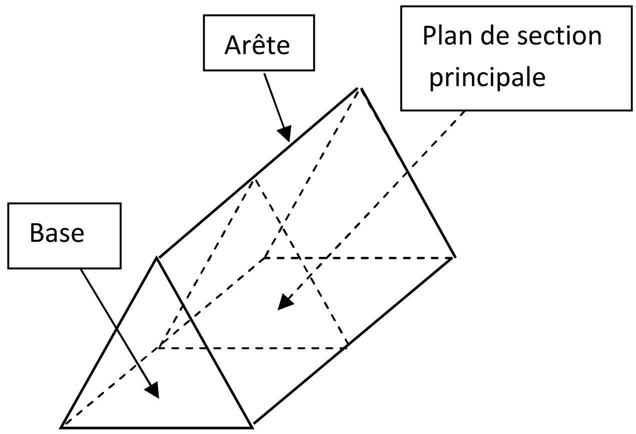
TP 2 : Etude d'un prisme au goniomètre

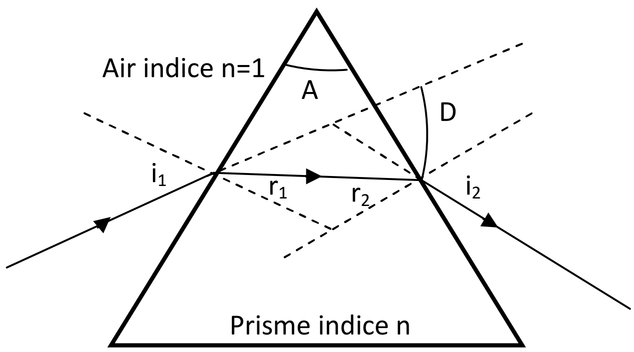
Objectifs :

- Appliquer les lois du prisme pour l'étude de la dispersion du verre.
- Vérifier la formule expérimentale de Cauchy liant l'indice de réfraction et la longueur d'onde.

I. Le prisme :

1. Définition : c'est l'association de deux dioptres plans dont les surfaces ne sont pas parallèles. Il est utilisé pour réfracter la lumière, la réfléchir ou la disperser en ses constituants (les différents rayonnements de l'arc-en-ciel pour la lumière blanche). C'est traditionnellement un prisme (solide) droit à base triangulaire, constitué d'un matériau transparent réfringent : verre, plexiglas…. L'angle d'inclinaison entre les deux surfaces est appelé « l'angle au sommet » du prisme, il est souvent noté A. L'arête est l'intersection des deux plans non parallèles, la base est la face opposée à l'arête et le plan de section principale est le plan perpendiculaire à l'arête.





2. Formules du prisme :

Un rayon lumineux incident sur une face d'un prisme avec un angle d'incidence i_1 subit une première réfraction d'angle r_1, puis arrive sur la deuxième face du prisme avec un angle r_2 et sort du prisme en subissant une deuxième réfraction faisant un angle i_2. Les lois de la réfraction de Snell-Descartes imposent deux relations, une entre i_1 et r_1 et l'autre entre i_2 et r_2 :

$\sin i_1 = n \sin r_1$ (1)

$\sin i_2 = n \sin r_2$ (2)

Par des considérations géométriques on montre que :

L'angle au sommet : $A = r_1 + r_2$ (3)

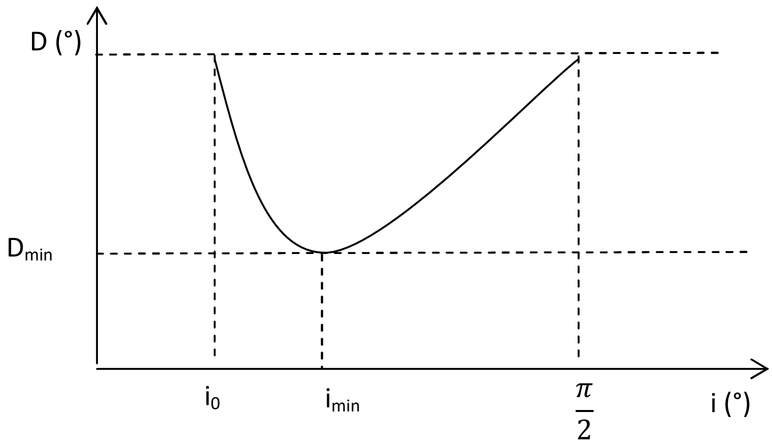
La déviation totale D que subit le rayon incident : $D = i_1 + i_2 - A$ (4)

