Travaux Dirigés N°3

Exercice 1

Calculer le travail échangé avec le milieu extérieur au cours de la compression isotherme de 28 g d'azote *(supposé gaz parfait)* de 1 à 2 atm. La température étant de 25 °C.

Traiter les deux cas suivants :

- Compression effectuée de manière réversible.
- Compression effectuée de manière irréversible : l'une des parois du récipient est un piston mobile (sans frottement). A partir de l'état initial (P_i, V_i, T_i), on ajoute un poids sur le piston qui double brusquement la pression.

Comparer les résultats obtenus.

Exercice 2

V : cte

Soit un cycle réversible ABCD de gaz parfait monoatomique comprenant les isochores AB et CD, l'isobare BC et l'isotherme réversible DA.

- Calculer les paramètres manquants de chaque étape.
- Représenter le cycle sur un diagramme de CLAPEYRON.
- Calculer le travail et la quantité de chaleur échangés de chaque étape.

Données : $V_A = 4$ litres ; $P_A = 1$ atm ; $T_A = 300$ K ; $V_C = V_D = 2$ litres ; $P_B = 1{,}5$ atm ;
$R = 0{,}082$ l.atm.mol^{-1}.K^{-1} ; $\gamma = 1{,}66$.

Exercice 3

Une personne effectue un exercice sur une bicyclette d'appartement et fournit un travail de 622 kJ et dégage 82 kJ d'énergie sous forme de chaleur. Quelle est la variation d'énergie interne de cette personne ?

Exercice 4

La capacité molaire à pression constante d'un gaz est donnée par la relation :

$$C_p = 10{,}5 + 1{,}01.10^{-2}\ T.$$

Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour chauffer 3 moles de ce gaz de 300 °C à 400 °C.

Exercice 5

Un gaz parfait est enfermé dans un cylindre, à l'intérieur peut coulisser (sans frottement) un piston de masse négligeable. La température initiale est 20 °C, la pression extérieure est de 1 atm et le volume initial est de 5 litres.

1/ En appuyant sur le piston, on augmente très lentement la pression jusqu'à 10 atm. Calculer V_f, T_f, ΔU et Q.

2/ On passe maintenant brusquement de P_I à P_f en plaçant sur le piston une masse adequate. Calculer V_f, T_f, ΔU et Q.

Exercice 6

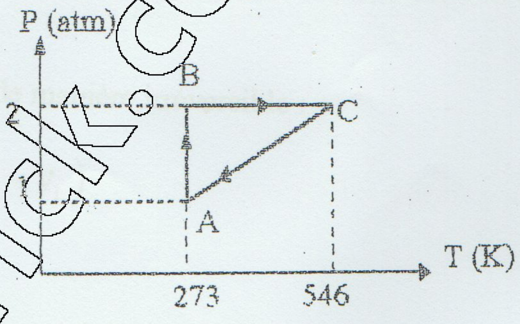
De l'air considéré comme gaz diatomique *(supposé gaz parfait)* contenu dans un cylindre (obturé par un piston mobile) de 5 litres de volume initial se trouve à une température de 25 °C est détendu de 10 à 1 atm.

Déterminer le volume et la température à la fin de la détente, ainsi que la travail, la chaleur et la variation de l'énergie interne, en supposant que la détente est :

- Isotherme réversible.
- Adiabatique réversible.

Exercice 7

Une mole de gaz parfait monoatomique est soumise à la suite de transformations réversibles désignées par A, B et C, dans la représentation graphique suivante :



1/ Quelle est la représentation de ces transformations dans le système d'axes (P, V).

2/ Compléter le tableau suivant :

	A ⟶ B	B ⟶ C	C ⟶ A	Cycle
W	373			
Q		1356		
ΔU	0		- 810	3

Les grandeurs énergétiques sont exprimées en calories.

2

Solution TD3

Exercice 1

A pression constante T = Cst (compression isotherme).

$m_{N2} = 28$ g

Le nombre de mole : n = 28 / 28 = 1 mole.

