

- Les Pertes de charges -

I. Généralités.

La perte de charge ou perte d'énergie le long d'un courant liquide est due aux frottement des molécules liquides entre elles et contre le parois du dispositif solide qui guide le courant.

Donc l'apparition de perte de charges est physiquement due à la résistance qui se manifeste au cours du mouvement de l'écoulement entre les sections examinées. Cette résistance est parfois appelée résistance hydraulique.

Il est commode de diviser les résistances hydrauliques en deux types.

- Les résistances distribuées (ont le long de l'écoulement (Pdc linéaires))
- Les pertes de charges singulières.

Pour cette raison, la perte de charge spécifique h_p peut aussi être représentée par la formule:

$$h_p = H_L + H_i$$

La grandeur H_L caractérise les résistances suivant la longueur de l'écoulement. Elle dépend de la longueur des tronçons au lesquels les conditions d'écoulement sont différentes (ex: par suite de changement de ϕ ou de diverses qualités de la surface des tubes.)

Les pertes de charges singulières caractérisées par la grandeur H_i , apparaissent au endroits où il y a des différents obstacles qui provoquent des variations locales brusques de la structure de l'écoulement, de la valeur ou la direction de sa vitesse.

On peut distinguer deux moyens pour la détermination des Pdc

- 1 - moyen expérimental par le principe de superposition des pertes.
- 2 - à l'aide de formules obtenues.

1 - moyen expérimental

~~En fait~~ Ce moyen consiste à utiliser l'équation de Bernoulli le long d'un écoulement quelconque, et en connaissant les paramètres d'écoulement on peut déterminer le PDC h_p comme étant une somme des pertes sur ses tronses séparés suivant la longueur et une somme de PDC singulières. c'est à dire :

$$h_p = \sum_{i=1}^n H_{L_i} + \sum_{k=1}^m H_{i_k}$$

Cas général

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_p$$

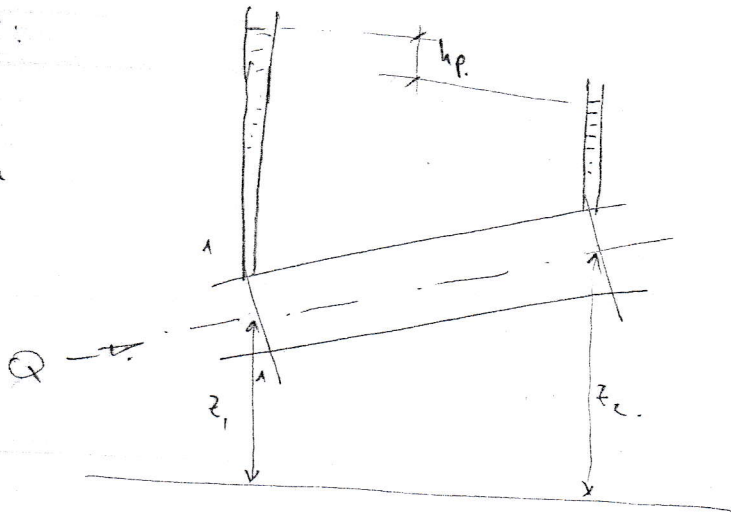
$$\Rightarrow h_p = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right)$$

ou bien : $h_p = (z_1 - z_2) + \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right) + \left(\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right)$ cas général.

Pour le cas général, il faut mesurer toutes les composantes de cette équation et déterminer h_p .

Cas particulier :

écoulement en charge.

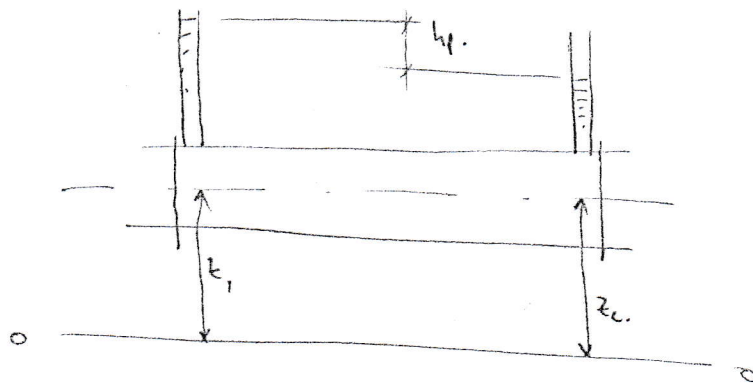


$$S_1 = S_2 \Rightarrow v_1 = v_2 \rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$$

d'où $h_p = (z_1 - z_2) + \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right)$

③ Dans ce cas, il ne faut mesurer que la hauteur z_1 et la hauteur piezométrique $\frac{P_1}{\gamma}$.



