**chapitre I**

**ECOULEMENT UNIFORME a surface libre**

**DANS UNE CONDUITE DE FORME CIRCULAIRE**

**I.1. Introduction**

L’écoulement uniforme en conduite circulaire se rencontre souvent dans de nombreux cas pratiques. La conduite circulaire est utilisée pour l’évacuation des eaux dans les domaines de l’assainissement et de l’aménagement. La figure 1.1 schématise l’écoulement uniforme de profondeur normale dans une conduite circulaire de diamètre interne.

Afin de définir la géométrie de l’écoulement dans une conduite circulaire partiellement occupée, il a été introduit le paramètre, appelé paramètre de forme de la section mouillée ou rapport d’aspect. A titre d’exemple, la valeur indique que l’écoulement occupe la moitie de l’aire de la conduite, tandis que la valeur signifie que la conduite est entièrement remplie par l’écoulement. Le paramètre de forme est souvent désigné sous le terme de taux de remplissage de la conduite.



**Figure 1.1** : Schéma de définition de l’écoulement uniforme

en conduite circulaire

L’écoulement uniforme à surface libre dans les conduites et canaux artificiels est régi par cinq paramètres :

* Le débit volume.
* La dimension linéaire caractérisant la géométrie du canal. Dans le cas de la conduite circulaire qui intéresse ce chapitre, qu’elle soit partiellement occupée par l’écoulement ou en charge, cette dimension correspond au diamètre.
* La pente longitudinale du canal.
* La rugosité absolue caractérisant l’état de la paroi interne du canal.
* La viscosité cinématique du liquide en écoulement.

La bibliographie montre que l’écoulement uniforme est souvent abordé en ayant recours aux formules usuelles telles que celle de *Chézy* ou de *Manning-Strickler*. Celles-ci expriment le débit volume et s’écrivent respectivement :

 (1.1)

 (1.2)

Dans les relations (1.1) et (1.2), les paramètres,, et désignent respectivement le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*, le coefficient de résistance à l’écoulement de *Manning*, l’aire de la section mouillée de l’écoulement et le rayon hydraulique.

Les valeurs des coefficients de résistance à l’écoulement de *Chézy* et de *Manning* sont injustement considérées comme des constantes, évaluées par expérience, selon le cas étudié et la nature de la paroi du canal ou de la conduite. Ce sont des valeurs tabulées que l’on peut consulter dans de nombreux ouvrages spécialisés. Nous verrons dans ce chapitre que les coefficients de résistance *C* et *n* peuvent être calculés de manière explicite.

Au regard de la forme des relations (1.1) et (1.2), il est bien utile de constater que l’effet de la viscosité cinématique n’est pas considéré, ce qui laisse supposer que ces relations ne sont applicables que pour le cas de l’écoulement uniforme en régime turbulent rugueux. Les relations (1.1) et (1.2) doivent donc être utilisées avec précaution lorsque l’écoulement se situe dans les domaines de transition, lisse ou pratiquement lisse.

**I.2. Caractéristiques hydrauliques et géométriques**

Les caractéristiques de la conduite circulaire partiellement occupée par l’écoulement sont, en particulier :

1. L’aire de la section mouillée, telle que :

 (1.3)

Il apparaît ainsi que l’aire de la section mouillée est fonction du diamètre de la conduite et du taux de remplissage.

La relation (1.3) peut s’écrire :

 (1.4)

où :

 (1.5)

 (1.6)

Pour une conduite circulaire entièrement remplie, correspondant à, nous pouvons déduire des relations (1.5) et (1.6) respectivement que  et.

1. Le périmètre mouillé, tel que :

 (1.7)

Ou bien :

 (1.8)

Le périmètre mouillé est donc aussi fonction du diamètre de la conduite et du taux de remplissage.

1. Le rayon hydraulique, qui s’exprime, en ayant recours aux relations (1.4) et (1.8), par :

 (1.9)

**I.3. Etude de l’écoulement a coefficient de résistance constant**

**I.3.1. Formule de *Chézy***

Considérons la formule (1.1) de *Chézy*. En nous aidant des relations (1.4) et (1.9). Le débit volume s’exprime alors par :

 (1.10)

En introduisant la conductivité relative :

 (1.11)

la relation (1.10) s’écrit alors, en termes adimensionnels :

 (1.12)

La conductivité relative n’est donc fonction que du taux de remplissage. Pour le cas de la conduite circulaire entièrement remplie, correspondant à, la relation (1.12) mène à écrire que :

 (1.13)

où l’indice désigne l’état plein de la conduite.

Pour un même diamètre, une même pente longitudinale et pour, le rapport des relations (1.12) et (12.13) donne :

 (1.14)

L’un des problèmes rencontrés en pratique est la détermination de la profondeur normale, à partir des valeurs connues des paramètres,, et . Ce problème peut trouver sa solution dans la résolution de l’équation (1.12), puisque la conductivité relative est une donnée dont la valeur est tirée de la relation (1.11). L’objectif est donc de déterminer la valeur du taux de remplissagequi permettrait alors de déduire celle de la profondeur normale. Cependant, au regard de la forme de la relation (1.12), il apparaît clairement que le taux de remplissage est implicite vis-à-vis de et que sa détermination nécessiterait un procédé itératif ou graphique.

Il s'agit donc de proposer une solution explicite à la relation (1.12), permettant de calculer, avec une précision suffisante, le taux de remplissageet par conséquent la profondeur normale. Cette démarche pourrait éventuellement suggérer de présenter une relation, également explicite, au calcul de la profondeur critique.

Le dimensionnement de la conduite, c'est-à-dire le calcul de son diamètre, est également l’un des objectifs principaux de ce chapitre. Le calcul du diamètre nécessite la connaissance des quatre autres paramètres régissant l’écoulement, c'est-à-dire le coefficient de *Chézy*, le débit volume, la pente longitudinale de la conduite et la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Comme le montre la relation (1.12), le calcul du diamètre n’est pas aisé. Cette relation nécessite quelques transformations et réarrangements pour permettre de répondre à notre objectif.

Toutes les considérations que nous venons d’exposer se rapportent à la relation (1.12) et reposent sur le fait que le coefficient de résistance de *Chézy* demeure constant, quelle que soit la valeur du taux de remplissage. En d’autres termes, le remplissage de la conduite, provoqué par l’augmentation du débit volume, s’effectue à valeur constante du coefficient. Ceci mérite d’être discuté et commenté du fait que la résistance à l’écoulement devrait en principe être affectée par les variations de la profondeur de l’écoulement. La relation (1.12) doit donc faire l’objet d’une étude particulière. Il serait ainsi intéressant d’examiner la courbe de remplissage de la conduite pour *C* constant et *C* variable.

L’étude des courbes de remplissage de la conduite pour et variable devrait conduire aux relations du débit maximal, correspondant à la capacité d’évacuation de la conduite. Cette étude devra mettre en évidence l’influence de la viscosité cinématique ainsi que celle de la résistance à l’écoulement sur la valeur du taux de remplissage, notamment au passage du débit maximal.

L’étude de l’écoulement uniforme en conduite circulaire devra être ponctuée par des applications pratiques. Celles-ci permettront au lecteur de mieux appréhender les relations proposées et d’apprécier le degré de leur validité et de leur efficacité.

II.3.1.1. **Courbe de remplissage de la conduite pour** 

La courbe de remplissage de la conduite, pour une valeur constante du coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*, se traduit par la variation du taux de remplissage défini par la relation (1.14). En donnant des valeurs à, arbitrairement choisies entre 0 et 1, la relation (1.14) a permis de dresser le tableau 1.1. Il ressort de ce tableau que :

1. le rapport augmente dans un premier temps avec l’accroissement du taux de remplissageet atteint la valeur maximale, indiquée en gras dans le tableau 1.1, pour un taux de remplissage. La capacité d’évacuation de la conduite correspond donc au débit maximal égal à environ 1,05 fois le débit de remplissage. Au-delà de sa valeur maximale, le rapport diminue avec l’accroissement du taux de remplissage et atteint la valeur pour le taux de remplissage. Notons également la valeur particulière, indiquée en gras dans le tableau 1.1, à laquelle correspond, sans aucune justification physique, le rapport.
2. Pour le taux de remplissage, indiqué en gras dans le tableau 1.1, le débit vaut la moitié du débit de remplissage.

**Tableau 1.1 :** Valeurs de pour, calculées selon la relation (1.14).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0,10 | 0,02623352 |
| 0,15 | 0,05733124 |
| 0,20 | 0,09888547 |
| 0,25 | 0,1497216 |
| 0,30 | 0,20863996 |
| 0,35 | 0,27441175 |
| 0,40 | 0,34577372 |
| 0,45 | 0,42142142 |
| **0,50** | **0,50** |
| 0,55 | 0,58009178 |
| 0,60 | 0,66019853 |
| 0,65 | 0,73871546 |
| 0,70 | 0,81389076 |
| 0,75 | 0,88375891 |
| 0,80 | 0,9460203 |
| 0,85 | 0,99779656 |
| **0,85245** | **1** |
| 0,90 | 1,03503019 |
| **0,95** | **1,05041386** |
| 0,96 | 1,04951605 |
| 0,97 | 1,04661445 |
| 0,98 | 1,04098028 |
| 0,99 | 1,03087227 |
| **1** | **1** |

Les observations ci-dessus indiquées sont traduites graphiquement dans le système d’axes de coordonnées à divisions cartésiennes de la figure 1.2.



