2. **Optique géométrique :** Dioptres sphériques (convergent, divergent), formule de conjugaison et construction géométrique de l'image.

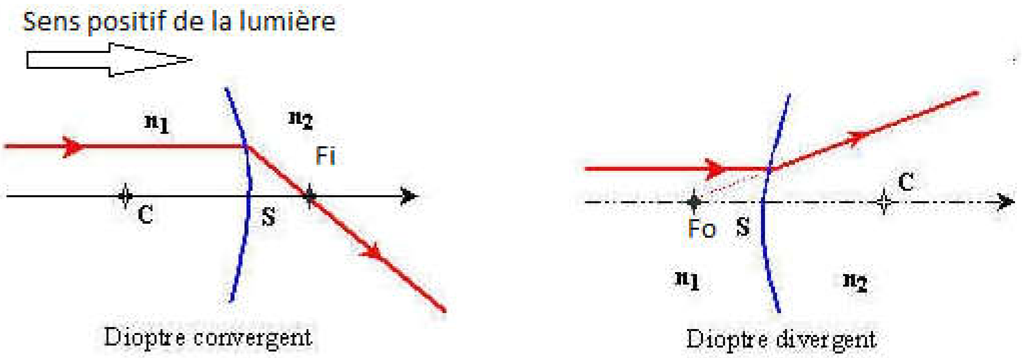
2.1. Introduction

Un dioptre sphérique est constitué par l'association de deux milieux transparents et homogènes d'indices différents (n_1, n_2) telle que la surface de séparation est sphérique. Il est caractérisé par un centre C, un sommet S et un rayon R = $\overline{SC}$. L'axe SC est appelé aussi l'axe optique ou principal. Il existe deux types de dioptres :

- Dioptre sphérique convergent : caractérisé par un centre C se trouvant dans le milieu le plus réfringent (indice le plus élevé).
- Dioptre sphérique divergent : caractérisé par un centre C se trouvant dans le milieu le moins réfringent (indice le moins élevé).

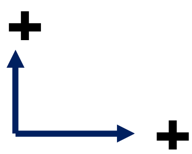
Ils sont représentés comme suit :

$n_1 > n_2$



Les rayons lumineux issus parallèles convergents vers un seul point Fi, dans le dioptre convergent. Tandis que, dans le dioptre divergent, les rayons issus parallèles divergent et leur prolongement passe par un point Fo. Les points **Fi** et **Fo** seront définis ultérieurement.

Convention de signe :
le sens positif de l'axe des abscisses est pris comme sens de la propagation de la lumière.

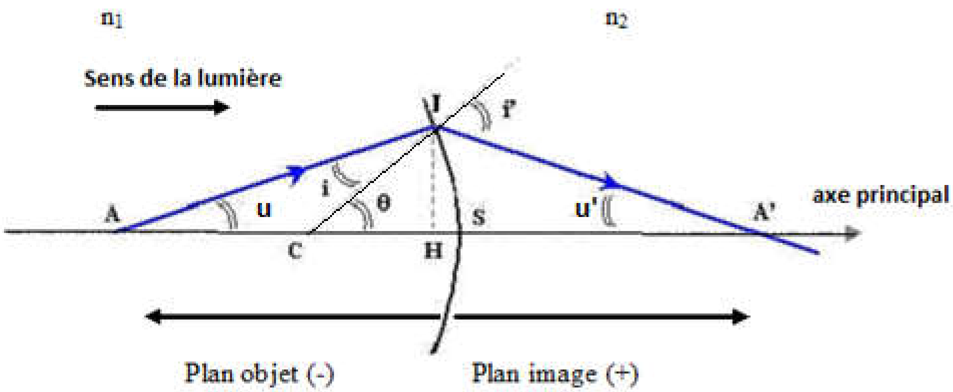


Attention aux erreurs de signe !!!