Dans ce cas il ne faut mesurer que la hauteur piezométrique dont la différence est la valeur des pertes de charges.

$$h_p = \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)$$

2. d'aide des formules obtenues.

II. Calcul des pertes de charges

1. PDC. Linéaire (à l'origine de la conduite ou canal.)

Ces pertes de charges linéaires peuvent être déterminées par la théorie de la similitude ou l'analyse dimensionnelle et elles sont caractérisées par l'équation de

Darcy - Weisbach.

$$h_e = f \frac{L}{4R} \frac{v^2}{2g}$$

f. Longueur de la conduite en charge ou du canal.

f. coef. des pertes de charges linéaires f: indique la part ^{l'énergie} ~~de la~~ cinétique dépensée pour vaincre la résistance donnée. (coef de Darcy).

R. Rayon hydraulique.

Le rayon hydraulique représente le rapport de la surface de la section mouillée S de l'écoulement à son périmètre mouillé F

$$R = \frac{S}{F}$$



dans le cas particulier d'un tube rond et d'un écoulement en charge le rayon hydraulique se détermine en fonction de son diamètre d :

$$R = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{4R = d.}$$

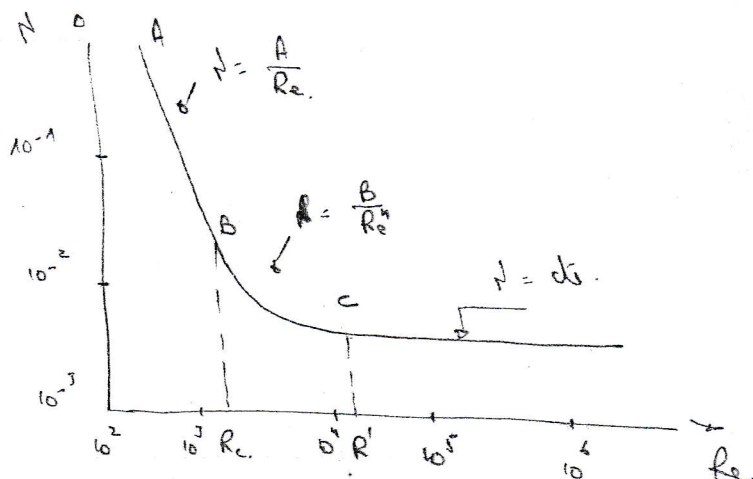
et l'équation de Darcy-Weisbach pour des conduites circulaires sera :

$$\boxed{h_f = \lambda \frac{L}{d} \frac{V_{\text{moy}}^2}{2g}}$$

Le coef. de résistance λ est une fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité de la conduite).

$$\lambda = f(Re, R_{\text{rel}}) \quad \lambda = f(Re)$$

L'expérience montre que l'allure générale de la variation de λ en fonction de Re est donnée par la courbe représentée en la figure.



91
 Suivant la série d'opérations proposée par le savant, il a été
 montré que δ varie avec la valeur du nombre de Reynolds et
 de la rugosité relative des conduits.

On distingue différentes zones; on a vu,

(1) pour de faibles valeurs de Re (régime laminaire,
 $\delta(R_e)$ est de la forme $\delta = A/R_e$, A représentant une constante.

$$h_p = \frac{\Delta P}{\gamma}$$

$$\frac{\Delta P}{\delta} \frac{V^2}{g} = \frac{\Delta P}{\gamma}$$

On peut distinguer trois zones particulières dans l'étendue de la variation totale de N (3)

1. Pour des faibles valeurs de Re c'est à dire en régime laminaire, la relation $\lambda(Re)$ est de la forme $\lambda = A/Re$ représentée par une droite.

