**Chapitre II**

**Calcul de la profondeur normale de l’écoulement dan un canal trapézoidal**

**I. Introduction**

La canal trapezoïdal se rencotre souvent dans la pratique. Le calcul de la profondeur normale est d’importance capitale dans la pratique de l’ingénieur hydraulicien. La méthode MMR (Achour, 2007) est une méthode qui a pallié à beaucoup de problèmes des méthodes classiques.

**II. Localisation du problème**

La profondeur normale joue un rôle important dans la conception des canaux ouverts et dans l'analyse de l'écoulement non uniforme également. Dans la littérature, la profondeur normale est appelée *yn*. La figure 1 montre schématiquement la profondeur normale dans un canal de forme trapézoïdale, caractérisé par la largeur de base *b* et le fruit *m*. Le débit est *Q*, la pente longitudinale est *i*, la viscosité cinématique du liquide est *v* et la rugosité absolue est **.



Fig. 1: Schéma de définition de la profondeur normale dans un canal trapézoïdal

Le calcul de la profondeur normale est basé principalement sur les équations de résistance des canaux à surface libre. Les plus utilisées en pratique sont notamment la relation de Darcy-Weisbach, les équations de Chezy et de Manning. La première utilise le coefficient de frottement tel que défini par Colebrook-White qui est implicite. La solution implique de nombreuses itérations et des calculs fastidieux ou une procédure graphique laborieuse. Les deuxième et troisième équations de résistance utilisent respectivement le coefficient de Chezy et le coefficient de rugosité de Manning qui ne sont pas constants. La littérature révèle que diverses études imposent les coefficients de Chezy et de Manning comme données du problème, les considérent comme une constante ne dépendant que du matériau constituent le canal. Ceci n'est pas physiquement justifié car ces coefficients dépendent notamment de la profondeur normale recherchée et c'est donc une erreur d'imposer au préalable la valeur de ces coefficients. En fait, ces coefficients dépendent de cinq paramètres, à savoir la rugosité absolue, la géométrie du canal, la viscosité cinématique du liquide en écoulement, l'accélération de la pesanteur et le parameter de forme et donc la profondeur normale.

Le problème qui reste récurrent est de calculer la profondeur normale en utilisant des données mesurables en pratique telles que le débit *Q*, la pente *i* du canal, la largeur de fond *b*, la viscosité cinématique *v* et principalement la rugosité absolue ** qui reflète l'état de la paroi interne du canal. Pour résoudre le problème uniquement sur la base de ces données, la méthode du modèle rugueux semble être l'outil de calcul le plus approprié. Dans cette méthode, il n'y a aucune raison de considérer les coefficients de résistance de l'écoulement. En effet, le principal avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle ignore les coefficients de résistance de l'écoulement, tels que le coefficient de frottement, le coefficient de Chézy ou le coefficient de rugosité de Manning, contrairement aux méthodes de calcul classiques.

**III. Equations de base**

Les relations sur lesquelles l'étude est basée sont des equations simples bien connues en hydraulique, à savoir l'équation de Darcy-Weisbach, l'équation de Colebrook-White et la formule du nombre de Reynolds. La pente longitudinale du canal à surface libre est donnée par la relation de Darcy-Weisbach comme suit :

 (1)

où *Q* est le débit, *g* est l'accélération de la pesanteur, *A* est l’aire de la section mouillée, *Dh* est le diamètre hydraulique et *f* est le coefficient de frottement donné par la formule bien connue de Colebrook-White :

 (2)

où ** est la rugosité absolue et *R* est le nombre de Reynolds qui peut être exprimé comme suit :

 (3)

où *v* est la viscosité cinématique et *P* est le périmètre mouillé.

**IV. Modèle rugueux de référence**

Toutes les caractéristiques gémétriques et hydrauliques du modèle rugueux de reference sonr distinguées par le synbole : "". Nous considérons un modèle rugueux particulièrement caractérisé par  comme valeur de rugosité relative arbitrairement attribuée, où est le diameter hydraulique. La valeur de rugosité relative choisie est assez forte que le régime d'écoulement prédominant est totalement rugueux. Alors, le coefficient de frottement est :  selon la relation (2) pour  tendant vers une valeur infiniment grande. Le modèle rugueux se caractérise également par la dimension linéaire horizontale , le fruit “*m*” et la pente longitudinale  (Fig. 2). Le debit est impliquant voire. Le parameter de forme, également connu sous non de la profondeur normale adimensionnelle, est donc .



