# Chapitre 2 : Cinématique des fluides

Voici les points essentiels à retenir :

(1) La description d'Euler, qui consiste à privilégier le champ des grandeurs locales caractéristiques d'un fluide (champ des vitesses $\vec{v}_{(M,t)}$, champ des pressions $P_{(M,\,t)}$ ...), est la mieux adaptée pour étudier le mouvement du fluide dans son ensemble. La description de Lagrange étudie quant à elle la marche individuelle de chaque particule fluide. Ce dernier mode d'étude n'est pas très employé en mécanique des fluides. Ces deux approches conduisent évidemment à la même valeur de la vitesse :

$$\vec{v}_{(M,t)} = \vec{v}_P(t)$$

Où :

• $\vec{v}_{(M,t)}$ : vitesse locale en M déduite de la description d'Euler

• $\vec{v}_P(t)$ : vitesse instantanée en M de la particule fluide P déduite de la description de Lagrange

(2) Le champ local des vitesses est celui d'un solide auquel il faut ajouter le vecteur-déformation $\vec{D} = \overrightarrow{grad}\Phi$ :

$$\vec{v'}_{(M',t)} = \vec{v}_{(M,t)} + \vec{\Omega} \times \overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{grad}\Phi$$

Dans cette équation :

• $\vec{v}_{(M,t)}$ correspond à la translation en bloc de la particule fluide.

• $\vec{\Omega} \times \overrightarrow{MM'}$ correspond à la rotation en bloc de la particule fluide.

• $\overrightarrow{grad}\Phi$ correspond à la déformation de la particule fluide. Une telle déformation n'existe pas en cinématique du solide. C'est une caractéristique de l'état fluide.

(3) La ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse $\vec{v}_{(M,t)}$ (à ne pas confondre avec la trajectoire d'une particule qui représente les positions prises par une particule P mobile au cours du temps). L'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé constitue un tube de courant. Si ce tube est infiniment petit, il est dit filet de courant.

(4) En tout point d'un milieu fluide en écoulement permanent, le vecteur-vitesse $\vec{v}_{(M,t)}$ reste invariant au cours du temps. Cet écoulement est caractérisé par :

$$\frac{\partial \vec{v}_{(M,t)}}{\partial t} = \vec{0}$$

(5) L'accélération $\vec{a}$ d'une particule de fluide est la dérivée particulaire de la vitesse $\vec{v}$ :

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}$$

Elle comporte deux termes : le premier terme représente le taux de variation au cours du temps de la vitesse en un point fixe de l'espace (accélération locale) alors que le second terme dit accélération convective, représente le taux de variation dans l'espace de la vitesse à un instant fixe.

(6) Si la paroi d'une conduite possède une symétrie de révolution d'axe Ox, l'écoulement est dit unidirectionnel. Il est décrit par la seule variable x. Les équations qui le caractérisent sont :

- L'écoulement dépend de la position x et du temps t (cas général) :

$$\vec{v} = v(x,t)\,\vec{i} \qquad \vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(v\,\frac{dv}{dx}\right)\vec{i}$$

- L'écoulement dépend de la position x mais de dépend pas du temps t (écoulements permanents) :

$$\vec{v} = v(x)\,\vec{i} \qquad \vec{a} = v\,\frac{dv}{dx}\,\vec{i}$$

- L'écoulement dépend du temps t mais ne dépend pas de la position x (écoulements uniformes) :

$$\vec{v} = v(t)\,\vec{i} \qquad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\,\vec{i}$$

(7) <u>Débits massique et volumique</u> :

- <u>Débit massique</u> : le débit massique $D_M$ est la quantité de matière qui traverse toute surface normale aux lignes de courants pendant l'unité de temps. Elle s'exprime en kg/s. Pour une surface quelconque (S), son expression est :

$$D_M = \iint_{(S)} \rho\,\vec{v}\,\overrightarrow{dS}$$

- <u>Débit volumique</u> : si on raisonne sur le volume du fluide (V) qui traverse (S), on définit le débit volumique $D_V$ qui s'exprime en $m^3/s$ :

$$D_V = \iint_{(S)} \vec{v}\,\overrightarrow{dS}$$

- Pour un fluide incompressible ($\rho$ $C^{te}$), la relation entre $D_M$ et $D_V$ se simplifie :

$$D_M = \rho \iint_{(S)} \vec{v}\,\overrightarrow{dS} = \rho\, D_V$$

• Dans le cas des écoulements unidimensionnels, les débits ont pour expressions :

$$D_M = \rho\, v\, S \qquad \text{et} \qquad D_M = v\, S$$

(8) Equation de continuité : elle exprime la conservation de la masse d'une portion de fluide de volume V délimité par une surface (S) que l'on suit dans son mouvement. Elle est donnée dans sa forme locale par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

• Pour les écoulements permanents, la masse de volume V ne dépend du temps t. L'équation de continuité se réduit à :

$$\mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0 \qquad \text{car} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Il en résulte pour un fluide incompressible ($\rho$ $C^{te}$) en régime permanent ($\partial\rho/\partial t = 0$) qui s'écoule dans un tuyau de forme cylindrique de section variable, la section d'entrée ($S_1$) étant très supérieure à la section de sortie ($S_2$), que :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Cette relation montre de $v_2 >> v_1$ car $S_2 << S_1$ (principe de fonctionnement du tuyau d'arrosage).

Bon courage
Prof. S. KHENE