2.2 Recherche du stigmatisme pour les dioptres sphériques :

a) Stigmatisme rigoureux

On considère un dioptre sphérique convergent. Un objet **A** est placé sur l'axe optique devant la face d'entrée de ce dioptre. Construisons l'image **A'** de **A** à travers le dioptre (on considère que $\mathbf{n_1 > n_2}$). Le point **I** est le point d'incidence sur le dioptre.



Soit un objet **réel A** se trouvant sur l'axe optique, alors sont image **A'** se trouve sur l'axe optique

On peut aisément démontrer que la position de A' est fonction de u' et que u' est fonction des angles i' et i' est lui même fonction de i .

Un dioptre est stigmatique si pour un objet ponctuel il donne une image ponctuelle.

b) Stigmatisme approché et formule de conjugaison

On se place dans les conditions d'approximation de Gauss avec origine au sommet (S) pour lesquelles les angles d'incidences sont petits. Dans ces conditions nous avons :

$\overline{SA} \approx \overline{HA} = P$: distance objet

$\overline{SA'} = \overline{HA'} = q$: distance image

$\overline{SC} = \overline{HC}$= R : rayon du dioptre

On peut aussi écrire :

$$tgu \approx sinu \approx u = -\frac{h}{p}$$

$$tgu' \approx sinu' \approx u' = \frac{h}{q}$$

$$tg\theta \approx sin\theta \approx \theta = \frac{h}{R}$$

On a aussi : i= u + θ , u = θ – u'

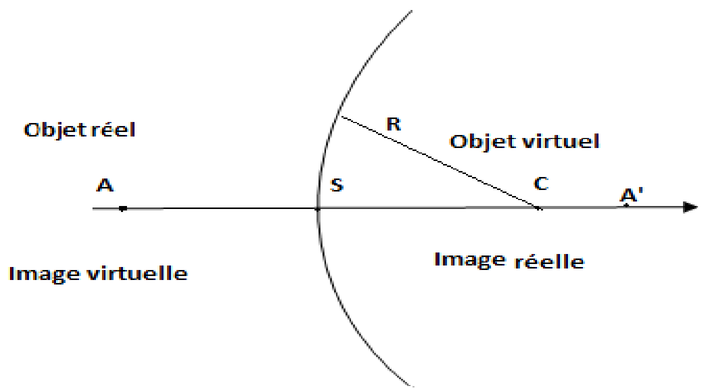
On peut finalement écrire la formule de Descartes pour les dioptres sphériques :

$$\frac{n_2}{q} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad \textbf{1}$$

On peut aussi écrire une autre relation de conjugaison des dioptres sphériques avec origine au centre (C) .

$$\frac{n_1 - n_2}{CS} = \frac{n_1}{CA} - \frac{n_2}{CA'} \qquad \textbf{2}$$

Dans cette figure, on présente la nature de l'espace objet et image.



Dans ce cas, **A** est un objet réel est son image **A'** est réelle.

- Si $R < 0$: on dit que le dioptre est **concave**
- Si $R > 0$: on dit que le dioptre est **convexe**

2.3 <u>Points focaux</u>

2.3.1 Point focal objet (Fo)

Tout rayon issu du point focal objet **Fo**, se réfracte parallèle à l'axe principal. C'est-à-dire que tout **objet placé en Fo**, aura une **image à l'infini.** On peut écrire alors :

$\overline{SFo} = fo = p$, $q \longrightarrow \infty$; **Fo** est appelé point focal objet.

La relation 1, devient alors :

$$\frac{n_1}{fo} - \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Comme $\frac{n_2}{\infty}$ tend vers zéro, ce qui donne : $-\frac{n_1}{fo} = \frac{n_1 - n_2}{R}$, on obtient alors :

$$fo = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} R \qquad 3$$

fo est appelée distance focale objet.