**Figure 1.2 :** Représentation graphique de pour le coefficient de *Chézy* , selon les valeurs du tableau 1.1 calculées par la relation (1.14).

Dans la large gamme pratique, correspondant à , les calculs montrent que le taux de remplissage  de la conduite peut s’exprimer de manière explicite par la relation :

 (1.15)

Les écarts relatifs occasionnés par l’application de la relation approchée (1.15) sont consignés dans le tableau 1.2. Nous pouvons observer d’une part que l’erreur relative maximale reste dans tous les cas inférieure à 0,4% et que les plus grands écarts sont obtenus pour les valeurs extrêmes de la gamme choisie ded’autre part, valeurs indiquées en gras dans le tableau 1.2.

**Tableau 1.2 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.15)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Ecarts relatifs (%) |
| 0,15 | 0,05733124 | 0,14967554 | **0,22** |
| 0,20 | 0,09888547 | 0,19992175 | 0,04 |
| 0,25 | 0,1497216 | 0,24996879 | 0,01 |
| 0,30 | 0,20863996 | 0,29985817 | 0,05 |
| 0,35 | 0,27441175 | 0,34965773 | 0,10 |
| 0,40 | 0,34577372 | 0,39944695 | 0,14 |
| 0,45 | 0,42142142 | 0,44930952 | 0,15 |
| 0,50 | 0,5 | 0,49932761 | 0,13 |
| 0,55 | 0,58009178 | 0,54957477 | 0,08 |
| 0,60 | 0,66019853 | 0,60010366 | 0,02 |
| 0,65 | 0,73871546 | 0,65092159 | 0,14 |
| 0,70 | 0,81389076 | 0,70193865 | 0,28 |
| 0,75 | 0,88375891 | 0,75285076 | **0,38** |

I.3.1.2. **Relation approchée au calcul de la profondeur normale**

Il s'agit d’établir une relation approchée susceptible de mener à un calcul explicite de la profondeur normale, pour les valeurs connues des paramètres,, et , et par conséquent de celle de la conductivité relative . La relation sera établie dans la large gamme pratiqueet devra être appliquée lorsque le coefficient de résistance à l’écoulementde *Chézy* est une constante, indépendante de la variation du taux de remplissagede la conduite. Avant d’établir cette relation, il est utile de noter que :

 (1.16)

La conductivité relative est fonction du taux de remplissageconformément à la relation (1.12). En faisant varier le taux de remplissage dans la gamme , la relation (1.12) a permis de dresser le tableau 1.3.

Il ressort du tableau 1.3 que la conductivité relative augmente avec l’accroissement du taux de remplissage jusqu’à la valeur maximale, indiquée en gras dans le tableau, correspondant à. Au-delà de sa valeur maximale, diminue avec l’augmentation du taux de remplissage. A l’état de remplissage, correspondant à, la conductivité relative prend la valeur.

**Tableau 1.3 :** Valeurs de calculées selon la relation (1.12).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 0,15 | 0,02251392 | 0,05457967 |
| 0,20 | 0,03883223 | 0,09413954 |
| 0,25 | 0,05879554 | 0,14253582 |
| 0,30 | 0,08193272 | 0,19862644 |
| 0,35 | 0,10776124 | 0,26124155 |
| 0,40 | 0,13578502 | 0,32917856 |
| 0,45 | 0,1654918 | 0,4011956 |
| 0,50 | 0,19634954 | 0,47600286 |
| 0,55 | 0,22780151 | 0,55225069 |
| 0,60 | 0,25925936 | 0,62851277 |
| 0,65 | 0,29009288 | 0,70326133 |
| 0,70 | 0,31961415 | 0,77482865 |
| 0,75 | 0,34705131 | 0,84134353 |
| 0,80 | 0,3715013 | 0,90061673 |
| 0,85 | 0,39183379 | 0,94990802 |
| 0,90 | 0,40645541 | 0,98535465 |
| **0,95** | **0,41249656** | **1** |
| 0,975 | 0,4100595 | 0,99409193 |
| 1 | 0,39269908 | 0,95200571 |

Les valeurs consignées dans le tableau 1.3 ont permis de tracer, sur la figure 1.3, la variation. Dans le tableau 1.3, ont été aussi consignées les valeurs de qui correspondent également aux valeurs du rapport, conformément à la relation (1.15).



**Figure 1.3 :** Représentation graphique de, selon la relation (1.12).

Dans la gamme pratique, correspondant à, les calculs ont montré que le taux de remplissage de la conduite pouvait s’exprimer, avec une erreur relative maximale inférieure à 0,4% seulement (Tableau 1.4), par la relation :

 (1.17)

**Tableau 1.4 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.17)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | () approché | Ecarts relatifs (%) |
| 0,15 | 0,02251392 | 0,14966789 | 0,22 |
| 0,20 | 0,03883223 | 0,19991141 | 0,04 |
| 0,25 | 0,05879554 | 0,24995564 | 0,02 |
| 0,30 | 0,08193272 | 0,29984209 | 0,05 |
| 0,35 | 0,10776124 | 0,34963851 | 0,10 |
| 0,40 | 0,13578502 | 0,39942434 | 0,14 |
| 0,45 | 0,1654918 | 0,44928319 | 0,16 |
| 0,50 | 0,19634954 | 0,49929713 | 0,14 |
| 0,55 | 0,22780151 | 0,54953958 | 0,08 |
| 0,60 | 0,25925936 | 0,60006298 | 0,01 |
| 0,65 | 0,29009288 | 0,65087439 | 0,13 |
| 0,70 | 0,31961415 | 0,70188349 | 0,27 |
| 0,75 | 0,34705131 | 0,7527856 | 0,37 |
| 0,775 | 0,35971333 | 0,7779804 | 0,38 |
| 0,8 | 0,3715013 | 0,80278095 | 0,35 |
| 0,825 | 0,3822664 | 0,82689481 | 0,23 |
| 0,85 | 0,39183379 | 0,84985538 | 0,02 |

De même, dans la gamme pratique, correspondant à, les calculs ont montré que le taux de remplissage de la conduite pouvait s’exprimer, avec une erreur relative maximale inférieure à 0,35% seulement (Tableau 1.5), par la relation :

 (1.18)

**Tableau 1.5 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.18)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | approché | Ecarts relatifs en (%) |
| 0,15 | 0,05457967 | 0,14962823 | 0,25 |
| 0,20 | 0,09413954 | 0,19985778 | 0,07 |
| 0,25 | 0,14253582 | 0,2498875 | 0,04 |
| 0,30 | 0,19862644 | 0,29975869 | 0,08 |
| 0,35 | 0,26124155 | 0,34953885 | 0,13 |
| 0,40 | 0,32917856 | 0,39930712 | 0,17 |
| 0,45 | 0,4011956 | 0,4491467 | 0,19 |
| 0,50 | 0,47600286 | 0,49913912 | 0,17 |
| 0,55 | 0,55225069 | 0,5493571 | 0,12 |
| 0,60 | 0,62851277 | 0,59985209 | 0,02 |
| 0,65 | 0,70326133 | 0,6506297 | 0,10 |
| 0,70 | 0,77482865 | 0,70159754 | 0,23 |
| 0,75 | 0,84134353 | 0,75244791 | 0,33 |
| 0,80 | 0,90061673 | 0,80237682 | 0,30 |
| 0,825 | 0,92671415 | 0,82645058 | 0,18 |
| 0,85 | 0,94990802 | 0,8493662 | 0,07 |

I.3.1.3. **Transformation de la relation**

La relation (1.12), traduisant la variation******, peut être transformée en introduisant la conductivité relative rapportée à la profondeur normale  :

 (1.19)

Notons que :

 (1.20)

En ayant recours à la relation (1.20), la relation (1.12) s’écrit alors :

 (1.21)

La conductivité ne dépend donc que du taux de remplissage de la conduite et la variation est représentée graphiquement, en trait discontinu, sur la figure 1.4. Celle-ci montre que la conductivité relativeaugmente lorsque le taux de remplissage diminue. La relation (1.21) est intéressante dans la mesure où elle permettrait la détermination du taux de remplissage, et donc celle du diamètre de la conduite, pour les valeurs imposées des paramètres,, et . Ceci revient donc à rechercher le diamètre pour la valeur imposée de la conductivité relative. Pour l’état plein de la conduite, correspondant à ou à et, la relation (1.21) conduit à écrire que. Ainsi, pour le taux de remplissage, la conductivité relative doit être telle que.