Fig. 2: Schéma de définition de la profondeur normale dans le canal du modèle rugueux trapézoïdal

L'application de la relation (1) au modèle rugueux conduit à:

 (4)

Tenant compte que :  et , la relation (4) peut s’écrire come suit :

 (5)

Le périmèter mouillé est l’aire de la section mouillée  sont exprimés respectivement par les relations suivante :

 (6)

 (7)

L'insertion de la relation (6) et la relation (7) dans la relation (5), on obtient :

 (8)

La relation (8) s’écrit :

 (9)

Supposons la conductivité relative suivante:

 (10)

Alors, la relation (9) se réduit à :

 (11)

Supposons le changement de variable suivant :

 (12)

Inserting Eq. 12 into Eq. 11 and rearranging results in:

L’insertion de la relation (12) dans celle (11) et le rearrangement mènent à :

 (13)

La relation (13) est implicite vis-à-vis de la variable *z*. Pour résoudre la relation (13) nous proposons une méthode numérique qui consiste à approcher progressivement à la solution. Le processus de calcul est itératif et fonctionne sur la relation (13) après avoir sélectionné une première valeur de *z*. Supposons que la première valeur de *z* est *z*0. Selon la relation (12), on peut écrire que :  pour . En conséquence, les valeurs suivantes de z sont obtenues telles que:



… etc.

Le processus de calcul s'arrête quand  et  sont suffisamment proches. Il est évident que la vitesse de convergence du processus itératif décrit dépend fortement de la valeur initiale choisie.

Avec , des calculs intensifs ont montré que la valeur presque exacte de z est obtenue, dans le pire des cas, à la fin de la sixième étape de calcul seulement. La procédure de calcul proposée n'est donc pas contraignante. Une fois la valeur finale de z déterminée, le rapport d'aspect  dans le modèle rugueux est calculé à partir de la relation (12) comme suit :

 (14)

En conséquence, les relations (6) et (7) permettent de calculer respectivement le périmètre mouillé et l’aire de la section mouillée , pour les valeurs données de *b* et *m*. Par conséquent, le nombre de Reynolds dans le modèle rugueux  peut être calculé à l'aide de la formule suivante:

 (15)

**V. Facteur de correction des dimensions linéaires**

La méthode du modèle rugueux stipule que toute dimension linéaire "*L*" d'une conduite ou d'un canal et la dimension linéaire "" de son modèle rugueux sont liées par l'équation suivante, applicable à l'ensemble du domaine de l'écoulement turbulent :

 (16)

où est le facteur de correction des dimensions linéaires, inférieur à l’unité, qui est régi par la relation suivante:

 (17)

Tous les paramètres de la relation (17) sont connus, peut, alors, être explicitement calculé.

**VI. Etape de calcul de la profondeur normale**

Pour calculer la profondeur normale, les données suivantes doivent être fournies : *Q*, *b*, *i*, *m* et *v*. Notez d'une part que ces données sont mesurables en pratique et d'autre part que le coefficient de résistance à l'écoulement tel que le coefficient de Chézy ou le coefficient de rugosité de Manning n'est pas imposé. Pour calculer la profondeur normale *yn* requise, les étapes suivantes sont recommandées:

1. Calculer la conductivité relative à l'aide de la relation (10).
2. Calculer la valeur de *z* en utilisant la relation (13) en adoptant le processus itératif décrit, en considérant .
3. Avec la valeur calculée de *z*, calculer le rapport d’aspect  du modèle rugueux à l'aide de la relation (14).
4. En conséquence, les relations (6) et (7) donnent respectivement le périmètre mouillé  et l’aire de la section mouillée . Cela permet de déduire le diamètre hydraulique  et le nombre de Reynolds  en utilisant la relation (15).
5. Ainsi, calculer explicitement le facteur de correction des dimensions linéaires  par application de la relation (17).
6. Attribuer au modèle rugueux la nouvelle dimension linéaire  selon la relation (16) et déduire la valeur correspondante de la conductivité relative  en utilisant la relation (10).
7. Avec la valeur calculée de , calculer la variable *z* selon l'étape 2.
8. En introduisant cette valeur de *z* dans la relation (14), nous obtenons le rapport d'aspect  dans le modèle rugueux égal au rapport d'aspect .
9. Enfin, la valeur recherchée de la profondeur normale est alors : .

