**Chapitre 4 :** Calcul de sections en béton armé

 Soumises à la flexion simple

**4.1 inroduction**

Un élément est soumis à la flexion simple si dans toute section de cet élément, les sollicitations se réduisent à un moment fléchissant Mf et un effort tranchant T (l’effort normal N = 0).

**4.2 Calcul des armatures longitudinales à l’E.L.U**

**4.2.2 1- Section rectangulaire sans aciers comprimés**

+

x

y

Diagramme des contraintes

Diagramme des déformations

h

d

Ast

b

Section en béton armé

**Mu**

Forces

**Nbc = Nbu**

**Nbu**

**Nbu**

**Nbu**

**Nbu**

**Nst**

**σbc = fbu**

**σst**

yu

**εbc**

**εst**

0.4yu

Zu = d - 0.4yu

0.8yu

Béton comprimée

Acier tendu

**fbu**

**Fig. 4.1 :** Diagrammes contrainte-déformation parabole-rectangle

 et rectangulaire simplifié dans la section de béton comprimé

***Equations d´équilibre :***

Nst = Nbc

* **∑Fx = 0** ⇒ Nst – Nbc = 0 ⇒ (4.1)
* Nbc = Nbu = 0.8 yu . b . fbu  (4.2)
* Nst = Ast . σst  (4.3)
* En remplaçant (4.6) et (4.7) dans (4.5), on trouve :

0.8 yu . b . fbu = Ast . σst

 (4.4)

* **∑MA = 0** (la somme des moments est calculé par rapport au C.d.G. des aciers tendus)

⇒ Mu – Nbu . Zu= 0 (4.5)

* Zu = d - 0.4yu (**bras de levier**) (4.6)
* Avec (4.6), (4.9) et (4.10) on obtient : Mu – (0.8 yu . b . fbu). (d - 0.4 yu ) = 0

⇒ Mu = (0.8 yu . b . fbu). (d - 0.4 yu ) (4.7)

* Avec (4.5) ,( 4.7) et (4.9), on obtient :

 Mu = Ast . σst . Zu (4.8)

**Ast = Mu / (σst****. Zu)**

⇒  (4.9)

Rappelons qu’au paragraphe 4.2.1 on a posé : ,

αu = yu/d

donc : Zu = (1 – 0.4 αu) . d (4.10)

**βu = 1 – 0.4 αu** (bras de levier réduit)

βu = Zu / d

* En posant : soit (4.11)
* L’équation (4.13) devient :

**Ast = Mu / (σst****. βu . d)**

 (4.12)

Mu = 0.8 αu . (1 - 0.4 αu ) . b. d2. fbu

L’équation (4.11) devient : (4.13)

**μbu = Mu / (b. d2. fbu)**

* En posant : (**μbu :** Moment ultime réduit)

μbu = 0.8 αu . (1 - 0.4 αu)

On a : (4.14)

αu = 1.25. (1 - √ 1 – 2 . μbu )

 et (4.15)

**4.2.2.2 Section avec aciers comprimés**

Lorsque, dans une section rectangulaire dont les dimensions sont imposées, on trouve que **μbu > μl** , le moment **Mu** peut être équilibré en renforçant la partie comprimée de la section au moyen d’armatures **Asc**.

***Principe de calcul des sections d’armatures ( Fig. 4.2)***

**Mu**

0.4yu

Zu = d - 0.4yu

**Ast**

**Asc**

**≡**

**Nbc**

d - d ̀

 **Mu = Mr + ΔM**

**Nst 2**

**Nsc**

**Moment appliquée à la section**

**Moment résistant du béton**

**Moment équilibrée par les armatures comprimées**

**Nst 1**

**Fig. 4.3 :** Principe de calcul à l’ELU d’une section rectangulaire avec aciers comprimés

* **Mr (Le moment résistant du béton) :** est le moment ultime que peut équilibrer la section sans lui ajouter les aciers comprimes.
* **ΔM (**Le moment résiduel) : est la différence entre le moment ultime sollicitant la section et le moment résistant du béton.
* **Nst =Nst 1 + Nst 2**  (4.16)
* **Calcul du moment résistant du béton Mr:**

 **μbu = Mr / (b. d2. fbu)** (4.21)

**avec μl :** le moment ultime réduit limite

  **⇒ Mr = μbu . b. d2. fbu**  (4.17)

* **Calcul du moment résiduel ΔM :**

 Δ**M = Mu - Mr** (4.18)

* **Calcul des armatures tendues de la section fictive 1 (Ast 1):**

**Ast 1 = Mr / (σst****. βu . d)** (voir paragraphe 4.2.2.1)**,**

On a **: ε**st **= ε**l **⇒ σst = fsu** (voir Fig. 2.3 et Fig. 4.3)

**Donc : Ast 1 = Mr / (fsu . βu . d)** (4.19)

* **Calcul des armatures tendues de la section fictive 2 (Ast 2):**

**ΔM = Nst 2 . (d - d ̀)**  (4.20)

**Nst 2 = fsu . Ast 2**  (4.21)

En remplaçant (4.26) dans (4.25), on a:

 **ΔM = fsu . Ast 2 . (d - d ̀) ⇒ Ast 2 = ΔM / (fsu . (d - d ̀))**  (4.22)

* **Calcul des armatures comprimées de la section fictive 2 (Asc):**

**Nsc = Nst 2** …………(4.28)

**ΔM = Nsc . (d - d ̀)** …………(4.29)

**Nsc = σsc**. **Asc** …………(4.30)

En remplaçant (4.30) dans (4.29), on a :

**ΔM = σsc**. **Asc . (d - d ̀) ⇒ Asc = ΔM / (σsc**. **(d - d ̀))** (4.23)

* **Détermination de la contrainte de l’acier comprimé (**σ**sc**) :

**** $ $

 **(**4.24)

* Finalement, on remplace la valeur de **σsc** dans la relation (4.23) pour déterminer **Asc**.

**Ast = Ast 1 + Ast 2**

* **La section totale des armatures tendues Ast :**