Cependant, la relation (1.21) montre clairement que le taux de remplissageest implicite vis-à-vis de la conductivité relative. Une relation approchée de a été recherchée et les calculs ont montré que :

**** (1.22)

La relation approchée (1.22) est applicable dansla gamme, et occasionne une erreur relative maximale inférieure à 0,34% seulement.

La relation (1.22) a été également représentée sur la figure 1.4 en motifs plein et les écarts relatifs qu’elle occasionne dans la large gamme sont consignés dans le tableau 1.6. Nous pouvons ainsi observer que les écarts relatifs sont extrêmement faibles dans la gamme choisie de, permettant alors de conclure à la fiabilité de la relation approchée (1.22). Notons que les plus grands écarts relatifs sont obtenus pour les valeurs extrêmes de la gamme de, indiquées en gras dans le tableau 1.6.



**Figure 1.4 :** Variation du taux de remplissage en fonction de la conductivité relative.

(- - -) : Relation (1.21), (●) : Relation approchée (1.22).

**Tableau 1.6 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.22)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | approché | Ecarts relatifs en (%) |
| 0,10 | 3,257739971 | 0,099871325 | 0,129 |
| 0,15 | 2,583586832 | 0,149960061 | 0,027 |
| 0,20 | 2,170787922 | 0,200088369 | 0,044 |
| 0,25 | 1,881457147 | 0,250216026 | 0,086 |
| 0,30 | 1,662088901 | 0,300308806 | 0,103 |
| 0,35 | 1,486936669 | 0,350339218 | 0,097 |
| 0,40 | 1,341843577 | 0,400287461 | 0,072 |
| 0,45 | 1,218274647 | 0,450142699 | 0,032 |
| 0,50 | 1,110720735 | 0,499904857 | 0,019 |
| 0,55 | 1,015429721 | 0,549587206 | 0,075 |
| 0,60 | 0,929728862 | 0,599220254 | 0,13 |
| 0,65 | 0,851635349 | 0,648857828 | 0,176 |
| 0,70 | 0,779616288 | 0,698587112 | 0,202 |
| 0,75 | 0,712427264 | 0,748546281 | 0,194 |
| 0,80 | 0,648986068 | 0,798958313 | 0,13 |
| 0,85 | 0,588240026 | 0,850204213 | 0,024 |
| 0,90 | 0,528940267 | 0,903014511 | 0,335 |

***Exemple d’application 1.1***

On souhaite déterminer la profondeur normale  de l’écoulement dans une conduite circulaire de diamètre, écoulant un débit volume  sous une pente longitudinale. Le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy* est.

***Exemple d’application 1.2***

On souhaite déterminer le diamètre d’une conduite circulaire dans laquelle l’écoulement est maintenu à la profondeur normale. La conduite écoule un débit volume  sous une pente longitudinale. Le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy* est.

**I.3.2. Formule de *Manning-Strickler***

I.3.2.1. **Conductivité relative**

En ayant recours aux relations (1.4) et (1.9), la relation (1.2) de *Manning-Strickler* permet d’écrire que :

 (1.23)

En introduisant la conductivité relative :

 (1.24)

la relation (1.23) s’écrit alors, en termes adimensionnels :

 (1.25)

La relation (1.25) traduit ainsi la variation de la conductivité relative de la conduite en fonction du taux de remplissage. Pour le cas particulier de la conduite à l’état plein, correspondant à la valeur et à, la relation (1.25) permet de déduire que :

 (1.26)

Comparée à la valeur de obtenue par application de la relation de *Chézy* (relation 1.13), celle donnée par la relation de *Manning-Strickler* est donc plus faible. L’écart relatif entre les deux valeurs est de l’ordre de 20,5%. Les valeurs de calculées selon la relation (1.25) sont consignées dans le tableau 1.7 et elles ont permis le tracé de la figure 1.5. En outre, nous avons également porté dans le tableau 1.7 les valeurs de qui correspondent à celles de, conformément à la relation (1.16).

Les valeurs du tableau 1.7 ainsi que la figure 1.5 suggèrent les observations suivantes :

1. La conductivité relative de la conduite augmente dans un premier temps avec l’accroissement du taux de remplissageet atteint la valeur maximale, indiquée en gras dans le tableau 1.7, pour le taux de remplissage. La conductivité maximale de la conduite n’est donc pas atteinte à l’état plein, mais seulement à 94% de cet état.
2. Au-delà de sa valeur maximale, la conductivité relative de la conduite diminue avec l’accroissement du taux de remplissage et atteint la valeur pour le taux de remplissage.
3. Lorsque la conduite est à moitié remplie, correspondant au taux de remplissageindiqué en gras dans le tableau 1.7, la conductivité relative est.

**Tableau 1.7 :** Valeur de calculées selon la relation (1.25).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 0,10 | 0,006507312 | 0,01940896 |
| 0,15 | 0,015150827 | 0,04518944 |
| 0,20 | 0,027294706 | 0,08141023 |
| 0,25 | 0,042695238 | 0,12734445 |
| 0,30 | 0,061037735 | 0,18205348 |
| 0,35 | 0,081954527 | 0,24444071 |
| 0,40 | 0,10503419 | 0,31327899 |
| 0,45 | 0,129826223 | 0,38722465 |
| **0,50** | **0,155842734** | **0,46482249** |
| 0,55 | 0,182557584 | 0,54450323 |
| 0,60 | 0,209402827 | 0,62457287 |
| 0,65 | 0,235761513 | 0,7031913 |
| 0,70 | 0,260954811 | 0,77833379 |
| 0,75 | 0,284219023 | 0,84772252 |
| 0,80 | 0,304662223 | 0,90869719 |
| 0,85 | 0,321173306 | 0,95794377 |
| 0,90 | 0,332193544 | 0,99081316 |
| **0,94** | **0,33527365** | **1** |
| 0,95 | 0,334910569 | 0,99891706 |
| 0,975 | 0,330927791 | 0,98703787 |
| **1** | **0,311685468** | **0,92964499** |



**Figure 1.5 :** Courbe de variation du taux de remplissage de la conduite circulaire en fonction de la conductivité relative, selon les valeurs du tableau 1.7 calculées par la relation (1.25).

I.3.2.2. **Relation approchée au calcul de la profondeur normale**

La détermination de la profondeur normale de l’écoulement passe par l’estimation du taux de remplissage de la conduite, pour les paramètres connus,, et , et par conséquent de la conductivité relative . Cependant, la relation (1.25) montre que est implicite vis-à-vis de et sa détermination nécessite un procédé itératif ou graphique.

Il s'agit donc d'établir une relation approchée explicite au calcul du taux de remplissage de la conduite, impliquant ainsi celui de la profondeur normale  de l’écoulement. L’une des approches consiste à rechercher la meilleure courbe de tendance de la variation. Le calcul a montré que la relation (1.25) pouvait être remplacée, avec une excellente approximation, par la relation explicite suivante :

 (1.27)

La relation (1.27) a été établie dans la large gamme pratique, correspondant à. Le tableau 1.8 montre les écarts relatifs occasionnés par la relation (1.27) sur le calcul du taux de remplissage de la conduite. Au regard des écarts relatifs réduits ainsi obtenus, nous pouvons conclure que la relation (1.27) est une excellente relation approchée explicite. Notons que les plus grands écarts relatifs correspondent aux valeurs extrêmes de la gamme considérée de, indiquées en gras dans le tableau 1.8.

**Tableau 1.8 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.27)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | () approché | Ecarts relatifs en (%) |
| 0,15 | 0,015150827 | 0,14927321 | **0,48** |
| 0,20 | 0,027294706 | 0,19979393 | 0,10 |
| 0,25 | 0,042695238 | 0,25014131 | 0,06 |
| 0,30 | 0,061037735 | 0,30032168 | 0,11 |
| 0,35 | 0,081954527 | 0,35037462 | 0,11 |
| 0,40 | 0,10503419 | 0,40035261 | 0,09 |
| 0,45 | 0,129826223 | 0,45030941 | 0,07 |
| 0,50 | 0,155842734 | 0,50029013 | 0,06 |
| 0,55 | 0,182557584 | 0,55031856 | 0,06 |
| 0,60 | 0,209402827 | 0,60037638 | 0,06 |
| 0,65 | 0,235761513 | 0,65036461 | 0,06 |
| 0,70 | 0,260954811 | 0,70002711 | 0,00 |
| 0,75 | 0,284219023 | 0,74879058 | **0,16** |

Une seconde approche peut être également adoptée pour établir une relation explicite au calcul de la profondeur normale  de l’écoulement. Cette approche consiste à rechercher la meilleure courbe de tendance de la variation du taux de remplissage dans la gamme pratique, correspondant à  (Tableau 1.7).

