Université Badji Mokhtar Annaba Licence Acad. Math 2ème année Module: Analyse 4

2019/2020

Enseignante: Bellal Nabila

Département mathématiques.

Devoir à domicile

Exercice 1.

Soit $x \mapsto ||x||$ une norme sur \mathbb{R}^n . Montrer que la fonction

$$f(x) = ||x||$$

est uniformément continue.

Exercice 2.

Soit f la fonction définie par

$$f(x,y) = \frac{x^m}{x^2 + y^4}$$

, où $m \in \mathbb{N}^*$.

- i) Quel est le domaine de définition de f?
- ii) Calculer $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$, si elle existe, discuter suivant les valeurs du paramètre
- iii) Discuter selon les valeurs de m le prolongement par continuité de f.

Exercice 3.

Soit $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)^2 \cos \frac{1}{x} \cos \frac{1}{y} & \text{si } xy \neq 0\\ 0 & \text{si } xy = 0 \end{cases}$$

- 1) Étudier la continuité de f en (0,0).
- Calculer $\lim_{x\to 0} (\lim_{y\to 0} f(x,y))$ et $\lim_{y\to 0} (\lim_{x\to 0} f(x,y))$.
- 3) Que peut-on conclure?