les méthodes les plus utilisées pratiquement

4.1.2 Méthode de FELLENIUS

Dans cette méthode, on suppose que la surface de rupture potentielle est circulaire, on découpe le sol en tranches élémentaires et on adopte comme hypothèse que les tranches sont indépendantes : $H_i = V_i = 0$ (Figure 7)

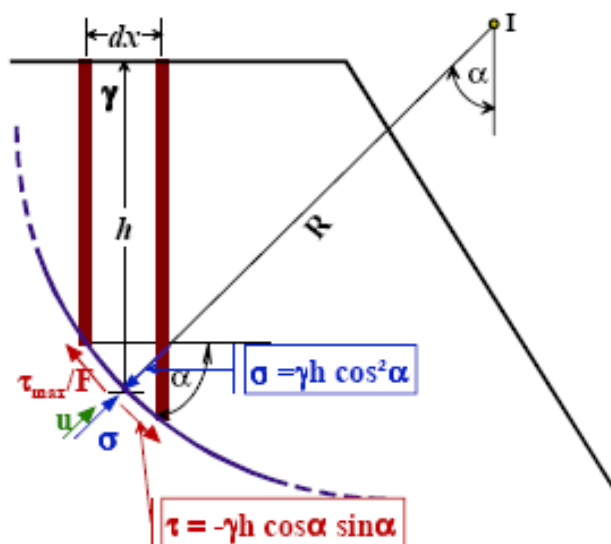


Figure 7 Equilibre d'une tranche de sol

Les équations de la statique ne sont donc pas respectées. Avec les mêmes notations que précédemment pour une tranche i , on obtient :

$$\sigma = \gamma.h.\cos^2 \alpha \quad (11)$$

$$\tau = -\gamma.h.\cos \alpha.\sin \alpha \quad (12)$$

conformes aux équations (2.8) et (2.9)

Pour la tranche élémentaire, les contraintes se rapportant au même élément de surface

$$\tau = \frac{\tau_{\max}}{F} \quad (13)$$

$$\tau_{\max} = (\sigma - u)tg\phi' + c' \quad (14)$$

$$\text{Soit : } \frac{[(\gamma.h.\cos^2 \alpha) - u]tg\phi' + c'}{F} = -\gamma.h.\cos \alpha.\sin \alpha \quad (15)$$

Pour une tranche élémentaire, on retrouve la même définition que pour le glissement plan.

Pour l'ensemble des tranches, on écrit l'équation des moments par rapport au centre du cercle pour avoir un calcul simple.

$$\sum_1^n \frac{[(\gamma_i h_i . \cos^2 \alpha_i) - u_i]tg\phi'_i + c'_i}{F} ds_i R = \sum_1^n [(\gamma_i h_i . \cos \alpha_i . \sin \alpha_i) . ds_i] R \quad (16)$$

R est constant et F par hypothèse le même dans chaque tranche, d'où

$$F = \frac{\sum_1^n [(\gamma_i h_i . \cos^2 \alpha_i) - u_i]tg\phi'_i + C'_i}{\sum_1^n [\gamma_i h_i . \cos \alpha_i . \sin \alpha_i]} ds_i \quad (17)$$

Pratiquement, on ne découpera pas suivant des tranches infiniment petites (30 à 50 tranches maximum, généralement) et on fera le calcul à partir des poids de chaque tranche.

$$W_i = \gamma_i h_i . dx_i \quad (18) \text{ avec } dx_i = ds_i . \cos \alpha_i$$

D'où $W_i = \gamma_i h_i \cos \alpha_i . ds_i$ et en remplaçant dx_i par b_i (largeur d'une tranche)

$$F = \frac{\sum_1^n \left(W_i \cos \alpha_i - \left(\frac{u_i . b_i}{\cos \alpha_i} \right) \right) \tan \phi'_i + \frac{C'_i . b_i}{\cos \alpha_i}}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad (19)$$

4.1.3 Méthode de BISHOP simplifiée

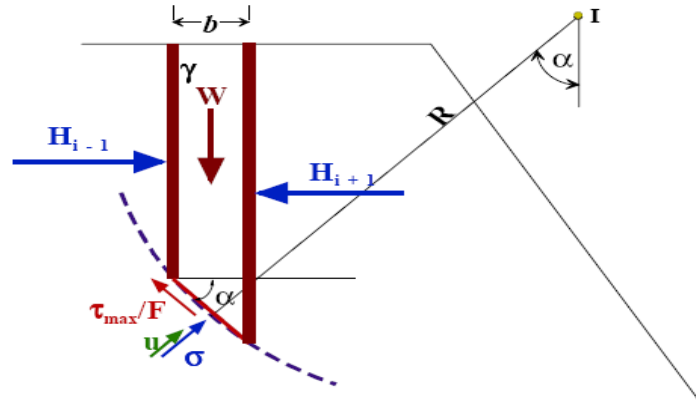


Figure8 Equilibre d'une tranche de sol

Dans cette méthode, on suppose également que la surface de rupture potentielle est circulaire ; on découpe le sol en tranches élémentaires et on adopte comme hypothèse qu'il y a seulement une réaction horizontale entre les tranches : $V_i = 0$ et $H_i \neq 0$ (Figure 8) [17]