Le rapport entre les valeurs de données par la relation (1.25) et la valeur donnée par le tableau 1.7, permet de déduire que :

 (1.28)

Les calculs ont montré que le taux de remplissage de la conduite pouvait s’exprimer, avec une erreur relative maximale inférieure à 0,5% seulement (Tableau 1.9), par la relation :

 (1.29)

Le tableau 1.9 regroupe les valeurs de calculées selon la relation (1.28) ainsi que celles de  déterminées par application de la relation approchée (1.29). Les écarts relatifs entre ces valeurs, pour la gamme choisie, ont été également consignés dans le tableau 1.9. Au regard de ces écarts réduits, nous pouvons conclure à la fiabilité de la relation approchée (1.29). Notons (Tableau 1.9) que les plus grands écarts relatifs occasionnés par la relation approchée (1.29) s’obtiennent pour les valeurs extrêmes de la gamme choisie de, indiquées en gras dans le tableau.

**Tableau 1.9 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.29)

sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | approché | Ecarts relatifs en (%) |
| 0,15 | 0,04518944 | 0,14927368 | **0,48** |
| 0,20 | 0,08141023 | 0,19979458 | 0,10 |
| 0,25 | 0,12734445 | 0,25014213 | 0,06 |
| 0,30 | 0,18205348 | 0,30032268 | 0,11 |
| 0,35 | 0,24444071 | 0,35037582 | 0,11 |
| 0,40 | 0,31327899 | 0,40035402 | 0,09 |
| 0,45 | 0,38722465 | 0,45031105 | 0,07 |
| 0,50 | 0,46482249 | 0,50029202 | 0,06 |
| 0,55 | 0,54450323 | 0,55032074 | 0,06 |
| 0,60 | 0,62457287 | 0,60037891 | 0,06 |
| 0,65 | 0,7031913 | 0,65036754 | 0,06 |
| 0,70 | 0,77833379 | 0,70003051 | 0,00 |
| 0,75 | 0,84772252 | 0,74745245 | **0,34** |

I.3.2.3. **Courbe de remplissage de la conduite pour **

La courbe de remplissage de la conduite, pour une valeur constante du coefficient de résistance à l’écoulement de *Manning*, se traduit par la variation du taux de remplissage. Celui-ci peut être défini par le rapport des relations (1.25) et (1.26) qui mène à écrire que, pour un même diamètre, la même pente longitudinale de la conduite et la même valeur du coefficient de résistance à l’écoulement :

 (1.30)

En donnant des valeurs à, arbitrairement choisies entre 0 et 1, la relation (1.30) a permis de dresser le tableau 1.10 ainsi que le tracé de la figure 1.6.

Il ressort du tableau 1.10 que :

1. le rapport augmente dans un premier temps avec l’accroissement du taux de remplissageet atteint la valeur maximale, indiquée en gras dans le tableau 1.10, pour un taux de remplissage. La capacité d’évacuation de la conduite correspond donc au débit maximal égal à environ 1,076 fois le débit de remplissage. Au-delà de sa valeur maximale, le rapport diminue avec l’accroissement du taux de remplissage et atteint la valeur pour le taux de remplissage. Notons également la valeur particulière, indiquée en gras dans le tableau 1.10, à laquelle correspond, sans aucune justification physique, le rapport.
2. pour le taux de remplissage, indiqué en gras dans le tableau 1.10, le débit volume vaut la moitié du débit volume de remplissage.

**Tableau 1.10 :** Valeurs de pour, calculées selon la relation (1.30).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0,10 | 0,02087782 |
| 0,15 | 0,04860935 |
| 0,20 | 0,08757132 |
| 0,25 | 0,1369818 |
| 0,30 | 0,19583119 |
| 0,35 | 0,26293984 |
| 0,40 | 0,33698777 |
| 0,45 | 0,4165296 |
| **0,50** | **0,5** |
| 0,55 | 0,58571093 |
| 0,60 | 0,6718402 |
| 0,65 | 0,75640842 |
| 0,70 | 0,83723766 |
| 0,75 | 0,91187769 |
| 0,80 | 0,97746688 |
| **0,81962945** | **1** |
| 0,85 | 1,03044042 |
| 0,90 | 1,06579734 |
| **0,94** | **1,07567944** |
| 0,95 | 1,07451455 |
| 0,96 | 1,07137353 |
| 0,97 | 1,06574504 |
| 0,98 | 1,05669403 |
| 0,99 | 1,04196158 |
| **1** | **1** |



**Figure 1.6 :** Représentation graphique de pour le coefficient de *Manning*, selon les valeurs du tableau 1.10

calculées par la relation (1.30).

Dans la large gamme pratique, correspondant à, les calculs ont montré que la meilleure courbe de tendance de se traduit par la relation :

 (1.31)

L’erreur relative maximale occasionnée par la relation approchée (1.31) est, dans tous les cas, inférieure à 0,5% (Tableau 1.11). Les plus grands écarts relatifs sont observés pour les valeurs extrêmes de la gamme choisie de, indiquées en gras dans le tableau 1.11. Au regard des écarts relatifs réduits indiqués dans le tableau 1.11, nous pouvons aisément conclure à la fiabilité de la relation approchée (1.31).

**Tableau 1.11 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.31) sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Ecarts relatifs (%) |
| 0,15 | 0,04860935 | 0,14927784 | **0,48** |
| 0,20 | 0,08757132 | 0,19980021 | 0,10 |
| 0,25 | 0,1369818 | 0,2501493 | 0,06 |
| 0,30 | 0,19583119 | 0,30033147 | 0,11 |
| 0,35 | 0,26293984 | 0,35038633 | 0,11 |
| 0,40 | 0,33698777 | 0,40036638 | 0,09 |
| 0,45 | 0,4165296 | 0,45032545 | 0,07 |
| 0,50 | 0,5 | 0,50030869 | 0,06 |
| 0,55 | 0,58571093 | 0,55033998 | 0,06 |
| 0,60 | 0,6718402 | 0,60040112 | 0,07 |
| 0,65 | 0,75640842 | 0,65039324 | 0,06 |
| 0,70 | 0,83723766 | 0,70006042 | 0,01 |
| 0,75 | 0,91187769 | 0,74882963 | **0,16** |

I.3.2.4. **Transformation de la relation**

La relation (1.25), traduisant la variation****, peut être transformée en introduisant la conductivité relative rapportée à la profondeur normale  :

 (1.32)

Notons que, compte tenu de la relation (1.24) :

 (1.33)

En ayant recours à la relation (1.33), la relation (1.25) s’écrit alors :

 (1.34)

La conductivité relation ne dépend donc que du taux de remplissage de la conduite et la variation ****est représentée graphiquement, en trait discontinu, sur la figure 1.7. Celle-ci montre que la conductivité relativeaugmente lorsque le taux de remplissage diminue.

La relation (1.34) est intéressante dans la mesure où elle peut permettre la détermination du taux de remplissage, et donc celle du diamètre de la conduite, pour les valeurs imposées des paramètres,, et . Le problème revient donc à rechercher le diamètre pour la valeur imposée de la conductivité relative. Cependant, la relation (1.34) montre que le taux de remplissageest implicite vis-à-vis de la conductivité relativeet une relation approchée a été recherchée. Les calculs ont montré que la relation admet pour relation approchée :

**** (1.35)

La relation (1.35) a été également représentée sur la figure 1.7 en motifs plein et les écarts relatifs qu’elle occasionne dans la large gamme pratique, correspondant à, sont consignés dans le tableau 1.12. Nous pouvons ainsi observer que les écarts relatifs sont extrêmement faibles dans la gamme choisie de, permettant alors de conclure à la fiabilité de la relation approchée (1.35). Notons que le plus grand écart relatif est obtenu pour la plus faible valeur de la gamme de, indiquée en gras dans le tableau 1.12.



**Figure 1.7 :** Variation du taux de remplissage en fonction de la conductivité relative.

(- - -) : Relation (1.30), (●) : Relation approchée (1.35).

**Tableau 1.12 :** Ecarts relatifs en (%) occasionnés par la relation approchée (1.35) sur le calcul du taux de remplissage de la conduite.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | approché | Ecarts relatifs en (%) |
| 0,01 | 10,113037 | 0,00997844 | **0,22** |
| 0,15 | 2,38520838 | 0,15001391 | 0,01 |
| 0,20 | 1,99525514 | 0,20009625 | 0,05 |
| 0,25 | 1,72136411 | 0,25016883 | 0,07 |
| 0,30 | 1,5133582 | 0,30021018 | 0,07 |
| 0,35 | 1,34707414 | 0,35020571 | 0,06 |
| 0,40 | 1,20921645 | 0,40014878 | 0,04 |
| 0,45 | 1,09176471 | 0,45004206 | 0,01 |
| 0,50 | 0,98953968 | 0,49989937 | 0,02 |
| 0,55 | 0,89901314 | 0,54974841 | 0,05 |
| 0,60 | 0,81767215 | 0,59963484 | 0,06 |
| 0,65 | 0,7436535 | 0,64962885 | 0,06 |
| 0,70 | 0,67551843 | 0,69983606 | 0,02 |
| 0,75 | 0,61210102 | 0,75041686 | 0,06 |

***Exemple d’application 1.3***

On souhaite déterminer la profondeur normale de l’écoulement dans une conduite circulaire de diamètre, écoulant un débit volume  sous une pente longitudinale. Le coefficient de résistance à l’écoulement de *Manning* est.