$P_i = 1$ atm $\quad\quad P_i V_i = n R T_i$

$P_f = 2$ atm $\quad\quad P_f V_f = n R T_f$

$T_i = T_f = T$

$\Rightarrow \quad 1 \times V_i = 1 \times R T$

$\quad\quad 2 \times V_f = 1 \times R T$

- 1^{er} cas la compression s'effectuée de manière réversible :

$$W_{rev} = -\int_i^f P_{ext.} dV = -nRT \, Ln \frac{P_i}{P_f}$$

$$W_{rev} = -1 \times 0{,}082 \times 298 \times Ln\,(1 / 2)$$

$$\mathbf{W_{rev} = 16{,}867 \text{ l.atm}}$$

- 2^{eme} cas la compression s'effectuée de manière irréversible :

$$W_{irrev} = -\int_i^f P_{ext.} dV = -P_f \left(V_f - V_i\right)$$

$$W_{irrev} = -P_f V_f + P_f V_i$$

$$W_{irrev} = -n R T + \left(\frac{P_f}{P_i}\right) P_i V_i$$

$$W_{irrev} = -n R T \left(1 - \frac{P_f}{P_i}\right)$$

$$W_{irrev} = n R T \left(\frac{P_f}{P_i} - 1\right)$$

$$W_{irrev} = 1 \times 0{,}082 \times 298 \times \left(\frac{2}{1} - 1\right)$$

$$\mathbf{W_{irrev} = 12{,}218 \text{ l.atm}}$$

24,43 l.atm

Exercice 2

	A	B	C	D
P	1	1,5	1,5	2
V	4	4	2	2
T	300	450	225	300

$P V = n R T$

$n = V P / T R$

$n = 1 \times 4 / 300 \times 0{,}082 = \mathbf{0{,}16\ moles}$

$P_B V_B = n R T_B \qquad V_B = V_A \qquad n R = P_A V_A / T_A$

$T_B = P_B V_A / n R = P_B V_A T_A / P_A V_A = 1{,}5 \times 4 \times 300 / 1 \times 4 = \mathbf{450\ K}$

$P_C V_C = n R T_C \qquad P_B = P_C \qquad n R = P_A V_A / T_A$

$T_C = P_B V_C / n R = P_B V_C T_A / P_A V_A = 1{,}5 \times 2 \times 300 / 1 \times 4 = \mathbf{225\ K}$

$P_D V_D = n R T_D \qquad V_C = V_D \qquad T_D = T_A \qquad n R = P_A V_A / T_A$

$P_D = n R T_D / V_C = P_A V_A T_A / V_C T_A = 1 \times 4 / 2 = \mathbf{2\ atm}$

$T_D = T_A = \mathbf{300\ K}$ (D $\longrightarrow$ A : transformation isotherme).

A$\rightarrow$ B transformation isochore $\qquad W = 0$

$$Q = \int_{TA}^{TB} n\, Cp\, dT = n\, 3/2\, R\, \Delta T = 0{,}16 \times 3/2 \times 0{,}082\,(450 - 300) = \ \text{l.atm}$$

B$\rightarrow$ C transformation isobare : $\qquad W = -\, p\, \Delta V = -\, 1{,}5 \times (2 - 4) = 3\ \text{l.atm}$

$$Q = \int_{TA}^{TB} n\, Cp\, dT = n\, 3/2\, R\, \Delta T = 0{,}16 \times 3/2 \times 0{,}082\,(450 - 300) = \ \text{l.atm}$$

C$\rightarrow$ D transformation isochore : $\qquad W = 0$

$$Q = \int_{TA}^{TB} n\, Cp\, dT = n\, 3/2\, R\, \Delta T = 0{,}16 \times 3/2 \times 0{,}082\,(450 - 300) = \ \text{l.atm}$$

D$\rightarrow$ A transformation isotherme

$$W = -\, n R T \,\text{Ln}\, \frac{V_A}{V_D} = -\, 0{,}16 \times 0{,}082 \times 300\, \text{Ln}\, \frac{4}{2} = \text{l.atm} =$$

$\Delta U = 0$

$Q = -\, W = \ \text{l.atm}$

Exercice 3

Aux signes :

- Quand le système perd de l'énergie, W et Q sont négatifs.
- Quand le système gagne de l'énergie, W et Q sont positifs.

