

TP5: Intégration numérique : méthode du trapèze :

Objectif :

Très souvent le calcul explicite de l'intégrale, d'une fonction f continue sur $[a, b]$ dans \mathbb{R} , définie par $I(f) = \int_a^b f(x) dx$ peut se révéler très laborieux, ou tout simplement impossible à atteindre. Par conséquent, on fait appel à des méthodes numériques, afin de calculer une approximation de $I(f)$. Dans ces méthodes numériques, la fonction est remplacée par une somme finie. Dans ce TP, nous allons étudier et implémenter, sous Matlab, la méthode du trapèze dédiée à l'intégration numérique.

Principe de la méthode du trapèze :

Cette méthode est basée sur l'interpolation, de chaque sous-intervalle $[x_k, x_{k-1}]$. Par un polynôme de degré un. En d'autres mots, sur chaque $[x_k, x_{k-1}]$ la fonction f continue et dérivable sur $[a, b]$, est substituée par la droite joignant les points $(x_k, f(x_k))$ et $(x_{k+1}, f(x_{k+1}))$. Le schéma numérique de la méthode du trapèze est donné par :

$$I(f) \approx \frac{h}{2} \left[f(a) + 2 \times \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right]$$

Exercice :

Ecrire un programme Matlab permettant l'implémentation de la méthode du trapèze pour la fonction suivante :

$$f(x) = x \cdot \sin(x)$$

Définir la fonction $f(x)$ à intégrer et lire les données : a , b et n .

$x=[a \ b]$ avec le pas d'incrément h

- 1) Calculer h tel que $h = (b-a)/n$,
- 2) Initialiser l'intégrale I .
- 3) Utiliser la boucle pour : pour $i \rightarrow 1:n-1$ faire
 $I = I + h * f(a+k*h);$
fin pour
- 4) $I = (f(a)+f(b))*(h/2) + I;$
- 5) Afficher le résultat.

On donne : $a = 0$, $b = \pi$ et $n = 40, 30, 20, \dots$