**I.4. Etude de l’écoulement à coefficient de résistance variable**

Il est tout à fait justifié d’admettre que, pour une même conduite, le coefficient de résistance à l’écoulement varie en fonction du taux de remplissage. Ceci serait valable aussi bien pour le coefficient de résistance de *Chézy* que pour le coefficient  de *Manning*. En pratique, lorsqu’il s’agit de dimensionner une conduite circulaire à écoulement libre, les paramètres connus sont le débit volume, la pente longitudinale de la conduite, la rugosité absolue caractérisant l’état de la paroi interne de la conduite, le taux de remplissage et la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Notons que ni le coefficient de résistance de *Chézy*, ni celui de *Manning* ne constitue une donnée du problème. Lorsque l’une ou l’autre des formules de *Chézy* et de *Manning* doit être utilisée pour dimensionner la conduite, il sera alors nécessaire de déterminer la valeur de ou celle de. Ceci constitue l’un des objectifs principaux de cette partie du chapitre.

**I.4.1. Relation générale du coefficient de résistance de *Chézy***

Pour mettre en évidence la variation du coefficient de *Chézy* en fonction de tous les paramètres régissant l’écoulement, la formule de *Achour* et *Bedjaoui* (2006) est d’une grande utilité. Cette relation, applicable à tous les profils géométriques, a été établie dans le domaine entier de l’écoulement turbulent englobant ainsi les régimes d’écoulement turbulent lisse, de transition et turbulent rugueux. Selon *Achour* et *Bedjaoui* (2006), le débit volumes’exprime par :

 (1.36)

où est la rugosité absolue caractérisant l’état de la paroi interne de la conduite et est un nombre de *Reynolds* que l’on peut exprimer par la relation :

 (1.37)

Pour une conduite circulaire en charge de diamètre et dont le rayon hydraulique est, la relation (1.37) devient alors :

 (1.38)

où l’indice « *p* » désigne l’état plein de la conduite.

En comparant les relations (1.1) et (1.36), il apparaît clairement que le coefficient de *Chézy* est tel que :

 (1.39)

ou bien, en termes adimensionnels :

 (2.40)

Tenant compte de la relation (1.9), la relation (1.39) montre bien que le coefficient de résistance de *Chézy* dépend à la fois de la rugosité relative, du taux de remplissage et d’un nombre de *Reynolds*, lui-même fonction de la pente , du diamètre de la conduite, de et de la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Nous pouvons donc écrire la relation fonctionnelle suivante :

 (1.41)

Tenant compte de la relation (1.9), la relation (1.37) s’écrit :

 (1.42)

ou bien :

 (1.43)

En ayant recours aux relations (1.9) et (1.43), la relation (1.40) s’écrit :

 (1.44)

Il apparaît ainsi que le coefficient de résistance de *Chézy* dépend de la rugosité relative, du taux de remplissage de la conduite et du nombre de *Reynolds*. Lorsque ces paramètres sont donnés, la relation (1.44) permet la détermination explicite du coefficient. Cependant, lorsqu’il s’agit de dimensionner la conduite, le diamètre n’est plus une donnée du problème et seuls les paramètres sont connus. Dans ce cas, la relation (1.44) ne permet plus de déterminer de manière explicite le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*.

Pour le cas de la conduite circulaire pleine, correspondant à ou à, la relation (1.44) mène à écrire que :

 (1.45)

ou bien :

 (1.46)

Pour les valeurs données de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*, la relation (1.46) permet d’évaluer la valeur du coefficient de résistance de *Chézy*, pour le cas de l’écoulement en conduite circulaire pleine.

I.4.1.1. **Calcul du coefficient de résistance de *Chézy* par la Méthode du modèle rugueux (MMR)**

Lorsque le diamètre de la conduite n’est plus une donnée du problème, la relation (1.44) ne peut être utilisée pour le calcul du coefficient de *Chézy*. Les paramètres connus sont le débit volume, le taux de remplissage de la conduite, la pente longitudinale, la rugosité absolue et la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Pour déterminer le coefficient de *Chézy*, sous ces conditions du problème, la méthode du modèle rugueux (MMR) peut être d’une grande utilité.

Rappelons que le modèle rugueux de référence (*Achour*, 2007) est caractérisé par un coefficient de frottement, ce qui se traduit par un coefficient de résistance de *Chézy* :

** (1.47)

Le modèle rugueux est caractérisé par un diamètre, écoulant un débit volume  d’un liquide de viscosité cinématique correspondant à un taux de remplissage, sous une pente longitudinale. Pour déterminer le coefficient de résistancede *Chézy*, caractérisant l’écoulement dans la conduite considérée, admettons les conditions suivantes :

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Selon la relation (1.11), la conductivité relative du modèle rugueux de référence est alors :

 (1.48)

ou bien, en tenant compte de la relation (1.47) :

 (1.49)

Par suite, la relation (1.12) s’écrit, pour le modèle rugueux de référence :

 (1.50)

Soit :

 (1.51)

Ainsi, avec les paramètres connus, et, les relations (1.5), (1.6) et (1.51) permettent le calcul explicite du diamètre du modèle rugueux de référence.

Le nombre de *Reynolds *caractérisant l’écoulement dans le modèle rugueux de référence est, en vertu de la relation (1.42) :

 (1.52)

Soit :

 (1.53)

où :

 (1.54)

Selon la MMR, le coefficient de *Chézy* est tel que :

 (1.55)

où est un paramètre adimensionnel défini par la relation :

 (1.56)

En tenant compte des relations (1.47) et (1.56), la relation (1.55) devient :

 (1.57)

ou bien, en termes adimensionnels :

 (1.58)

Ainsi, avec les valeurs connues des paramètres,, et, la relation (1.57) permet le calcul direct du coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*, sans que le diamètre de la conduite ne soit une donnée du problème. L’exemple d’application suivant illustre la démarche à suivre pour le calcul de.

***Exemple d’application 1.4***

Une conduite circulaire de diamètre, siège d’un écoulement uniforme, écoule un débit volume d’un liquide de viscosité cinématique, sous une pente longitudinale. La paroi interne de la conduite est caractérisée par une rugosité absolue et le taux de remplissage est.

1. Calculer la valeur du coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*.
2. Déduire la valeur du diamètre.

I.4.1.2. **Coefficient de résistance maximal de *Chézy***

Selon la relation (1.44), le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy* est fonction de trois variables adimensionnelles qui sont la rugosité relative, le taux de remplissage de la conduite et le nombre de *Reynolds*. Sa représentation graphique n’est donc pas aisée, mais l’on peut montrer, à titre indicatif, sa variation pour une valeur fixée de la rugosité relative. Cette démarche a été exécutée pour différentes valeurs de  et pour des nombres de *Reynolds* **variant entre et. Parmi tous les graphiques ainsi obtenus, ceux des figures 1.8a et 1.8b en sont représentatifs. La figure 1.8a traduit la variation de en fonction du taux de remplissage et du nombre de *Reynolds*, pour la valeur correspondant à un état lisse de la paroi interne de la conduite. La figure 1.8b représente par contre la variation de en fonction du taux de remplissage et du nombre de *Reynolds*, pour la valeur correspondant à un état rugueux de la paroi interne de la conduite. Ces valeurs choisies de correspondent en fait aux courbes enveloppes du domaine turbulent du diagramme de *Moody*.



**Figure 1.8a :** Variation de en fonction de et de **selon la relation (1.44), pour.

(●) Valeurs maximales obtenues pour.



**Figure 1.8b :** Variation de en fonction de et de **selon la relation (1.42), pour. (●) Valeurs maximales obtenues pour.

La figure 1.8a montre clairement que, pour une valeur donnée du nombre de *Reynolds*, augmente avec l’accroissement du taux de remplissage jusqu’à une valeur maximale représentée par le symbole plein sur la figure. Au-delà de celle-ci, diminue avec l’augmentation de et cette diminution se poursuit jusqu’à l’état plein de la conduite correspondant à  Il est à noter également que, quelle que soit la valeur de**, la variation de en fonction s’effectue de manière rapide dans un premier temps, puis de manière lente dans un second temps. La variation rapide de s’observe pour une gamme réduite de que l’on pourrait définir par. Au-delà de la valeur, subit une très lente variation dans une large gamme de indépendamment de la valeur du nombre de *Reynolds*. Cet état de variation de peut être également observé sur la figure 1.8b. Celle-ci indique, en outre, que pour la forte valeur de la rugosité choisie (), les courbes de variation de en fonction de sont très proches les unes des autres et se confondent pour les valeurs de. Cela met en évidence le caractère turbulent rugueux de l’écoulement, pour lequel est quasi indépendant du nombre de *Reynolds *et ne dépend que de la valeur du taux de remplissage de la conduite.

