**Université Badji Mokhtar, Annaba**
**Faculté des Sciences**
**Département de Mathématiques**

Année universitaire 2019-2020

**Spécialité Actuariat-Assurance Vie**
**Exercices supplémentaires**

**Exercice 1**

1) Déterminer les probabilités de survie d'un individu de 70 ans, jusqu'à 73 et75 ans, sachant que : $l_{70} = 65649$ ; $l_{73} = 58911$ et $l_{75} = 53818$.

2) Déterminer la probabilité pour qu'une tête de 73 ans vive au- delà de 75 ans.

3) Si l'on sait qu'une personne est décédée entre 70 et 75 ans, quelle est la probabilité pour que son décés ait au lieu avant 73 ans?

4) On observe 20 personnes âgées de 70 ans . Quelle est l'espérance mathématique du nombre de décés qui interviendront entre 70 et 75 ans?

**Exercice 2**

On suppose que les probabilités de survie d'une tête d'âge actuel 60 ans, respectivement à 63 ans et 65 ans, valent :

$$\begin{aligned} {}_3p_{60} &= 0,932 \\ {}_5p_{60} &= 0,879. \end{aligned}$$

1) Quelle est la probabilité pour qu'une tête de 63 ans survive à 65 ans ?

Si une personne doit décéder entre 60 et 65 ans,

2) quelle est la probabilité pour qu'elle meure avant 63 ans ?

On observe 24 personnes âgées de 60 ans.

3) Quelle est l'espérance mathématique du nombre de décès qui doivent intervenir entre 60 et 65 ans ?

4) Calculer les probabilités que des décès surviennent dans le groupe, pour $0 \leq K < 5$. Quelle est la valeur la plus probable ?

5)Donner trois modèles de mortalité en explicitant les formules.

**Exercice 3**

On suppose que l' aggravation d'un risque décés se traduit par une augmentation du taux instantané de mortalité, soit :

$$\mu_x^* = \mu_x + \alpha, \text{ où } \alpha \text{ constante positive}$$

où $\mu_x^*$ est le taux instantané de mortalité à l'âge $x$ du risque aggravé, et $\mu_x$ le taux instantané de mortalité à l'âge $x$ du risque normal.

1) Exprimer la probabilité de survie"aggravée" ${}_tp_x^*$ en fonction de ${}_tp_x$ et $\alpha$ où ${}_tp_x$ désigne la probabilité de survie.

2) Calculer en fonction de $\alpha$ la valeur de $t$ qui conduit à

$${}_tp_x^* = \frac{{}_tp_x}{2}$$

et montrer qu'elle est indépendante de l'âge initial $x$.
3) Montrer que l'espérance de vie du risque aggravé, que l'on note $\mathring{e}_x^*$, peut écrire

$$\mathring{e}_x^* = \int_0^{\omega - x} {}_tp_x \exp(-\alpha t)dt$$

4) Calculer l'espérance de vie du risque aggravé lorsque la loi de survie est celle de *De Moivre* $(l_x = \omega - x)$ et comparer avec celle d'un risque normal.

**Pr.Zeghdoudi Halim**