En écrivant directement la projection sur l'axe vertical, avec

$$\tau = \frac{(\sigma - u) \tan \phi'}{F} + \frac{C'}{F} \quad (20)$$

$$W = [(\sigma' + u)b] + \sigma' b \tan \alpha \left(\frac{\tan \phi'}{F} \right) + \left(\frac{C'}{F} b \tan \alpha \right) \quad (21)$$

D'où l'on tire la valeur de σ' que l'on reporte dans l'équation des moments par rapport au centre du cercle I, de l'ensemble des tranches.

$$\frac{1}{F} \sum_1^n [(\sigma'_i \tan \phi'_i) + C'] + \frac{b_i}{\cos \alpha_i} = \sum_1^n W_i \sin \alpha_i \cdot R \quad (22)$$

Tous calculs faits, on obtient l'expression implicite de F.

$$F = \frac{\sum_1^n \frac{((W_i - u_i \cdot b_i) \tan \phi'_i) + (c'_i b_i)}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \frac{\tan \phi'_i}{F}}}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i} \quad (23)$$

La valeur initiale du coefficient **Fo** est obtenue, en général, par la méthode de **Fellenius** ; on opère ensuite par itérations successives jusqu'à la précision désirée.

4.1.4 Méthode de SPENCER

Celle-ci considère les efforts intertranches comme parallèles entre eux ; c'est-à-dire :

$$\frac{V_i}{H_i} = \tan \theta_i = \lambda \quad (24)$$

λ est un paramètre à déterminer ; l'angle θ , doit être compris entre l'angle du talus β et l'angle α_i que fait la base de la tranche i avec l'horizontale

La figure (9) permet de visualiser les forces en présence dans l'hypothèse de Spencer.[1]

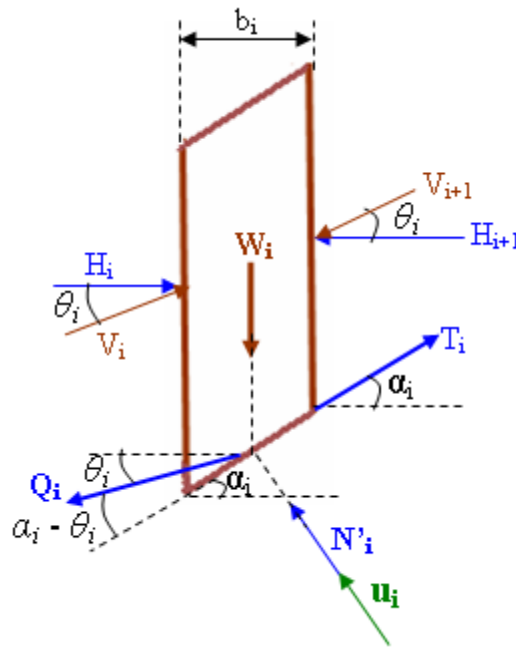


Figure 9 Equilibre d'une tranche de sol

Q_i représente la résultante des efforts intertranches. Elle fait un angle égal à $(\alpha - \beta)$ avec la base de la tranche i .

Rappelons que :

$$T_i = \frac{C_i}{F} \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + N \frac{\tan \varphi'_i}{F} \quad (2.25)$$

A l'équilibre la projection des forces parallèlement à la base de la tranche donne :

$$T_i - Q_i \cos(\alpha_i - \theta_i) - W_i \sin \alpha_i = 0 \quad (26)$$

De même pour la projection des forces sur la normale à cette base donne :

$$N'_i + u + Q_i \sin(\alpha_i - \theta_i) - W_i \cos \alpha_i = 0 \quad (27)$$

Remplaçant T_i par sa valeur, on obtient :

$$\frac{C_i'}{F} \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + N_i' \frac{tg \phi_i'}{F} - Q_i \cos(\alpha_i - \theta_i) - W_i \sin \alpha_i = 0 \quad (28)$$

Soit

$$C_i' \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + N_i' tg \phi_i' - F \cdot Q_i \cos(\alpha_i - \theta_i) - F \cdot W_i \sin \alpha_i = 0$$

$$N_i' + u + Q_i \sin(\alpha_i - \theta_i) - W_i \cos \alpha_i = 0$$

En éliminant N_i' entre ces deux expressions on peut calculer Q

$$Q = \frac{\frac{C_i'}{F} \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + \frac{tg \phi_i'}{F} (W_i \cos \alpha_i - u) - W_i \sin \alpha_i}{\cos(\alpha_i - \theta_i) \left[1 + \frac{tg \phi_i'}{F} tg(\alpha_i - \theta_i) \right]} \quad (29)$$

Maintenant, si on considère que les forces extérieures au talus sont en équilibre, alors la somme vectorielle des efforts intertranches doit être nulle. Ce qui donne :

$$\left. \begin{aligned} \sum Q_i \cos \theta_i &= 0 \\ \sum Q_i \sin \theta_i &= 0 \end{aligned} \right\} (30)$$

