Document de cours destiné aux Licence ELM

COMMANDE DES MOTEURS A COURANT CONTINU

1. Modélisation du MCC:

- Grandeurs d'entrée et de sortie. Schéma:

Sur le plan électrique, on admet que la machine se réduit aux circuit d'induit et d'inducteur. Sur le plan mécanique, l'induit possède une inertie égale à son inertie propre augmentée de l'inertie de la charge entrainée (ramenée à sa vitesse si un réducteur ou un multiplicateur est inséré dans la chaine cinématique).

Les principales grandeurs d'entrée sont:

- la tension aux bornes de la maille de l'induit: $U_a(t)$.

- la tension aux bornes de l'inducteur: $v_e(t)$.

- le couple résistant de la charge: $C_R(t)$.

Les principales grandeurs de sortie sont:

- le couple moteur: $C_M(t)$.

- la vitesse angulaire: $\Omega(t)$.

A ces grandeurs s'ajoutent les grandeurs suivantes:

- le courant dans la maille d'induit: $I_a(t)$.

- le courant inducteur (d'excitation): $i_e(t)$, qui , selon la représentation choisie, peuvent être des entrées ou des sorties intermédiaires.

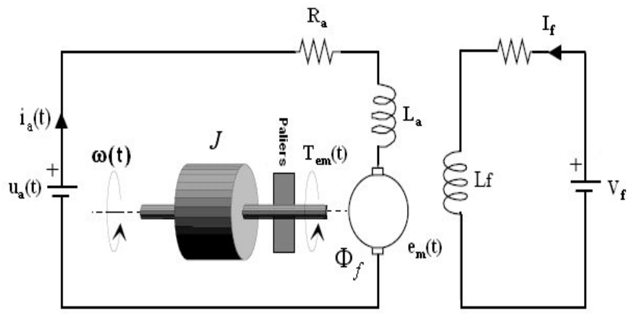


Schéma de l'ensemble:

Equations du moteur: * **Equations électriques d'induit:**

$$U_a(t) = R_a.I_a + L_a\frac{dI_a}{dt} + E(t) \qquad (1)$$

où: $$E(t) = \frac{p}{a}.n.\frac{\Omega(t)}{2\pi}.\varphi(t)$$

Avec : p: nombre de paires de pôles,

a: nombre de voies de l'enroulement de l'induit,

n: nombre de conducteurs actifs

φ: flux utile par pole.

On écrit aussi: $$E(t) = k.\varphi.\Omega(t) \quad (2)$$

Le couple moteur est déterminé par l'expression suivante:

$$C_M(t) = \frac{E(t).I_a(t)}{\Omega(t)}$$

$E(t).I_a(t)$: puissance électromagnétique, c'est à dire transformée de la forme électrique à celle mécanique. Ce qui donne un couple de la forme:

$$C_M(t) = k.\varphi(t).I_a(t) \quad (3)$$

***Equations électriques de l'inducteur:**

$$v_e(t) = r_e.i_{ex}(t) + l_e.\frac{di_{ex}}{dt} \quad (4)$$

Cette relation n'est valable que si la machine n'est pas saturée. Pour tenir compte de la saturation, on peut écrire:

$$v_e(t) = r_e.i_{ex}(t) + n_e.\frac{d\varphi}{dt}$$

où: n_e: désigne le nombre total de spires des pôles de l'inducteur.

***Equation de la dynamique:**

$$C_M(t) = J\frac{d\omega}{dt} + C_R(t) \quad (5)$$

avec: $$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

où: θ: désigne l'écart angulaire de l'induit par rapport à une direction fixe.

2. Commande par contrôle de la vitesse: $U \rightarrow \Omega$ et $L_a=0$

- Fonctionnement statique:

Au point de fonctionnement de l'ensemble moteur +charge on a: $C_M = C_R$ alors la relation $\Omega(t) = f(U)$ est obtenue à partir des équations (1), (2) et (3), on obtient alors:

$$\left.\begin{array}{l} U_a = k.\Omega + R_a \dfrac{C_M}{k} \\ C_M = C_R \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega = \frac{U_a}{k} - \frac{R_a.C_R}{k^2} = \frac{1}{k}\left(U_a - \frac{R_a.C_R}{k}\right).$$

On remarque, à ce moment, que la vitesse dépend en grande partie de la charge, ce qui est logique, il faut donc tenir compte du type de charge. On trouve parmi les plus courantes:

.$C_R = 0$: fonctionnement à vide(cas limite envisageable lorsque la charge est faible).

