Physique 2

2éme Partie (B)

Mécanique des fluides

Hydrostatique

B.1 Introduction

Qu’est-ce qu’un fluide ?

Un fluide est un milieu matériel parfaitement déformable. Il peut être gazeux ou liquide.

Etat gazeux : pas de surface libre (gaz parfait$PV = nRT$)

Etat liquide : Surface libre entre liquide et milieu ambiant

Un fluide est capable d’exercer une fore sur un solide.

$$\text{Pression} = \frac{|\overrightarrow{Force}|}{surface\ sur\ laquelle\ elle\ s'exerce}$$

$$P = \frac{dF}{dS}$$ (Pascal)(1N/m^2) (1bar = 10^5 Pascal)

B.2. Théorème fondamental

La différence de pression entre deux points quelconques d’un fluide en équilibre est égale au poids d’un cylindre de fluide de section unité et ayant pour hauteur la dénivellation entre les deux points. Figure B.1 et Figure B.2.

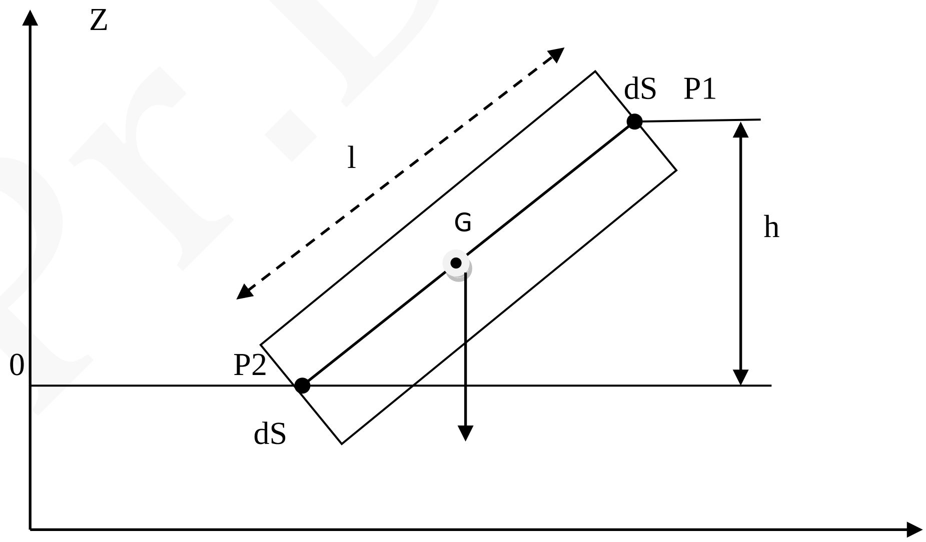


Figure B.1.Différence de pression entre deux points quelconques d’un fluide en équilibre

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{P} = \boldsymbol{\rho g h}}$$