3. Conditions d'existence du rayon émergent : Pour que le rayon émergent existe, il faut que :

$$i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$$

i_0 est le plus petit angle d'incidence possible, pour $i=i_0$ on a $i_2 = \frac{\pi}{2}$

4. Étude de la déviation D(i) en fonction de l'angle d'incidence i du rayon incident :
En utilisant le principe de retour inverse de la lumière, on remarque que les angles d'incidence i et i' = D + A – i donnent le même angle de déviation D. Ainsi, à une valeur de D correspond deux valeurs de l'angle d'incidence, sauf dans le cas où $i_1 = i_2 = \frac{D+A}{2}$ qui correspond à un extremum de D(i)



5. Relation entre l'indice du prisme et le minimum de déviation :
Au minimum de déviation D_{min}, les angles i_1 et i_2 sont égaux :

$$i_1 = i_2 = \frac{D_{min} + A}{2}$$

Les deux relations de Descartes permettent d'en déduire que $r_1 = r_2 = A/2$. On en déduit :

$$sin\left(\frac{D_{min}+A}{2}\right) = n.sin\left(\frac{A}{2}\right) \quad \text{soit} \quad n = \frac{sin\left(\frac{D_{min}+A}{2}\right)}{sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Ainsi, la mesure du minimum de déviation permet d'en déduire l'indice du prisme.

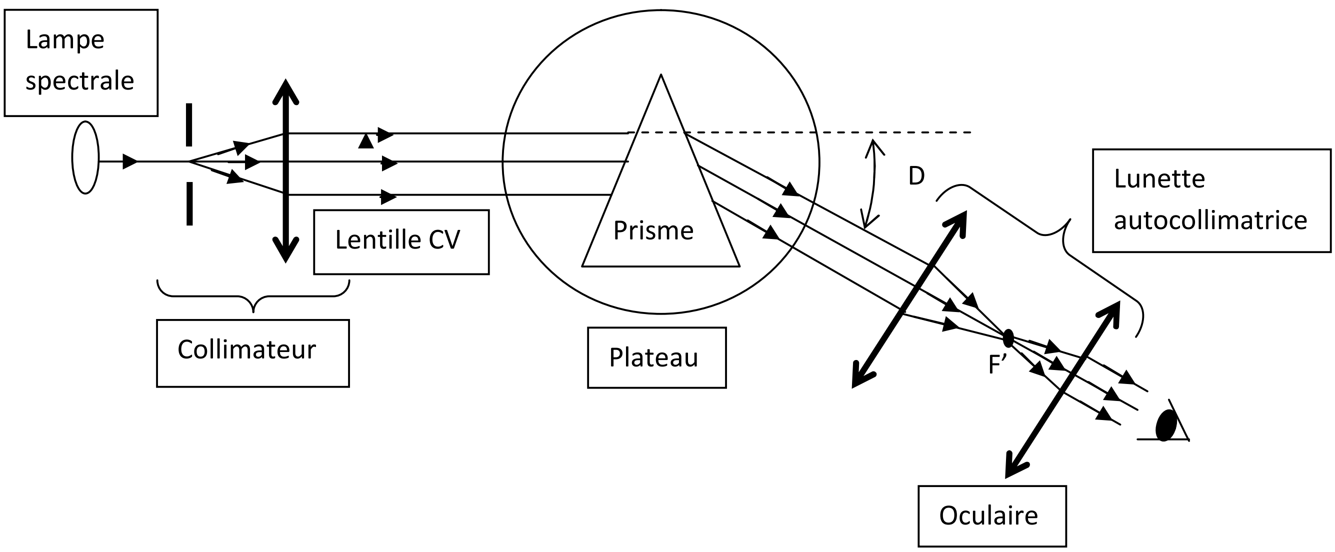
5. Application à l'étude de la dispersion du prisme - Loi de Cauchy
Dispersion de la lumière :
L'indice du prisme, donc la déviation, dépend de la longueur d'onde (phénomène de dispersion de la lumière). La relation phénoménologique de Cauchy : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ montre que l'indice est une fonction décroissante de la longueur d'onde. La déviation