.$C_R = constante$: cas de frottements secs: $C_R = f$.

.$C_R = f.\Omega$: cas de frottements visqueux.

Remarque: Lorsque C_R est égale à une constante (C_R=constante), le moteur ne démarre qu'à partir d'une certaine tension U_0 appelée tension de seuil de démarrage. C'est notamment le cas avec des frottements secs, on a alors:

$$U_0 = \frac{R.C_f}{k}.$$

- Fonctionnement dynamique:

A cet effet, la fonction de transfert en boucle ouverte de la commande en vitesse est nécessaire.

a- Fonctionnement avec C_R=0:

$$\left.\begin{array}{l} U = k.\Omega + R \dfrac{C_M}{k} \\ C_M = Jp\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow U = k\Omega + \frac{RJ}{k} p\Omega \Rightarrow W(p) = \frac{\Omega}{U} = \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{RJ}{k^2} p} = \frac{H_0}{1 + \tau p}$$

avec: $\tau = \dfrac{RJ}{k^2}$: constante de temps

et $H_0 = \dfrac{1}{k}$: gain statique.

b- Fonctionnement avec C_R=C_f (une constante):

$$\left.\begin{array}{l} U = k\Omega + R \dfrac{C_M}{k} \\ C_M = Jp\Omega + C_f \end{array}\right\} \Rightarrow U = k\Omega + \frac{RJ}{k} p\Omega + \frac{RC_f}{k} \Rightarrow U = k\Omega\left(1 + \frac{RJ}{k^2} p\right) + U_0 .$$

On remarque ici que le fonctionnement n'est pas linéaire puisque le moteur ne démarre qu'à partir de U = U_0. Si l'on se limite au cas où le moteur tourne réellement, on est amené à poser:

$U' = U - U_0$, en ignorant la plage de réglage: $0 < U < U_0$ où le moteur est encore à l'arrêt. D'où la fonction de transfert suivante:

$$H(p) = \frac{\Omega}{U'} = \frac{1/k}{1 + \frac{RJ}{k^2}p} = \frac{H_0}{1 + \tau p}.$$

c- Fonctionnement avec $C_f = f.\Omega$:

$$\left.\begin{array}{l} U = k\Omega + R\dfrac{C_M}{k} \\ C_M = (Jp + f)\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow U = k\Omega + \frac{RJ}{k}p\Omega + \frac{R.f}{k}\Omega$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{\Omega}{U} = \frac{\dfrac{1}{a.k}}{1 + \dfrac{1}{a}.\dfrac{RJ}{k^2}p}$$

$$avec : a = 1 + \frac{R.f}{k^2}$$

d- Fonctionnement avec $L \neq 0$:

Dans le cas général on ne peut négliger l'influence de la bobine sur le comportement dynamique du moteur à courant continu. Si l'inductance de la bobine est non nulle, on obtient une fonction de transfert du second ordre qui dépendra aussi de la charge.

Si C_R = 0: on a les équations du moteurs comme suit:

$$\left.\begin{array}{l} U = k\Omega + (R + L.p).\dfrac{C_M}{k} \\ C_M = Jp\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow U = k\Omega + \frac{RJ}{k}p\Omega + \frac{LJ}{k^2}p^2\Omega$$

$$\Rightarrow H_M(p) = \frac{\Omega}{U} = \frac{\dfrac{1}{k}}{1 + \dfrac{RJ}{k^2}p + \dfrac{LJ}{k^2}p^2}$$

Par identification avec la fonction de transfert du modèle principale du second ordre, on trouve finalement:

$$H_M(p) = \frac{\Omega}{U} = \frac{1/k}{\dfrac{LJ}{k^2}p^2 + \dfrac{RJ}{k^2}p + 1} = \frac{H_0}{\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2 + \dfrac{2\xi}{\omega_n}p + 1}$$

avec; $H_0 = 1/k$: gain statique

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{LJ}{k^2} \Rightarrow \omega_n = \frac{k}{\sqrt{LJ}}$$: pulsation nominale (ou naturelle)

$$\frac{RJ}{k^2} = \frac{2\xi}{\omega_n} \Rightarrow \xi = \frac{R}{2k}\sqrt{\frac{J}{L}}$$:coefficient d'amortissement.