Si l'axe oz est vertical ascendant, alors : $P2 - P1 = \rho g(Z2 - Z1)$

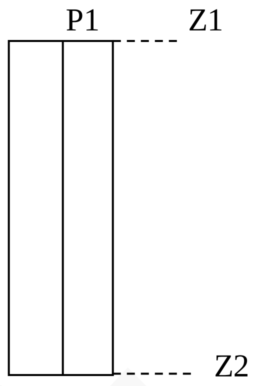


Figure B.2 .Cas particulier : Les deux points sur la même verticale. P2

B.2.1. Surface libre d'un fluide

Dans un champ de pesanteur uniforme Figure B.3

$$\Delta P = \rho g h = 0 \ donc \ h = 0$$

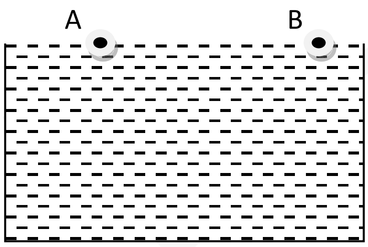


Figure B.3 Surface libre d'un liquide et plan horizontal

B.2.2. Surface de séparation de deux liquides non miscibles

Soient 1et 2 deux liquides non miscibles .Figure B.4

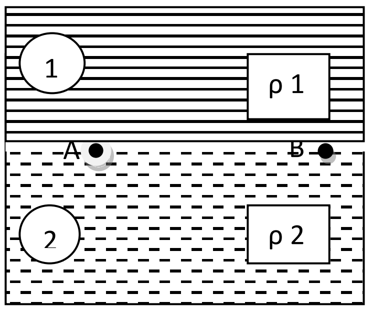


Figure B.4 .Surface de séparation entre deux liquides non miscibles

Dans le fluide 1 : $PB - PA \;=\; \rho 1 g h$

$$Dans\ le\ fluide\ 2 : PB - PA \;=\; \rho 2 g h$$

$$\rho 1 g h \;=\; \rho 2 g h \;\;, donc\;\; gh(\rho 1 \;-\; \rho 2) \;=\; 0, or\ g \;\neq\; 0\;, donc\ h = 0$$

La surface de séparation de deux liquides non miscibles au repos est horizontale.

B.2.3 Vases communicants contenant deux liquides non miscibles

1 et 2 sont deux liquides non miscibles ayant respectivement des masses volumiques ρ_1 et ρ_2 Figure B.5.

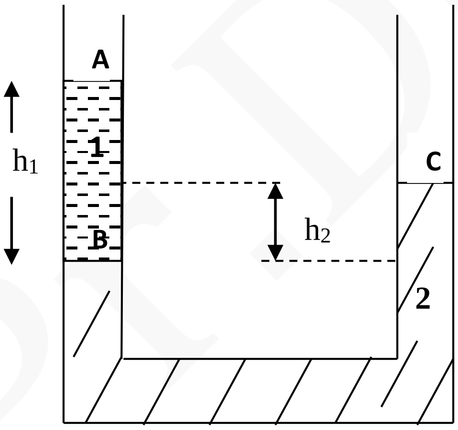


Figure B.5 Liquides non miscibles

$$PB - PA \;=\; \rho 1 g h 1 \quad et \quad PB - PC \;=\; \rho 2 g h 2$$

Or $P_A = P_C$ = Pression atmosphérique = P_0

Donc $\rho 1 g h 1 \;=\; \rho 2 g h 2$

et $\boxed{\boldsymbol{\rho 1 / \rho 2 \;=\; h2 / h1}}$

Si $\rho 1 = \rho 2$ on a $h1 = h2$ (même hauteur dans les deux vases)

B.2.4. Mesure de la pression atmosphérique (Expérience de Torricelli 1643)

et $PB - PC = \rho_{Hg} gh$ (ρ_{Hg} : masse volumique du mercure) = $PB - 0$

(Pc = 0 , vide), **h= 760 mm** de mercure Figure B.6a

Donc $P_0 = \rho_{Hg}.g.h$ = 13560 (kg/m^3).9.81(m/s^2).0.76(m) = 1.013.10^{5}Pa = 1 atm= 1.013 bar

La pression atmosphérique au niveau de la mer vaut 1013 hPa.