Le résultat le plus significatif, obtenu lors du tracé de la variation de en fonction du taux de remplissage et du nombre de *Reynolds*, est que la valeur maximale est atteinte pour le taux de remplissage, quelle que soit la valeur de la rugosité relative et de celle du nombre de *Reynolds*. En d’autres termes, la valeur maximale , et donc, s’obtient à la profondeur normale. Pour la valeur, la fonction définie par la relation (1.6) prend la valeur :



En substituant cette valeur de dans la relation (1.44), celle-ci devient :

 (1.59)

ou bien :

 (1.60)

Rappelons que dans les relations (1.59) et (1.60), le nombre de *Reynolds *est donné par la relation (1.38).

Pour les valeurs données de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*, la relation (1.61) permet d’évaluer la valeur maximale du coefficient de résistance de *Chézy*, pour le cas de l’écoulement uniforme en conduite circulaire.

Lorsque le diamètre de la conduite n’est pas une donnée du problème, la détermination du coefficient de résistance maximalde *Chézy* est possible en ayant recours à la relation (1.57). Dans cette relation, le taux de remplissage prend la valeur, correspondant à. Ainsi :

 (1.61)

Selon les relations (1.61), le coefficient de résistance se rapporte aux caractéristiques connues du modèle rugueux de référence, ce qui permet de le calculer de manière aisée même si le diamètre de la conduite n’est pas donné. L’exemple d’application suivant montre les étapes à suivre pour le calcul du coefficient de résistance maximal de *Chézy*.

***Exemple d’application 1.5***

Une conduite circulaire de diamètre est le siège d’un écoulement uniforme. Elle écoule un débit volume d’un liquide de viscosité cinématique, sous une pente longitudinale. La paroi interne de la conduite est caractérisée par une rugosité absolue et le taux de remplissage est.

Calculer la valeur du coefficient de résistance maximal de *Chézy*.

**I.4.2. Expression du débit volume maximal**

Pour déterminer l’expression du débit volume maximal, nous pouvons faire appel à la relation (1.36). Celle-ci peut s’écrire, en tenant compte des relations (1.4), (1.9) et (1.43) :

 (1.62)

Rappelons que le nombre de *Reynolds*  est donné par la relation (1.38), tandis que la fonctionest définie par la relation (1.6).

Définissons la conductivité relative telle que :

 (1.63)

La relation (1.62) peut alors s’écrire, en termes adimensionnels :

 (1.64)

La conductivité relative est donc une fonction de la rugosité relative, du nombre de *Reynolds* à l’état plein et du taux de remplissage. L’étude détaillée de la relation (1.64) a été effectuée pour diverses valeurs de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*. La figure 1.9 (a et b) montre la variation du taux de remplissageen fonction de pour les valeurs extrêmes de la rugosité relative, soit respectivement pour  et.



**Figure 1.9a :** Variation de pour diverses valeurs du nombre de *Reynolds*, à, conformément à la relation (1.64). (●) Valeurs maximales de correspondant à.



**Figure 1.9b :** Variation de pour diverses valeurs du nombre de *Reynolds* à, conformément à la relation (1.64). (●) Valeurs maximales de correspondant à .

La figure 1.9a montre bien que la valeur maximale de la conductivité relative n’est pas unique pour les faibles valeurs de la rugosité relative. Par contre, la figure 1.9b indique que pour les fortes rugosités relatives, la valeur maximale de demeure quasiment invariable quelle que soit la valeur du nombre de *Reynolds*.

Pour l’ensemble des domaines considérés des rugosités relatives  et du nombre de *Reynolds*, tels que  et, les valeurs du taux de remplissage correspondant à sont regroupées dans le tableau 1.8.

Il ressort du tableau 1.8 que :

* 1. Pour une valeur fixée de la rugosité relative, augmente avec l’accroissement du nombre de *Reynolds* et tend à devenir constant.
  2. Pour une valeur fixée du nombre de *Reynolds*, le taux de remplissage augmente dans un premier temps puis diminue dans un second temps en passant par un maximum.
  3. Pour les valeurs pratiques de la rugosité relativeet du nombre de *Reynolds*, indiquées dans l’espace grisâtre du tableau 1.8, la valeur moyenne  semble être la mieux appropriée.

**Tableau 1.8 :** Valeurs du taux de remplissage pour, calculées selon la relation (1.62) pour diverses valeurs de la rugosité relative  et du nombre de *Reynolds*.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0,93546  3 | 0,93547 | 0,935498 | 0,935532 | 0,935415 | 0,935985 | 0,936518 | 0,936369 | 0,9357 | 0,9340 |
|  | 0,937862 | 0,937896 | 0,938021 | 0,938157 | 0,938766 | 0,939016 | 0,938601 | 0,937832 | 0,9367 | 0,9345 |
|  | 0,938664 | 0,938729 | 0,938952 | 0,939166 | 0,939823 | 0,939906 | 0,938968 | 0,938055 | 0,9368 | 0,9346 |
|  | 0,940164 | 0,940434 | 0,941018 | 0,941297 | 0,941293 | 0,94092  0 | 0,939289 | 0,938241 | 0,9369 | 0,9346 |
|  | 0,940692 | 0,941152 | 0,941805 | 0,941962 | 0,941559 | 0,941077 | 0,939332 | 0,938265 | 0,9369 | 0,9346 |
|  | 0,9417718 | 0,942777 | 0,942936 | 0,942735 | 0,941793 | 0,941209 | 0,939366 | 0,938284 | 0,9369 | 0,9346 |
|  | 0,942092 | 0,943306 | 0,943144 | 0,942856 | 0,941823 | 0,941226 | 0,93937  0 | 0,938287 | 0,9369 | 0,9346 |
|  | 0,942838 | 0,943929 | 0,943327 | 0,942957 | 0,941848 | 0,941239 | 0,939373 | 0,938289 | 0,9369 | 0,9346 |
|  | 0,9431 | 0,9440 | 0,9434 | 0,9430 | 0,9418 | 0,9412 | 0,9394 | 0,9383 | 0,9369 | 0,9346 |

Pour la valeur  et selon les relations (1.5) et (1.6), les fonctions  et prennent respectivement la valeur :





Tenant compte de ces valeurs, la relation (1.62) permet d’écrire que :

 (1.65)

La relation (1.65) permet d’évaluer le débit volume maximal que peut évacuer une conduite circulaire à écoulement uniforme, lorsque la rugosité absolue, le diamètre, la pente longitudinale et la viscosité cinématique du liquide en écoulement sont connus. L’exemple d’application suivant indique les étapes à suivre pour la détermination du débit volume maximal.

***Exemple d’application 1.6***

Déterminer la capacité d’évacuation d’une conduite circulaire de diamètre, de pente longitudinale et dont la paroi interne est caractérisée par la rugosité absolue . La viscosité cinématique du liquide en écoulement est.

**I.4.3. Relation approchée de la profondeur normale**

Cette partie du chapitre vise à établir une relation approchée susceptible d’évaluer la profondeur normale de l’écoulement uniforme à coefficient de résistance variable. Pour établir cette relation, il a été nécessaire d’avoir recours aux relations (1.62) et (1.65). La démarche adoptée est identique à celle ayant servie à la détermination des relations (1.18) et (1.29).

Cette démarche a donc consisté à déterminer la loi de variation du taux de remplissage en fonction de. Pour cela, il a été nécessaire d’étudier la variation de pour diverses valeurs de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*, en s’appuyant sur les relations (1.62) et (1.65).

Les calculs ont pu montrer que, dans la large gamme pratique, le taux de remplissage de la conduite pouvait s’exprimer par la relation :

 (1.66)

La profondeur normale s’exprime alors par :

 (1.67)

La relation (0.66) a été soumise à des vérifications intenses en l’appliquant à plus de 600 exemples numériques. Il a été alors constaté que la relation (1.66) entraîne une erreur maximale de 0,5% seulement sur le calcul du taux de remplissage. L’exemple d’application suivant montre les étapes à suivre pour la détermination de la profondeur normale  par application de la relation (1.66) ou (1.67).

***Exemple d’application 1.7***

Déterminer la profondeur normale  de l’écoulement uniforme dans une conduite circulaire écoulant le débit volume et dont le taux de remplissage est. La conduite est caractérisée par une pente longitudinale et une rugosité absolue. La viscosité cinématique du liquide en écoulement est.

**I.4.4. Expression générale du diamètre *D***

L’exemple d’application 1.4 a montré les étapes à suivre pour déterminer la valeur du diamètre de la conduite. Le calcul de a nécessité la détermination des valeurs des fonctions et, celle du diamètre du modèle rugueux de référence et enfin l’estimation du coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*. La démarche ainsi adoptée peut être simplifiée en tenant compte des relations (1.51) et (1.56) et après avoir noté que le diamètre est le produit de et de . Ainsi :

 (1.68)

Nous obtenons ainsi la relation générale du diamètre de la conduite dans laquelle ne figure plus le coefficient de résistance à l’écoulement de *Chézy*. Les étapes de calcul de sont alors les suivantes :

1. A partir des valeurs connues du taux de remplissage de la conduite, les relations (1.5) et (1.6) permettent de déterminer la valeur des fonctions etrespectivement.
2. Les valeurs connues de,, et sont introduites dans la relation (1.51) pour le calcul de .
3. Le nombre de *Reynolds* est alors déduit de la relation (1.54).
4. Ainsi, tous les paramètres de la relation (1.68) sont connus pour l’évaluation du diamètre recherché de la conduite.

