TP3: Résolution d'équations non linéaire : Méthode de Newton :

Objectif :

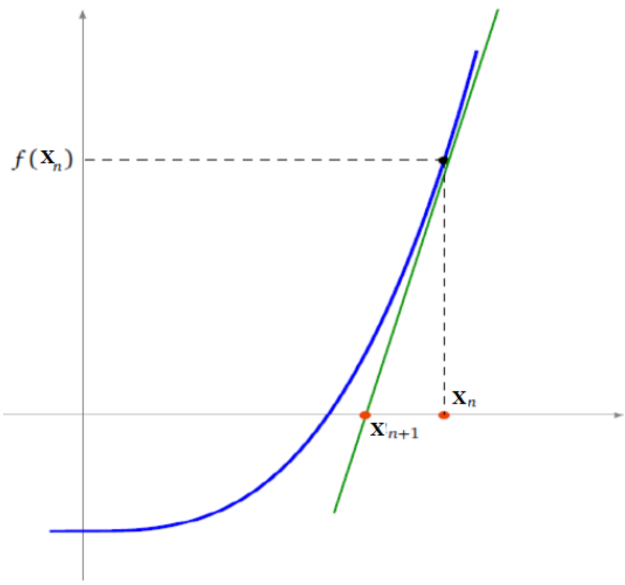
L'objectif de ce TP est d'étudier comment calculer une valeur approchée d'une racine d'une fonction « f » donnée, par la méthode de Newton. Pour cela, nous implémentons et testons en Matlab cette méthode de Newton pour la résolution des équations non linéaires.

Principe de la méthode de Newton :

La méthode de Newton s'applique à la résolution d'une équation de la forme f(x)=0. Etant donnée une approximation x(0) de la racine, nous construisons la tangente à la courbe d'équation y=f(x) au point d'abscisse x(0) ; cette droite coupe l'axe horizontal en x(1) ; nous construisons une nouvelle tangente en cette abscisse, dont l'intersection avec l'axe des x nous donne x(2). Ce procédé est itéré jusqu'à la convergence.

Partons d'une fonction dérivable f : [a,b]→R et d'un point $X_0 \in [a,b]$, nous pouvons définir une suite récurrente de la forme :

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$



Finalement, on peut définir les critères d'arrêt comme suit :

$$|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$$

$$\frac{|x_n - x_{n-1}|}{|x_n|} < \varepsilon$$

$$|f(x_n)| < \varepsilon$$

Exercice :

Soit la fonction : $f(x) = \frac{x}{2} - \sin(x) + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ dont on veut calculer les racines par la méthode de Newton.

1- Ecrire le programme Matlab qui trace les graphes f(x) et f'(x) en fonction de x, avec x [-pi/2 pi]
2- Nommer l'axe des abscisses (x) et l'axe des ordonnées (y) et donner un titre à la figure.
3- Est-ce qu'on peut prendre x0 = pi ? Justifier la réponse
4- Ecrire le programme Matlab qui permet de calculer la racine située entre [pi/2, pi] avec une précision de $\varepsilon=10^{-10}$
Note : l'erreur absolue entre deux itérations successives est donné par : $e_n = |X_{n+1} - X_n|$ avec n=1,2 …

Organigramme :