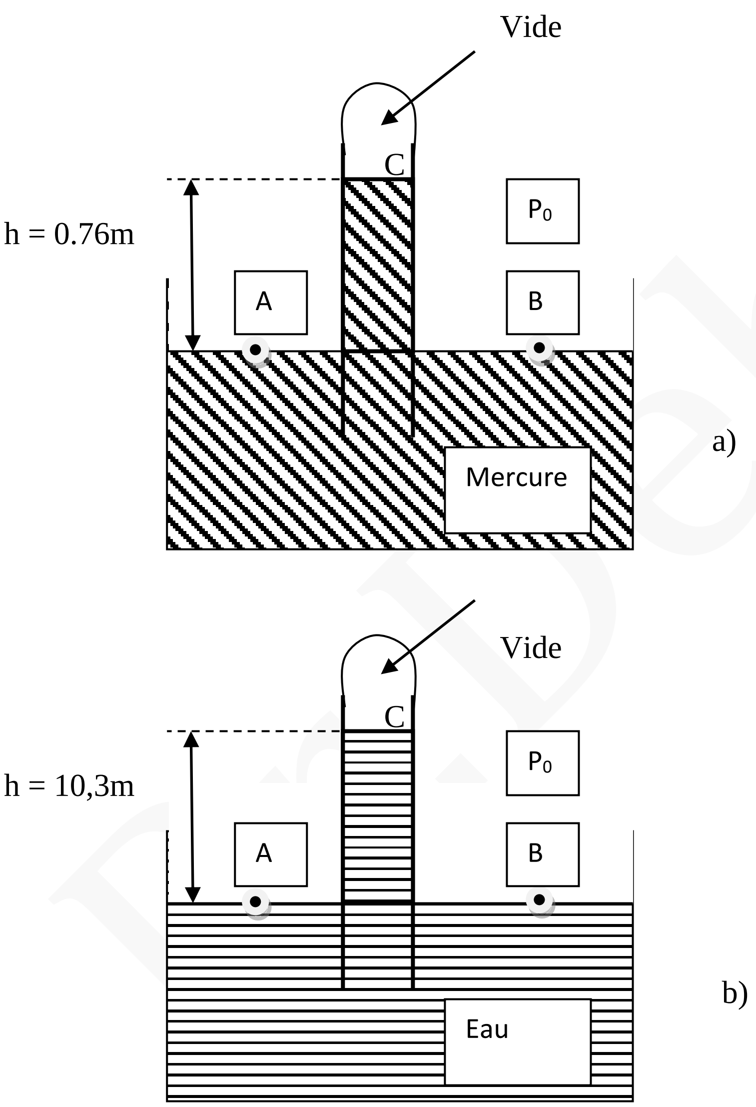


Figure B.6. Expériences de Torricelli avec le mercure a) ou ave l'eau b)

Remarque : L'expérience de Torricelli peut être réalisée ave 76mm de mercure ou bien 10 ,33m d'eau Figure B.6.b

$$h\,eau = h\,mercure.\rho\,mercure/\rho\,eau = 10.3m$$

B.2.5.Transmission des pressions-Principe de Pascal

Considérons un fluide incompressible et A et B deux points fixes de ce fluide. **Figure B.7**

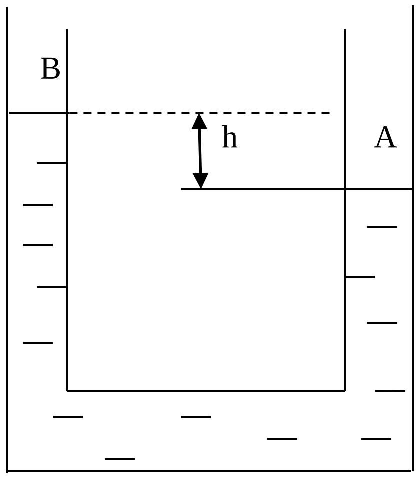


Figure B.7 Transmission de pression

$$PB - PA = \rho g h = constante$$

Si P_A augmente de dP_A, donc P_B va augmenter de dP_B (Invariance P_B -P_A)

Une variation de pression en un point d'un fluide incompressible est transmise intégralement en tout autre point.

Enoncé du théorème de Pascal :

''Dans un fluide incompressible en équilibre, les variations de pression en un point se transmettent intégralement en tous les points de ce fluide''.