**VII. Conclusion**

La méthode MMR a été appliquée avec succès pour calculer la profondeur normale dans un canal ouvert de forme trapézoïdale. Ce calcul a été effectué avec un minimum de données pratiques, notamment la rugosité absolue. Aucun coefficient de résistance à l'écoulement n'était nécessaire, comme le coefficient de résistance de Chézy ou le coefficient de rugosité Manning. La méthode du modèle rugueux s'est appuyée sur des équations hydrauliques simples, à savoir l'équation de Darcy-Weisbach, la relation de Colebrook-White et la formule du nombre de Reynolds. La relation de Darcy-Weisbach a d'abord été appliquée à un modèle rugueux de référence dont le coefficient de frottement a été choisi arbitrairement. Cela a conduit à l'établissement d'une relation implicite entre le rapport d'aspect et la conductivité relative. Une brève procédure itérative a été proposée pour résoudre cette équation, à partir d'une valeur initiale judicieusement choisie. Pour un rapport d'aspect connu du modèle rugueux, la profondeur normale adimensionnelle et donc la profondeur normale dans le canal étudié ont été déduites, en se basant sur un facteur de correction des dimensions linéaires.

**VIII. Références**

[1]V.T. Chow, Open-Channel Hydraulics, Ed., McGraw Hill, New York, 1973.

[2] French R.H., Open Channel Hydraulics, Ed., McGraw Hill, New York, 1986.

[3] R.O. Sinniger, W.H. Hager, Constructions hydrauliques, Ed., Presses Polytechniques Romandes, Suisse, 1989.

[4] P.K. Swamee, Normal-depth equations for irrigation canals, J. Irrig. Drain. Eng., 120(5) (1994) 942-948.

[5] R. Srivastava, Discussion of ‘‘Exact solutions for normal depth problem’’ by Prabhata K. Swamee and Pushpa N. Rathie’, J. Hyd. Res., 44(3) (2006) 427-428.

[6] S. Kouchakzadeh, A.R. Vatankhah, Discussion of ‘‘Exact solutions for normal depth problem’’ by Prabhata K. Swamee and Pushpa N. Rathie, J. Hyd. Res., 45(4) (2007) 567-571.

[7] A. Das, Flooding probability constrained optimal design of trapezoidal channels. J. Irrig. Drain. Eng. 133(1) (2007) 53-60.

[8] A.R. Vatankhah, Explicit solutions for critical and normal depths in trapezoidal and parabolic open channels, Ain Shams Eng. J., 4(1) (2013) 17-23.

[9] P.K. Swamee, P.N. Rathie, Exact solutions for normal depth problem, J. Hyd. Res., 42(5) (2004) 541-547.

[10] B. Achour, [Design of Pressurized Vaulted Rectangular Conduits Using the Rough Model Method](http://www.scientific.net/AMR.779-780.414.pdf), Adv. Mat. Res., Trans. Tech. Publications, 779-780 (2013) 414-419.

[11] B. Achour, A. Bedjaoui, Discussion of “Exact solutions for normal depth problem”, J. Hyd. Res., 44(5) (2006) 715-717.

[12] B. Achour, A. Bedjaoui, Turbulent Pipe-flow Computation Using the Rough Model Method (RMM), J. Civil. Eng. and Sci., 1(1) (2012) 36-41.

[13] H. Darcy, Sur les recherches expérimentales relatives au mouvement des eaux dans les tuyaux, Comptes rendus des séances de l’Académie des Sciences, 38 (1854) 1109-1121.

[14] C.F. Colebrook, J. Inst. Civil Eng., 11 (1939) 133-156.