En effet en régime laminaire pour une conduite de diamètre constant en écoulement permanent, la perte de pression ΔP est proportionnelle à la perte de charge

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{\lambda}{d} \frac{\rho}{2} \frac{V_m^2}{\gamma}.$$

et afin de déterminer la relation existante entre le coef de résistance λ et le Nombre de Re dans le régime laminaire examinons un écoulement dans un tube cylindrique.

$$\lambda = \frac{\alpha}{Re}$$

$$\alpha = \lambda Re$$

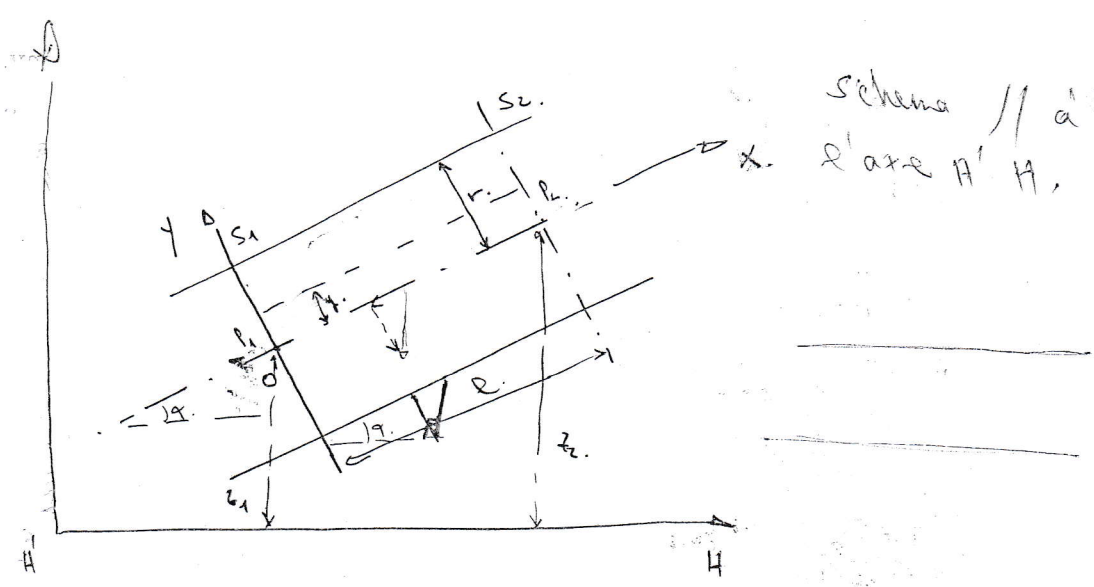
Selon le graphe présenté ci-dessous, on peut distinguer trois zones particulières dans l'étendue de la variation totale des.

1. Pour de faibles vitesses de la, c'est à dire en régime laminaire, la relation $\lambda(Re)$ et de la forme $\lambda = A/Re$ représenté par une droite.

En effet en régime laminaire, pour une conduite de diamètre constant en écoulement permanent, la perte de pression ΔP est proportionnelle à la perte de charge.

$$\frac{\Delta P}{\rho} = h_L = \frac{\lambda P}{d} \frac{V_{m}^2}{2g}$$

et afin de déterminer la relation existante entre le coef. de Darcy λ et le nombre de Reynolds dans le régime laminaire examons un écoulement dans un tube cylindrique.



Prends comme axes Ox coïncidant avec l'axe du tube et Oy perpendiculaire à Ox dans le plan de la figure. Soit α l'angle de Ox avec x la base horizontale H'H.

Considérons entre 2 sections transversales S_1 et S_2 distantes d'une longueur l et où les pressions respectives sont p_1 et p_2 , le cylindre de lipide de rayon r se déplace par rapport à la masse lipide en mouvement $\vec{v}$ l'environne.

Puis que le lipide est en mouvement rectiligne et uniforme, savons que la somme de projections sur Ox des forces extérieures $\vec{F}_i$ agissant sur le cylindre est nulle.

ces forces sont :

1. Les poids dont la projection sur Ox est :

$$- \rho g \pi y^2 (z_2 - z_1) = - \rho g \pi y^2 (z_2 - z_1) \approx 0$$

! reprojecte nul.

2. Les pressions en bout dont la résultante est :

$$(P_1 - P_2) \pi y^2$$

3. en désignant par τ la force de frottement par unité de surface latérale du cylindre d'épaisseur δ : on a comme expression : donnée par les formules de Newton.