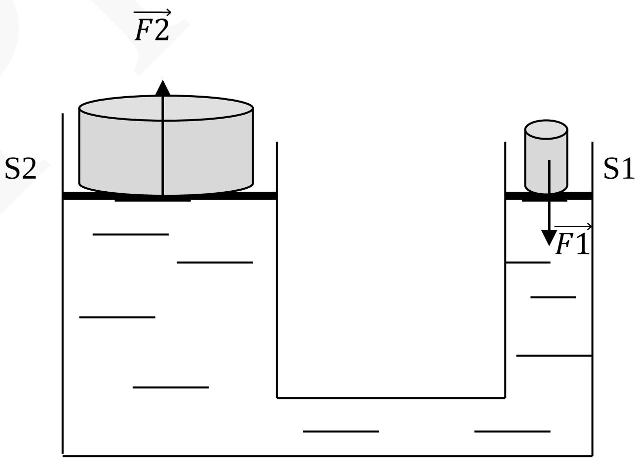


Figure B.8. Principe du vérin hydraulique

Surpression $P = F1/S1$, transmission en tout point : $F2 = P.S2 = (F1/S1).S2$

Comme $S_2 >> S_1$ donc $F_2 >> F_1$

Application : Vérin hydraulique ou presse hydraulique Figure B.8

B.2.6.Principe d'Archimède

B.2.6.1.Poussée d'Archimède

B.2.6.1.1.Mise en évidence expérimentale

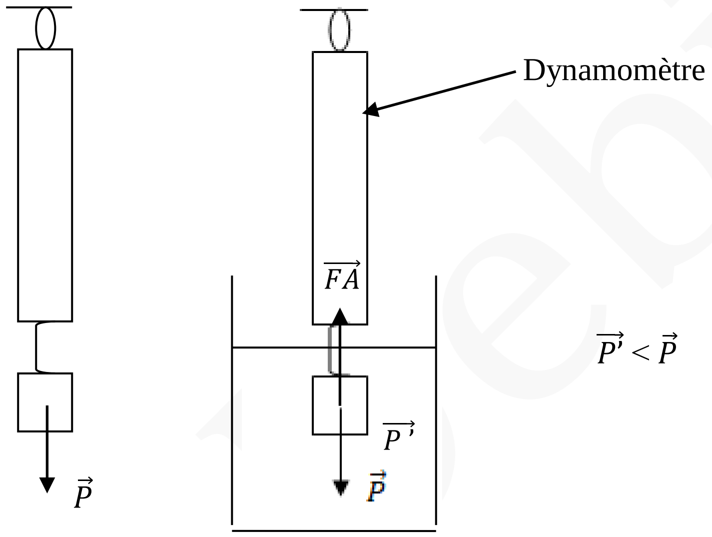


Figure B.9. Expérience mettant en évidence la poussée d'Archimède.

On constate que le poids du corps plongé dans le liquide apparait plus petit, cela veut dire qu'il y'à une force exercée par le liquide sur le corps.

Cette force est verticale et dirigée vers le haut (elle s'oppose au poids) : C'est la force d'Archimède : $\overrightarrow{FA}$

La force mesurée par le dynamomètre après immersion Figure B.9 est le poids apparent $\overrightarrow{P'}$ tel que :

$\overrightarrow{P'} = \overrightarrow{FA} + \vec{P}$

Par projection : $P' = P - FA$ ou *bien* $\boxed{\boldsymbol{FA = P - P'}}$

Remarque : La poussée d'Archimède est indépendante de la profondeur d'immersion.

Principe d'Archimède

Tout corps solide complètement immergé dans un liquide en équilibre suit de la part de e liquide, une poussée verticale ascendante dont l'intensité est égale au poids du liquide déplacé

$$\boldsymbol{FA = Poids\ du\ liquide\ déplacé}$$

Le volume du liquide déplacé est égal au volume V du corps

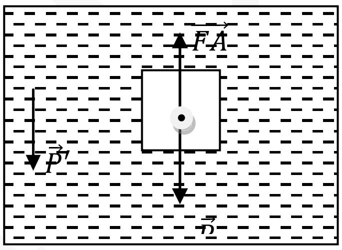
$$Poids\ du\ liquide\ déplacé = mliquide\ déplacé.\ g$$

$$Poids\ du\ liquide\ déplacé = \ \rho liquide\ déplacé.V.g$$

$$\boldsymbol{FA = \ \rho liq.V.g} \qquad (1)$$

ρ : masse volumique du liquide déplacé.