2.3.2 Point focal image (Fi)

Tout rayon parallèle à l'axe se réfracte en passant par le point focal image **(Fi).** C'est-à-dire que tout objet placé **à l'infini,** aura une **image placée en Fi.** On peut écrire alors :

$\overline{SFi}$**=fi= q , p** $\longrightarrow \infty$ **;** **Fi** est appelé point focal image.

La relation 1, devient alors :

$$\frac{n_1}{\infty} - \frac{n_2}{\mathrm{fi}} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Comme $\frac{n_1}{\infty}$ tend vers zéro, ce qui donne : $-\frac{n_2}{fi} = \frac{n_1 - n_2}{R}$, on obtient alors :

$$fi = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} R \qquad 4$$

fi distance focale image .

Comme n_1 et n_2 sont > o alors fo et fi sont toujours de signes contraires. Les foyers objet et image sont toujours de part et d'autre du sommet S du dioptre.

On peut en déduire des relations 3 et 4 que :

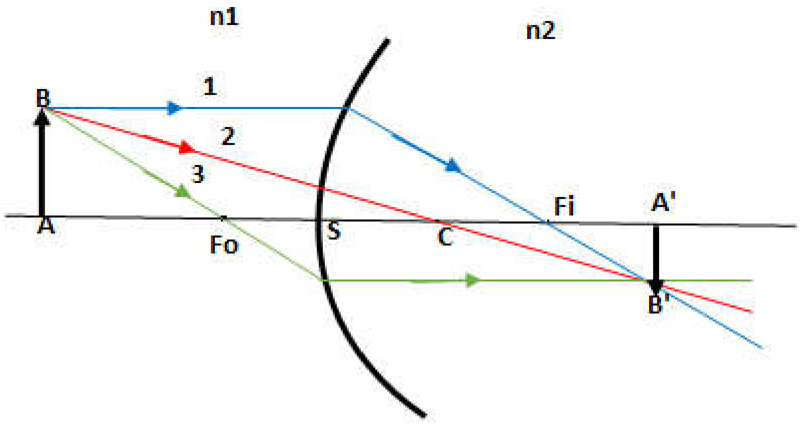
$$\frac{fo}{fi} = -\frac{n_1}{n_2} = \frac{\overline{SFo}}{\overline{SFi}}$$

Remarque :

1-Un dioptre sphérique est dit **convergent** si sa **distance focale image fi** est **positive**.
2- Un dioptre sphérique est dit **divergent** si sa **distance focale image fi** est négative

2.3.3 Construction de l'image d'un objet à travers un dioptre

Soit un dioptre convergent de rayon R, de sommet S et de centre C. Soient n1 et n2 les indices des milieux. ($n_1 < n_2$)



On place un objet réel AB. Comment trouver son image ?

Il faut 3 rayons principaux pour construire l'image :

1. Le rayon parallèle à l'axe optique et qui semble venir de l'infini, il se réfracte et passe par Fi (le foyer image)
2. Le rayon qui passe par le centre optique, n'est pas dévié. C'est le rayon qui est perpendiculaire au dioptre.
3. Le rayon issu de l'objet et qui passe par le foyer objet (Fo), sort parallèle et se rencontre avec les deux autres rayons.

On obtient une image A'B' .

La nature de l'image

C'est une image réelle, renversée et plus petite que l'objet.

Pour connaitre si l'image est plus petite ou plus grande que l'objet, il faut déterminer le grandissement.

Le grandissement

On le note généralement **G** ,

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1\, q}{n_2\, p}$$

- **Si G > 0 : on a une image droite**
- **Si G< 0 : on a une image renversée**

Puissance du dioptre sphérique (D)

La puissance représente la force de convergence (ou de divergence) du dioptre sphérique.

$$D = \frac{n_2}{fi} = -\frac{n_1}{fo} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

- **Si D > 0 : on dit que le dioptre est convergent**
- **Si D < 0 : on dit que le dioptre est divergent**

Les termes puissance et vergence sont très utilisés dans la vision (œil).