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dy}$$

donc la résultante tangentielle sera : projetée sur l'axe Ox

$$- \tau 2 \pi y \delta$$

$$\Rightarrow \mu \frac{dv}{dy} 2 \pi y \delta$$

donc l'équilibre dynamique du cylindre sera :

$$- \rho g \pi y^2 (z_2 - z_1) + (P_1 - P_2) \pi y^2 + \mu \frac{dv}{dy} 2 \pi y \delta = 0$$

$$\pi y^2 [(P_1 + \rho g z_1) - (P_2 + \rho g z_2)] = - 2 \pi \mu y \delta \frac{dv}{dy}$$

en introduisant les pressions statiques

$$P_1^* = P_1 + \rho g z_1$$

$$P_2^* = P_2 + \rho g z_2$$

et en divisant par $2 \pi \mu y \delta \Rightarrow$

$$\frac{P_1^* - P_2^*}{2 \mu \delta} \cdot y = - \frac{dv}{dy}$$

$$\frac{P_1^* - P_2^*}{2 \mu \delta} \cdot y dy = - dv$$

en intégrant on a :

$$\frac{p_1^* - p_2^*}{4\mu R} \frac{y^2}{2} = -v + \text{cte.}$$

et compte tenu de la condition aux limites on obtient en définitive.

$$v = \frac{p_1^* - p_2^*}{4\mu R} (r^2 - y^2)$$

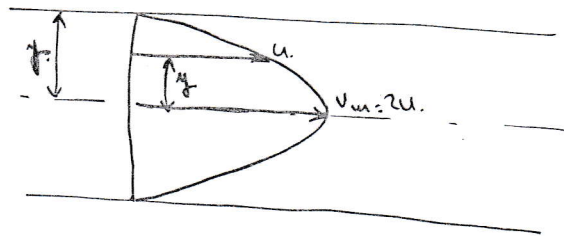
La vitesse varie suivant une loi parabolique.

$v=0$ pour $y=r$

$$v=0 \quad y=r, \quad dv = \frac{p_1 - p_2}{4\mu R} r^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{p_1 - p_2}{4\mu R} r^2 - \frac{p_1 - p_2}{4\mu R} y^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{p_1 - p_2}{4\mu R} (r^2 - y^2)$$

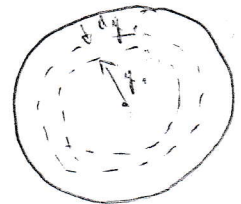


Le débit élémentaire à travers une couronne élémentaire de rayon y est :

$$dQ = 2\pi y \, dy \cdot v$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^R 2\pi y \frac{p_1^* - p_2^*}{4\mu R} (r^2 - y^2) \, dy$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{p_1^* - p_2^*}{L}$$



c'est la formule de Poiseuille établie en 1840.

La vitesse moyenne peut se déterminer par l'expression du débit :

$$Q = S \cdot v_{\text{moy}}$$

$$v_{\text{moy}} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R^2}{8\mu} \frac{p_1^* - p_2^*}{L}$$

La vitesse maximale V_{max} est atteinte à l'axe et a pour valeur

$$V_{max} = \frac{p_1^* - p_2^*}{4\mu L} r^2 = 2 V_{moy}.$$

$$\boxed{V_{max} = 2 V_{moy}}$$

Les diverses relations établies montrent que la vitesse v en un point et le débit Q sont proportionnels à $\frac{p_1^* - p_2^*}{L}$ c'est à dire à la chute de pression piézométrique par unité de longueur.

Or la charge entre les deux sections S_1 et S_2 a pour expression:

$$h = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = \frac{p_1^* - p_2^*}{\rho g}$$

$$\frac{p_1^* - p_2^*}{L} = \frac{\rho g h}{L}$$

si on applique l'équation de Bernoulli, on aura:

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = h - h_f = 0.$$

$$\boxed{h = h_L = \frac{p_1^* - p_2^*}{\rho g}}$$



donc $\frac{p_1^* - p_2^*}{\rho g} = \frac{N \rho}{d} \frac{V_{moy}^2}{2g}$

on a vu que $f = \frac{N}{d}$

$$p_1^* - p_2^* = \frac{V_{moy} \cdot L \cdot \rho \cdot f}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4 V_{moy} \cdot L \cdot \rho \cdot f}{d \cdot \rho \cdot g} = \frac{N \rho}{d} \frac{V_{moy}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow N = \frac{32 \cdot 2 \mu}{V_{moy} \cdot \rho \cdot d} = \frac{64 \cdot \mu}{V_{moy} \cdot \rho \cdot d} = \frac{64}{Re}$$

$$\boxed{N = \frac{64}{Re}}$$