***Exemple d’application 1.8***

Reprendre les données de l’exemple d’application 1.7 et déterminer le diamètre de la conduite par application de la relation générale (1.68).

***Exemple d’application 1.9***

On désire maintenir le taux de remplissage dans une conduite circulaire écoulant un débit volume d’un liquide de viscosité cinématique. La conduite est caractérisée par une pente longitudinale et une rugosité absolue. Déterminer la valeur :

1. des coefficients de *Chézy* et. Commenter.
2. du diamètre de la conduite.
3. de la profondeur normale et déduire la valeur réelle du taux de remplissage.
4. vérifier les calculs.

**I.4.5. Expression de la vitesse maximale **

En ayant recours à la relation générale (1.36) du débit volume et compte tenu du fait que la vitesse moyenne de l’écoulement est, il est aisé de déduire que :

 (1.69)

En tenant compte des relations (1.9) et (1.43), la relation (1.69) devient :

 (1.70)

Définissons le paramètre adimensionnel tel que :

 (1.71)

La relation (1.70) s’écrit alors, en termes adimensionnels :

 (1.72)

Le paramètre est donc fonction du taux de remplissage, de la rugosité relative  et du nombre de *Reynolds*. Nous avons représenté sur les figures 1.10a et 1.10b, à titre qualitatif, la variation de en fonction de pour quelques valeurs du nombre de *Reynolds* et pour les rugosités relatives et respectivement.

Les courbes des figures 1.10a et 1.10b montrent que, pour la même valeur du nombre de *Reynolds*, augmente dans un premier temps avec l’accroissement du taux de remplissage, jusqu’à un maximum, puis diminue dans un second temps lorsque continue d’augmenter. Les calculs ont montré que la valeur maximale de s’obtient pour le taux de remplissage, quelle que soit la valeur du nombre de *Reynolds* ou de celle de la rugosité relative. , et donc la vitesse moyenne, apparaît à la profondeur comme pour le cas du coefficient de résistance maximal de *Chézy*.

Les courbes des figures 1.10a et 1.10b révèlent aussi que plus la rugosité relative est élevée et plus les courbes de variation de se resserrent et se confondent quasiment au-delà de la rugosité relative. Pour cette rugosité relative, la figure 1.10b montre clairement que les courbes se confondent pour.

Pour le taux de remplissage, la fonction prend la valeur :



En substituant cette valeur de dans la relation (1.72), il vient que :

 (1.73)

En tenant compte de la relation (1.71), la relation (1.73) permet d’écrire que :

 (1.74)

Nous obtenons ainsi l’expression de la vitesse maximale de l’écoulement uniforme dans une conduite circulaire, applicable dans le domaine entier de l’écoulement turbulent. Rappelons que le nombre de *Reynolds* est donné par la relation (1.38).



**a)**



**b)**

**Figure 1.10 :** Variation de la vitesse relative en fonction du taux de remplissage pour quelques valeurs du nombre de *Reynolds*.

**a) :**  ; **b) :** .

(●) Valeurs maximales de obtenues pour.

***Exemple d’application 1.10***

Soit une conduite circulaire en béton de rugosité absolue. On admet que la vitesse d’auto-curage doit être supérieure ou égale à et que, pour éviter tout phénomène érosif, la vitesse moyenne admissible ne doit pas excéder à. La conduite écoule le débit volume d’un liquide de viscosité cinématique, sous une pente longitudinale. Le taux de remplissage de la conduite est.

Déterminer la profondeur normale  de l’écoulement.

**I.4.6. Relation générale du coefficient de *Manning***

L’expression générale du coefficient  de *Manning* peut être déduite des relations (1.2) et (1.36). En comparant ces deux relations, nous pouvons en effet déduire que :

 (1.75)

Le nombre de *Reynolds* est, pour rappel, donné par la relation (1.37). La relation (1.75) montre que le coefficient  de *Manning* est fonction de la rugosité absolue, du nombre de *Reynolds* et du rayon hydraulique. Cette dépendance de vis-à-vis de traduit bien le fait que  varie en fonction du taux de remplissage de la conduite. Mais nous verrons, lors de la représentation graphique de, que cette variation n’est que relative, voire faible.

En ayant recours aux relations (1.9) et (1.43) qui expriment respectivement le rayon hydraulique  et le nombre de *Reynolds*, la relation (1.75) peut alors s’écrire :

 (1.76)

En introduisant le paramètre adimensionnel :

 (1.77)

la relation (1.76) s’écrit alors :

 (1.78)

Lorsque les paramètres,, et sont connus, la relation (1.76) ou (1.78) permet d’évaluer le coefficient  de *Manning*.

Sur les figures 1.11a à 1.11h a été tracée la variation du coefficient en fonction du taux de remplissage pour des valeurs fixées de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds* . Il ressort des figures obtenues que :

1. Quelles que soient les valeurs de et de, le coefficient subit une variation très rapide pour les faibles valeurs du taux de remplissage (). Pour ces faibles valeurs de, le coefficient peut augmenter ou diminuer avec l’augmentation de, selon la valeur du nombre de *Reynolds*. C’est ainsi que augmente avec l’accroissement depour des valeurs deinférieures ou égales à environ, mais diminue avec l’accroissement de lorsqueest supérieur à.
2. Pour, le coefficient subit une variation très faible et tend à devenir constant au fur et à mesure de l’augmentation de. La variation de n’a que peu d’influence sur la valeur du coefficient. La constance du paramètre est remarquable pour la valeur. Cette dernière valeur de, qui est par ailleurs la plus faible valeur pratique, semble être la limite au-delà de laquelle s’opère un changement de concavité des courbes. Ce changement de concavité est ponctué par l’apparition d’une valeur minimale du paramètre. Mais, notons que la valeur minimale de n’est pas remarquable lorsqu’on la compare aux autres valeurs que prend le paramètre. En effet, l’écart entre la valeur minimale de et les autres valeurs que peut prendre ce paramètre n’est pas significatif. Notons que les valeurs minimales du paramètre apparaissent pour le taux de remplissage, valeur pour laquelle le coefficient *C* de *Chézy* atteint son maximum.
3. Pour une valeur fixée de, le coefficient augmente avec l’accroissement du nombre de *Reynolds*.
4. Au fur et à mesure de l’augmentation de la rugosité relative  et de celle du nombre de *Reynolds*, les courbes des figures 1.11a à 1.11h se resserrent et tendent à se confondre au-delà d’une valeur donnée de indiquée sur les figures. A titre indicatif, les courbes de la figure 1.11c, correspondant à la rugosité relative, se confondent pour les valeurs de. Pour la plus forte rugosité relative considérée, soit, les courbes de la figure 1.11h se confondent pour.



**a)**



**b)**



**c)**



**d)**



**e)**



**f)**



**g)**



**h)**

**Figure 1.11 :** Variation de en fonction du taux de remplissage, pour des valeurs fixées de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*. Courbes tracées selon la relation (1.78).

(●) Taux de remplissage correspondant à la valeur minimale de.

Pour la valeur de, la fonction prend la valeur :



Par suite, la relation (1.78) devient :

 (1.79)

Ou bien, en tenant compte de la relation (1.77) :

 (1.80)

**I.4.7.** **Calcul du coefficient de *Manning* par la MMR**

La relation (1.76) ou (1.78) ne permet d’évaluer le coefficient  de *Manning* que si le diamètre de la conduite est une donnée du problème. Dans le cas où n’est pas connu, il est tout de même possible de calculer la valeur de, à condition d’avoir recours à la méthode du modèle rugueux (MMR).

En comparant les relations (1.1) et (1.2), nous pouvons déduire que :

 (1.81)

Par conséquent, le modèle rugueux de référence est caractérisé par un coefficient de *Manning* tel que :

 (1.82)

Rappelons que**.

Le modèle rugueux est caractérisé par un diamètre  ; il écoule un débit volume  d’un liquide de viscosité cinématique correspondant à un taux de remplissage, pour une pente longitudinale. Pour déterminer le coefficient de *Manning*, admettons les conditions suivantes :

1.  : cette condition énonce que le diamètre de la conduite et celui du modèle rugueux de référence sont différents.
2.  : la conduite considérée et le modèle rugueux de référence écoulent le même débit volume.
3.  : la conduite et le modèle rugueux de référence sont caractérisés par la même pente longitudinale.
4.  : le taux de remplissage de la conduite considérée est égal à celui du modèle rugueux de référence.
5.  : la conduite considérée et le modèle rugueux de référence écoulent le même liquide.