B.2.7.Corps flottants

a) 

1° $\vec{P} > \vec{F}$A

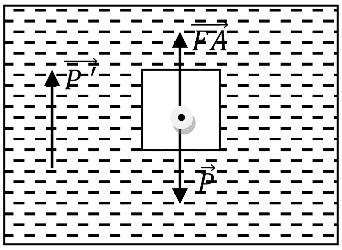
$$P = mg = \rho corps.V.g$$

$$FA = \ \rho liq.V.g$$

$\rho corps.V.g > \rho liq.V.g$, donc $\rho corps. > \rho liq$

Si la masse volumique d'un corps est plus grande que celle du liquide dans lequel le corps est plongé, le corps va descendre vers le bas (il va couler).

2° $\overrightarrow{P} < \vec{F}$A



b)

$\rho corps\ <\ \rho liq$

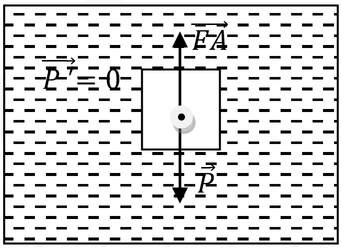
Le corps va monter vers le haut, à la surface du liquide (il va flotter)

2° $\overrightarrow{P} = \vec{F}$A

$\rho corps\ =\ \rho liq$

Le corps ne va ni descendre vers le as ni monter vers le haut, il va rester ‘’entre deux eaux’’.

$\overrightarrow{P'} = 0$



c)

Figure B.10 Corps non flottants a) flottants à la surface b) et flottant entre deux eaux c)

Hydrodnamique

B.3. Conservation du débit

B.3.1 .Débit massique

Soit un fluide parfait en mouvement stationnaire (invariant dans le temps).

Dans l'ensemble de ce fluide, on isole un tue de courant : Partie élémentaire du fluide en mouvement construit sur les lignes de courant (courbes tangentes aux vecteurs vitesses de chaque particule de fluide)

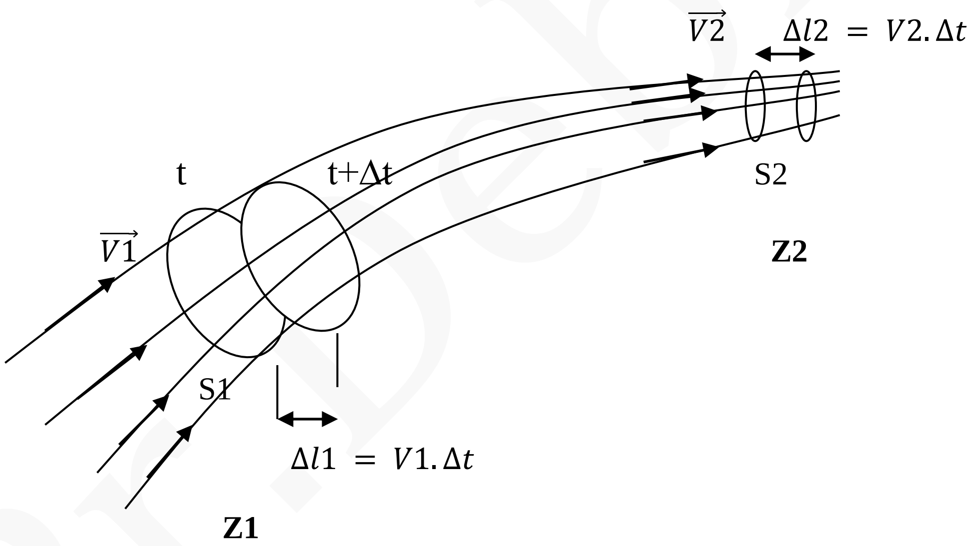


Figure B.11 Lignes de courants dans un tube de courant.