De plus, si la somme des moments des forces extérieures par rapport à un centre de rotation est nulle, alors la somme des moments des forces intertranches par rapport à ce centre doit être nulle également. Ce qui donne :

$$\sum Q_i R \cos(\alpha_i - \theta_i) = 0$$

Si on admet que la surface de glissement est circulaire et R son rayon (donc $R =$ une constante) l'équation précédente peut s'écrire :

$$\sum Q_i \cos(\alpha_i - \theta_i) = 0 \quad (31)$$

Pour un problème donné, il faudra alors résoudre les équations (30 et 31)

Spencer considère les efforts intertranches comme parallèles entre eux c'est à dire $\theta = Cte$

l'équation (30) se réduit à : $\sum Q_i = 0$

Il s'agira alors de résoudre deux équations au lieu de trois.

La méthode de calcul se présente schématiquement de la manière suivante :

- 1) On choisit une surface de rupture circulaire quelconque. On la divise en tranches d'égale largeur. On détermine alors, pour chaque tranche sa hauteur et l'angle α que fait sa base avec l'horizontale.
- 2) Plusieurs valeurs de θ sont choisies, pour chacune de ces valeurs on calcule F qui doit, à la fois, satisfaire aux trois équations de (e). On désigne respectivement par F_f et F_m le coefficient qui satisfait à l'équation des forces et celui qui satisfait à l'équation des moments. Le coefficient F calculé pour $\theta = 0$ et qui satisfait à l'équation des moments est désigné par F_{m0}
- 3) On représente, sur le même graphique, les deux courbes $F_f = f(\theta)$ et $F_m = f(\theta)$. L'intersection des deux courbes fournit F_1 et θ_1 .
- 4) La valeur de F_1 est alors substituée dans l'équation (29) pour calculer Q . Ensuite, partant de la première tranche à la dernière, on calcule les efforts intertranches eux – mêmes.
- 5) Partant de la première tranche vers la dernière, en utilisant l'équation des moments on trouve les points d'application des efforts intertranches, qui seront alors reportés sur la section du talus.[1]

4.1.4 Méthode de JAMBU

Lorsque la surface de glissement s'écarte trop de la forme circulaire, Jambu propose de considérer la force et le moment d'équilibre d'une tranche verticale typique et la force d'équilibre de toute la masse glissée.

Jambu suppose la ligne d'action des forces intertranches située au tiers de la hauteur des tranches.[1]

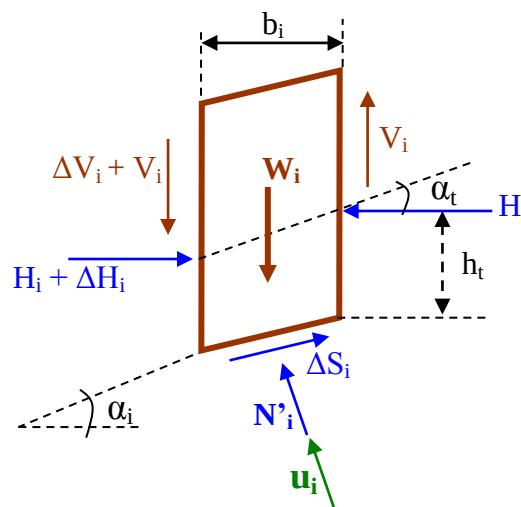


Figure 10 Equilibre d'une tranche de sol

L'équilibre horizontal nous donne :

$$F = \frac{\sum b_i s_i \frac{1}{\cos^2 \alpha_i}}{\sum (W_i + \Delta V_i) \operatorname{tg} \alpha_i} \quad (32)$$

$$\text{Avec } S_i = \frac{C_i' + \left(\frac{W_i + \Delta V_i}{b_i} - u \right) \operatorname{tg} \varphi_i'}{1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i'}{F}} \quad (33)$$

Les forces intertranches peuvent être calculées par les équations suivantes, basées sur les conditions d'équilibre :

$$\left. \begin{aligned} H_i - H_{i+1} = \Delta H_i &= (W_i + \Delta V_i) \operatorname{tg} \alpha_i - \frac{s_i b_i}{F} \frac{1}{\cos^2 \alpha_i} \\ V_i &= -H_i \operatorname{tg} \alpha_{it} + h_{it} \frac{\Delta H_i}{b_i} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Dans les quelles :

- ΔH_i : est la différence des forces normales aux côtés de deux tranches successives,
- ΔV_i : est la différence des forces parallèles aux côté de deux tranches successives,
- α_t, h_t : définissent la direction et la position de la ligne de poussée (Figure10)

Le point de départ est la tranche au sommet dans laquelle H_i et V_i ont une valeur nulle d'un seul côté.

L'utilisation des équations (34), tout en procédant tranche par tranche, nous permet d'obtenir les valeurs de forces H_i et V_i de l'ensemble des tranches.

La méthode de Jambu présente un avantage important ; le calcul rapide de F peut être effectué à l'aide d'une calculatrice de poche.