En tenant compte des signes, on peut écrire que :

$$\Delta U = W + Q \text{ soit } (-622 \text{ kJ}) + (-82 \text{ kJ}) = -704 \text{ kJ}.$$

L'énergie interne de cette personne a ainsi chuté de 704 kJ.

Exercice 4

$Cp = 10{,}5 + 1{,}01 \cdot 10^{-2}\, T$

$$Qp = \int_{T1}^{T2} n\, Cp\, dT = \int_{T1}^{T2} \left(31{,}5 + 3{,}03 \times 10^{-2} \times T\right) dT$$

$$Qp = \left[31{,}5\, T + \frac{3{,}03}{2} \times 10^{-2} \times T^2 \right]_{T1}^{T2}$$

$$Qp = 31{,}5 \times 100 + 1{,}515 \times 10^{-2} \times (400^2 - 300^2)$$

$$Qp = 3150 + 10{,}605 = 3160{,}605.$$

Exercice 5

On a :

1/

	Etat Initial	Etat Final
Pression	1 atm	10 atm
Volume	5 litre	???
Température	293 K	???

L'augmentation de la pression très lentement nous fait une transformation réversible ; Donc : $T_f = T_i = 293$ K.

$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$V_f = P_i V_i / P_f$$

$$V_f = 1 \times 5 / 10 = 0{,}5 \text{ Litre}.$$

Pour une compression isotherme réversible : $\Delta U = 0$

$$\Delta U = Q + W = 0$$

$$\Rightarrow \quad Q = -W$$

$$W = -\int_{v1}^{v2} P_{ext}\, dV = -nRT\ \mathrm{Ln}\frac{P_i}{P_f}$$

On à $\quad PV = nRT$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1\times 5}{0{,}082\times 293} = 0.208 \text{ moles}.$$

$$W = -\,0{,}208 \times 0{,}082 \times 293 \,\mathrm{Ln}\,(1/10)$$

$$\mathbf{W = 11{,}51\ L.atm = 1165{,}94\ J}$$

$$\Rightarrow \quad Q = -\,W = \mathbf{-\,1165{,}94\ J}.$$

2/ L'augmentation de la pression est brusque, nous fait une transformation irréversible. Nous retrouvons les mêmes résultats et valeurs de T et V de l'état final.

à $P_{ext} = 10$ atm et à $T = 293$ k = cst

$$W = -\int_{v1}^{v2} P_{ext.}\,dV = -P_{ext.}\,(V_f - V_i) = -1013250\times(0{,}5-5) = 4559{,}625\ J$$

$$\mathbf{W = 4559{,}625\ J}.$$

$$\mathbf{Q = -\,W = -\,4559{,}625\ J}.$$

Exercice 6

On a un gaz diatomique donc : $Cp = 7/2\,R$; $Cv = 5/2\,R$; $\gamma = 1{,}40$.

	Etat initial	Etat final
P (atm)	10	1
V (litre)	5	???
T (K)	298	???

Calcul du nombre de moles n :

$n = P\,V / R\,T$

$n = 10 \times 5 / 298 \times 0{,}082 = \mathbf{2{,}05\ moles}$

Pour une transformation isotherme réversible :

$\mathbf{T_i = T_f = 298\ K}$.