croit avec l'indice du prisme. La déviation croît du rouge au violet dans le domaine visible.

6. **Étude expérimentale ; utilisation du goniomètre à prisme** :

Principe du goniomètre à prisme :

Le faisceau incident est fourni par une source lumineuse (lampe à vapeur de Zinc) éclairant la fente d'entrée d'un collimateur réglé sur l'infini, donc fournissant un faisceau de lumière parallèle. Ce collimateur est fixe, d'axe perpendiculaire à l'axe du goniomètre. Le faisceau émergent (du prisme) parallèle est examiné à l'aide d'une lunette autocollimatrice fixée sur un socle mobile. Le prisme est placé sur un plateau qui peut tourner et dont on peut régler l'inclinaison de façon à ce que l'arête du prisme soit parallèle à l'axe du goniomètre. Le déplacement du socle mobile est repéré sur une graduation en degrés, munie d'un vernier et que l'on observe au moyen d'un viseur.



Le goniomètre permet de mesurer des angles de déviations D(i) en fonction de l'angle d'incidence. En se plaçant au minimum de déviation, on en déduit l'indice du prisme par la relation :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_{min} + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

On peut ensuite vérifier la loi de Cauchy en traçant l'indice en fonction de $1/\lambda^2$.

7. Manipulation

1. Visualisez le spectre de la source (lampe spectrale Zn) à l'aide de la lunette et choisissez une raie spectrale dont il faut noter la couleur ainsi que la longueur d'onde correspondante.
2. En tournant le plateau (et donc en modifiant l'angle d'incidence), on remarque que la raie observée tourne d'un côté puis rebrousse chemin ; à ce moment précis, la déviation est minimum. Lire l'angle correspondant au minimum de déviation de la raie spectrale choisie.
3. Sachant que le minimum de déviation dépend de la longueur d'onde de la raie observée, choisir quatre autres raies spectrales (couleurs) et refaire les étapes 1 et 2 pour chacune d'elle en notant à chaque fois la position angulaire correspondant au minimum de déviation pour chacune des raies choisies.
4. Mettre les valeurs de D_{min} dans le tableau ci-dessous.

Couleur	Rouge	Vert 1	Vert 2	Bleue 1	Bleue 2	Bleue 3
A(°)	$60° \pm 1'$					
λ (nm)	636.2	505.0	500.0	481.1	472.2	468.0
D_{min} (°)						
ΔD_{min}	1'=(1/60)°					
n	. ,….	. ,….		. ,….	. ,….	. ,….
Δn						
$1/\lambda^2$ (m^{-2})						

5. Calculer l'indice de réfraction n.
6. Tracer la courbe n=F(λ). Que peut-on conclure.
7. Montrer que l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$ s'écrit sous la forme :

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2}\left|cotg\frac{A + D_{min}}{2} - cotg\frac{A}{2}\right|\Delta A + \frac{1}{2}\left|cotg\frac{A + D_{min}}{2}\right|\Delta D$$

8. Calculer Δn pour chaque longueur d'onde.
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

7. Vérification de la loi de Cauchy : Tracer la courbe de dispersion n= F(1/ λ^2) et déduire les constantes prismatiques a et b.
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………