En général, dans les moteurs à courant continu, l'amortissement est beaucoup plus supérieur à1(ζ>> 1), alors on peut décomposer la fonction de transfert du second ordre en un produit de deux fonctions de transfert du premier ordre, on aura alors:

$$H_M = \frac{H_0}{\frac{1}{\omega_n^2}p^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}p +} = \frac{H_0}{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}$$

avec: τ_1: constante de temps mécanique

τ_2: constante de temps électrique.

$$\begin{cases} \tau_1 = \omega_n.\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \Rightarrow 2\xi\omega_n = \dfrac{RJ}{k^2} \\ \tau_2 = \dfrac{\omega_n}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}} \Rightarrow \dfrac{\omega_n}{2\xi} = \dfrac{L}{R} \end{cases}$$

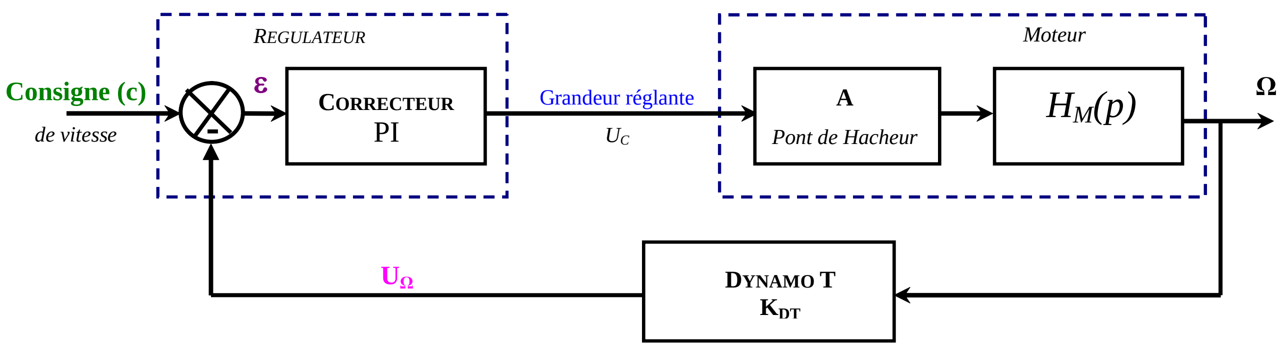
Remarque:

La constante de temps électrique τ_2 est plus faible que la constante de temps mécanique τ_1. Quand L est petit, τ_2 est négligeable par rapport à τ_1, ce qui ramène le système à un premier ordre.

* Fonctionnement dynamique:

- Fonction de transfert en boucle fermée (régulation de vitesse):

De ce qui a précédé on déduit le schéma d'une régulation de vitesse d'un moteur à courant continu (exemple avec une dynamo Tachymétrique comme capteur de vitesse).



*Contrôle du couple(du courant): U→C_M (ou bien I)

Une solution évidente pour contrôler le couple serait d'alimenter le moteur à l'aide d'un générateur de courant (variable), puisque C_M= K.I. Mais la solution technique la plus usuelle et la plus courant, consiste à réaliser une régulation de couple avec la tension comme paramètre de commande.

- Fonctionnement statique:

La caractéristique mécanique: $C_M = \frac{k}{R}.U - \frac{k^2}{R}.\Omega$ montre que la relation $C_M = f(U)$ est une droite paramétrée par Ω.

- Fonctionnement dynamique:

Du point de vue dynamique, la fonction de transfert s'écrit:

$$\left.\begin{array}{l} U = k\Omega + R\frac{C_M}{k} \\ C_M = Jp\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow U = k\frac{C_M}{Jp} + R\frac{C_M}{k} \Rightarrow U = \left(\frac{k}{Jp} + \frac{R}{k}\right).C_M \Rightarrow \frac{C_M}{U} = \frac{\frac{J}{k}p}{1 + \frac{RJ}{k^2}p}$$

ou encore: $\frac{I}{U} = \frac{\frac{J}{k^2}p}{1 + \frac{RJ}{k^2}p}$. Cette dernière relation équivaut à contrôler le courant d'induit par la tension.