Comme les lignes de courant sont tangentes aux vecteurs vitesses, tout ce qui passe par S1 passe par S2. Figure B.11.

Pendant l'intervalle de temps Δt, la masse de fluide Δm qui s'écoule à travers S1 est :

$$\Delta m = \rho.S1.\Delta l = \rho.S1.V1.\Delta t \qquad (1)$$

La quantité $Dm = \rho.S1.V1$ est appelé débit massique $[Dm]$: $M.T^{-1}$

Dm en Kg/s^{-1}

On peut également définir le débit volumique : $Dm = \rho Dv$, $[Dv]$: L^3T^{-1}

Dv en m^3/s^{-1}

Pour un écoulement stationnaire, la conservation du débit massique entre S1 et S2 impose :

$$Dm\ (S1) = Dm(S2)$$

Pour un fluide incompressible, ρ = constante, il s'ensuit : $Dv\ (S1) = Dv(S2)$

Ou encore : $S1V1 = S2V2$ Equation de continuité ou de conservation du débit volumique

B.3.1.1. Relation de Bernoulli

On veut déterminer la variation d'énergie mécanique du système, celui-ci est soumis à :

- Son poids

- Les forces de pression exercées sur les surfaces du tue de courant :

- $P1S1$ en M1, dirigé dans le sens de $\overrightarrow{V1}$
- $P1S1$ en M1, dirigé dans le sens de $\overrightarrow{V2}$

  Les forces exercées sur les parois latérales du tube étant perpendiculaires, leur travail est nul. Figure B.8.

La masse δm et le volume Δv à l'instant initial sont identiques à ceux de l'état final.

Bilan énergétique :

-Variation de l'énergie potentielle : $\Delta Ep\ (i \rightarrow f) = \delta m.g\ (Z2 - Z1)$

-Variation de l'énergie cinétique : $\Delta Ec\ (i \rightarrow f) = ½\ \delta m\ (V_2^2 - V_1^2)$

Cette variation d'énergie mécanique est compensée par le travail des forces extérieures (Forces de pression).Figure B.12.

ΔW1= + F1.Δl1 = P1.S1.V1.Δt = P1. $(\delta m/\rho)$ (Voir équation 1 paragraphe B.3.1.1)

ΔW2= - F2.Δl2 = -P2.S2.V2.Δt = -P2. $(\delta m/\rho)$

ΔW= (P1-P2) $\delta m/\rho$

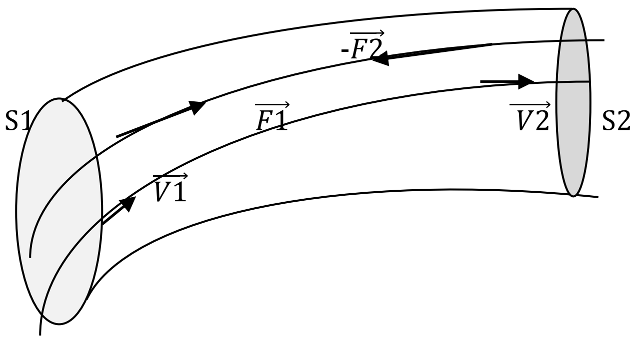


Figure B.12 Forces extérieures dans un tube de courant

$$\Delta(EC + EP)système = \Delta W$$

ΔW= (P1-P2) $\delta m/\rho = \delta m.g\,(Z2 - Z1) + \frac{1}{2}\,\delta m\,(V2^2 - V1^2)$

$$\boxed{(P1\text{-}P2) = \boldsymbol{\rho.g\,(Z2 - Z1) + \frac{1}{2}\,\rho\,(V2^2 - V1^2)}}$$