$P_f\,V_f = P_i\,V_i$

$V_f = P_i\,V_i / P_f$

$V_f = 10 \times 5 / 1 = \mathbf{50\ litres}$

$\Delta U = Q + W = 0$

$\mathbf{\Delta U = 0}$

$Q + W = 0$

$Q = -\,W$

$$W = - n R T \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W = - 2{,}05 \times 0{,}082 \times 298 \ln 10$$

$$\mathbf{W = - 115{,}34\ l.atm}$$

$$\mathbf{Q = 115{,}34\ l.atm}$$

Pour une transformation adiabatique réversible :

$P\,V^{\gamma} = Cst$

Ce qui implique que $P_f\,V_f^{\,\gamma} = P_i\,V_i^{\,\gamma}$

$V_f^{\,\gamma} = (P_i / P_f)\,V_i^{\,\gamma}$

$V_f = (P_i / P_f)^{1/\gamma}\,V_i$

$$V_f = (10/1)^{1/1.4}\,5 = \mathbf{25{,}90\ litres.}$$

$T\,P^{((1-\gamma)/\gamma)} = Cst$

$T_f\,P_f^{((1-\gamma)/\gamma)} = T_i\,P_i^{((1-\gamma)/\gamma)}$

$T_f = T_i\,P_i^{((1-\gamma)/\gamma)} / P_f^{((1-\gamma)/\gamma)}$

$T_f = 298 \times (10/1)^{((1-\gamma)/\gamma)}$

$$\mathbf{T_f = 154{,}35\ K.}$$

$$W = \frac{P_f\ V_f - P_i\ V_i}{\gamma - 1}$$

$$W = \frac{1 \times 25{,}90\ -\ 10 \times 5}{1{,}4 - 1}$$

$$\mathbf{W = - 60{,}25\ l.atm.}$$

$$\mathbf{Q = 0}\ \text{(adiabatique).}$$

$\Delta U = Q + W = W$

$$\mathbf{\Delta U = - 60{,}25\ l.atm.}$$

Exercice 7

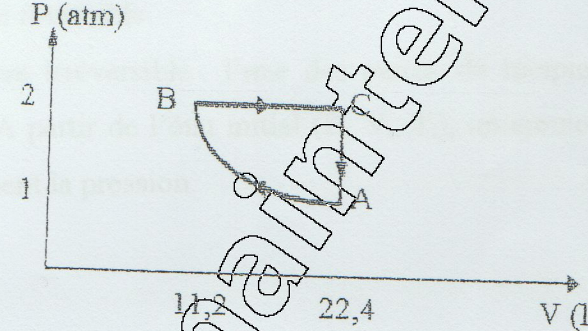
Dans le système d'axes (P, V) « diagramme de CLAPEYRON »

La transformation A $\rightarrow$ B : est une transformation isotherme (PV = Cst : hyperbole).

La transformation B $\rightarrow$ C : est une transformation isobare (P = Cst).

Quant à la transformation C $\rightarrow$ A : on peut voir qu'elle correspond à P / T, donc nR/V = Cst, soit V = Cst. C'est une transformation isochore.

D'où le diagramme suivant :



On utilisant la relation du gaz parfait : PV = nRT, on détermine les valeurs suivantes :

Le point A : P = 1 atm ; T = 273 K ; V = 22,4 litres.

Le point B : P = 2 atm ; T = 273 K ; V = 11,2 litres.

Le point C : P = 2 atm ; T = 548 K ; V = 22,4 litres.

La transformation A $\rightarrow$ B : est une transformation isotherme.

$\Delta U = 0$ Or $\Delta U = Q + W = 0.$

Donc: $Q = - W = - 373$

La transformation B $\rightarrow$ C : est une transformation isobare.

$W = -\int_{v1}^{v2} P_{ext} dV = -P_{ext}(V_f - V_i) = -2 \times 101325 \times (22,4 - 11,2) \times 10^{-3} = 4559,625$ J ~~J~~ 2269,88 J

W = 4559,625 J = 1090,82 Cal. -543 cal

$\Delta U = Q + W = 1090,82 + 1356 =$ **2446,82 Cal.**

Quant à la transformation C $\rightarrow$ A : est une transformation isochore.

	A $\rightarrow$ B	B $\rightarrow$ C	C $\rightarrow$ A	Cycle
W	373	- 543	0	1463,82
Q	- 373	1356	- 810	173
ΔU	0	2446,82 813	- 810	1636,82