Ecoulement stationnaire d’un fluide incompressible non visqueux

Ou bien, $$\mathbf{P1 + 1/2\rho V1^2 + \rho g Z1 = P2 + 1/2\rho V2^2 + \rho g Z2}$$

L’équation de Bernoulli relie les pressions, les vitesses et les altitudes des deux points d’une line de courant d’un fluide de masse volumique ρ en écoulement laminaire

Généralisation : $$\mathbf{P + \rho V^2/2 + \rho g z = const.}$$

ρ : Mass volumique (K/m3)

V : Vitesse (m/s)

g: accélération de pesanteur (m/s2)

$Z2 - Z1 = h$: Différence de hauteur du conduit (m)

P : pression (Pa)

B.3.1.2. Enoncé du théorème de BERNOULLI

« Si la vitesse v d'un fluide est plus grande en un point donné d'un écoulement laminaire, alors la pression P de ce fluide en ce point doit être plus petite ».

Remarque

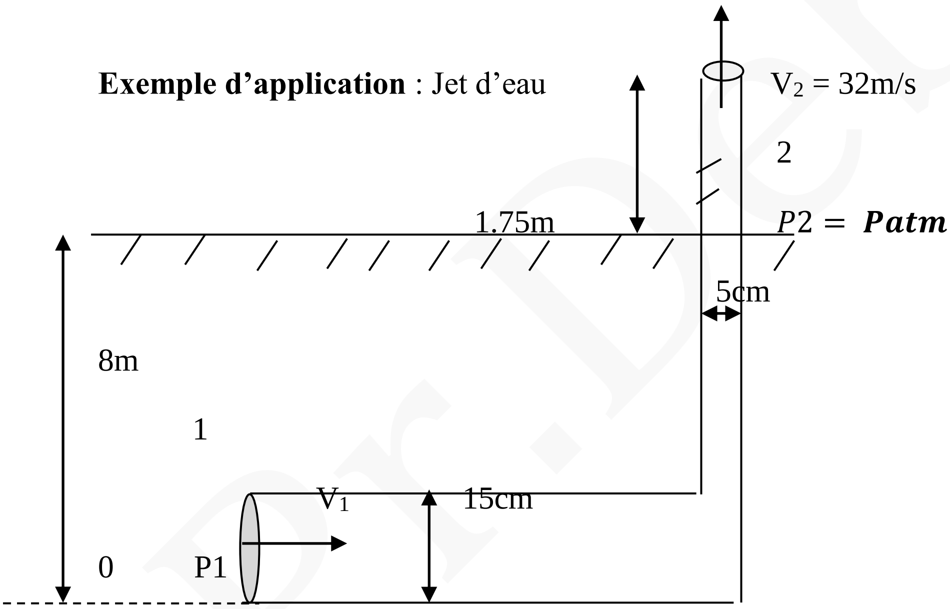
Le Théorème de Bernoulli n'est **pas applicable** si le système contient une pièce mobile (hélice ...).

Application :

-Sèche cheveux, Aspirateur, Tuyaux d'arrosage (Karcher)

-Tube de e Pitot (utilisée en aéronautique : Mesure de la vitesse d'un avion)

Exemple d'application : Jet d'eau



Connaissant P_2 et V_2, déterminons P1 et V1

Pour cela, utilisons l'équation de Bernoulli :

$$\mathbf{P1 + 1/2\rho V1^2 + \rho g Z1 = P2 + 1/2\rho V2^2 + \rho g Z2}$$

$Z_1 = 0$, $Z_2 = 9.75$m

$P2 = Patm$= $1.013.10^5$.Pa

Equation de conservation du débit volumique : $\boldsymbol{S1V1 = S2V2}$

$$V1 = (S2/S1).V1$$

A.N : V_1= (5/15).32 = 10.3m/s

$\rho = 1000kg/m3$

$P_1 = 5.6.10^5$Pa