Le débit volume écoulé par le modèle rugueux de référence s’écrit, en vertu de la relation de *Manning* :

 (1.83)

L’aire de la section mouillée ainsi que le rayon hydraulique de l’écoulement dans la conduite considérée sont liés à leurs homologues du modèle rugueux de référence et par les relations suivantes :

 (1.84)

 (1.85)

En tenant compte des relations (1.84) et (1.85), la relation (1.2) devient :

 (1.86)

Il ressort ainsi des relations (1.83) et (1.86) que :

 (1.87)

Tenant compte du fait que**, la combinaison des relations (1.82) et (1.87) mène à écrire que :

 (1.88)

Le coefficient de correction des dimensions linéaires est donné par la relation (1.56), tandis que s’exprime par la relation :

 (1.89)

Ainsi, la relation (1.88) permet d’écrire que :

 (1.90)

Selon la relation (1.90), le coefficient de *Manning* s’exprime en fonction du taux de remplissage, de la rugosité absolue et des caractéristiques et du modèle rugueux de référence. Le diamètre est donné par la relation (1.51), tandis que le nombre de *Reynolds* est régi par la relation (1.54).

L’exemple d’application suivant montre les étapes d’évaluation du coefficient de *Manning*, par application de la méthode du modèle rugueux.

***Exemple d’application 1.11***

Reprenons les données de l’exemple d’application 1.4 et déterminons la valeur du :

1. coefficient de *Manning*.
2. diamètrede la conduite.

Les données du problème sont :

 ;  ;  ;  ; .

**I.5. Calcul de la profondeur normale par la méthode du modèle rugueux**

Pour le modèle rugueux, la relation de *Chézy* s’écrit, sous les conditions et  :

 (1.91)

Rappelons que.

L’aire de la section mouilléeest donnée par la relation (1.3) pour  et , soit :

 (1.92)

La relation (1.92) peut également s’écrire :

 (1.93)

Où :

 (1.94)

 (1.95)

Le périmètre mouillé s’écrit :

 (1.96)

Soit :

 (1.97)

Par suite, le rayon hydraulique est :

 (1.98)

En tenant compte des relations (1.93) et (1.98), la relation (1.91) devient :

 (1.99)

En définissant la conductivité relative, la relation (1.99) s’écrit :

 (1.100)

Ainsi, la conductivité relative dans le modèle rugueux ne dépend que du taux de remplissage. La relation implicite (1.100) a été représentée graphiquement sur la figure 1.12 qui montre que la conductivité relative augmente en fonction dejusqu’à un maximum, et décroît au-delà de ce maximum. Les calculs ont montré que le maximum de est atteint pour le taux de remplissage.

Dans la large gamme pratique correspondant à , une étude particulière de la relation (1.100) a montré que le taux de remplissage peut être exprimé par une excellente relation approchée occasionnant un écart relatif maximum inférieur à 0,3% seulement :

 (1.101)



**Figure 1.12:** Variation de en fonction de dans le modèle rugueux, selon la relation (1.100). (•) Maximum de, correspondant à.

Considérons un modèle rugueux de référence dont le diamètre est égal à celui d’un modèle rugueux à l’état plein obtenu pour. Pour ce taux de remplissage, les relations (1.94) et (1.95) donnent respectivement et, tandis que la relation (1.100) donne. Pour cette valeur de la conductivité, les calculs ainsi que la figure 1.12 montrent que. Il est possible d’obtenir un modèle rugueux dont le taux de remplissage est, mais caractérisé cependant par un diamètre égal à celui d’un modèle rugueux à l’état plein.Pourlavaleur , les relations (1.97) et (1.98) mènent à :

 (1.102)

 (1.103)

Le diamètre du modèle rugueux à l’état plein correspondant à une conductivité relative  est :

 (1.104)

Ainsi, les étapes suivantes sont recommandées pour le calcul de la profondeur normale de l’écoulement uniforme dans la conduite de forme circulaire :

1. Pour les valeurs connues des paramètres *Q*, et *i*, la relation (1.104) permet de calculer le diamètre du modèle rugueux de référence.

Ceci permet d’évaluer les caractéristiques hydrauliques et, en vertu des relations (1.102) et (1.103) respectivement.



 (1.105)

1. Le nombre de *Reynolds* caractérisant l’écoulement dans le modèle rugueux est :

 (1.106)

1. Le facteur de correction des dimensions linéaires est :

 (1.107)

1. En affectant au modèle rugueux la dimension linéaire, le taux de remplissage  sera égal au taux de remplissage dans la conduite considérée. Ce taux de remplissage est donné par la relation (1.101) pour la conductivité relative :

 (1.108)

1. Ainsi, selon la relation (1.101), le taux de remplissage est :

 (1.109)

1. La profondeur normale recherchée est finalement :

 (1.110)

***Exemple d’application 1.12***

Par souci de comparaison, reprenant les données de l’exemple d’application 1.10 et déterminons la valeur de la profondeur normale par la méthode du modèle rugueux. Les données du problème sont donc :

 ;  ;  ;  ; 

**I.6. Ecoulement critique**

**I.6.1. Débit relatif**

La profondeur critique est un paramètre important qui permet de se prononcer sur le caractère fluvial ou torrentiel de l’écoulement. Lorsque la profondeur critique est supérieure à la profondeur normale, l’écoulement est de nature torrentielle. Dans le cas contraire, l’écoulement est fluvial.

L’écoulement critique est régi par la relation bien connue sous le nom de condition de criticité. Celle-ci s’écrit :

 (1.111)

où désigne la largeur du plan d’eau (Figure 1.13) et l’indice «  » se réfère l’état critique de l’écoulement.



**Figure 1.13 :** Schéma de définition de l’écoulement critique

dans une conduite circulaire de diamètre 

Si est le taux de remplissage de la conduite à l’état critique, la largeur du plan d’eau s’écrit alors :

 (1.112)

Selon la relation (1.3), l’aire de la section mouillée critique s’exprime par :

 (1.113)

En insérant les relations (1.112) et (1.113) dans la relation (1.111), celle-ci devient :

 (1.114)

En introduisant le débit relatif :

 (1.115)

la relation (1.114) permet alors de déduire que :

 (1.116)

La relation (1.116) est celle qui régie l’écoulement critique dans une conduite circulaire. En pratique, les paramètres et, par conséquent, sont connus et l’on recherche alors à déterminer la profondeur critique. La détermination depasse par celle de, puisque. La relation (1.116) montre clairement que est implicite vis-à-vis de et l’évaluation de nécessiterait un procédé itératif ou graphique. L’un des objectifs principaux de cette partie de ce chapitre est de proposer une relation approchée, fiable, au calcul du taux de remplissage critique et donc de la profondeur critique.

La relation (1.116) a été représentée graphiquement sur la figure 1.14. Celle-ci montre que le taux de remplissage  à l’état critique augmente avec l’accroissement du débit relatif. En outre, nous pouvons constater que lorsque, le taux de remplissage à l’état critique.



**Figure 1.14 :** Variation du taux de remplissage critiqueen fonction du débit relatif.Courbe tracée selon la relation (1.116).

**I.6.2. Relation approchée de la profondeur critique**

La relation implicite (1.116) a fait l’objet d’un programme de calcul intense, plus particulièrement dans la gamme, mais même au-delà. La valeur limite supérieure de la gamme choisie de a été dictée par des considérations pratiques, puisque la conduite est dimensionnée en règle générale pour des taux de remplissage dépassant rarement les 75%. Un taux de remplissage de la conduite allant au-delà de 75% n’est que très rarement observé.

Les calculs ont montré que l’une des relations fiables qui approche le mieux la relation implicite (1.116) est :

 (1.117)

Cette relation a été établie dans la gamme correspondant à. L’écart relatif maximal qu’elle occasionne est inférieur à 0,42%, comme l’indique la figure 1.15.



**Figure 1.15 :** Ecarts relatifs en % occasionnés par la relation (1.117)

sur le calcul du taux de remplissage critique.

La relation (1.117) permet alors d’écrire que :

 (1.118)

A partir des valeurs connues du débit volume et du diamètre de la conduite, le débit relatif est alors déduit de la relation (1.115). Par suite, la relation (1.118) donne de manière explicite la valeur de la profondeur critique.

***Exemple d’application 1.13***

Une conduite circulaire, siège d’un écoulement uniforme, écoule le débit volume sous la pente longitudinale. La paroi interne de la conduite est caractérisée par la rugosité absolue et la viscosité cinématique du liquide en écoulement est. Pour le taux de remplissage, déterminer :

1. le diamètre de la conduite.
2. la nature de l’écoulement en comparant les profondeurs normale et critique.

**références bibliographiques**

Achour B. *Calcul des conduites et canaux par la MMR* – *Conduites et canaux en charge*, Larhyss Edition Capitale, Tome 1, 2007, 610p.

ACHOUR B., BEDJAOUI A. Discussion. Exact solutions for Normal Depth Problem, by Prabatha K. Swamee and Pushpa N. Rathie, J. Hydraul. Res., Vol.44, n°5, 715-717, 2006.

ACHOUR B., BEDJAOUI A., KHATTAOUI M., DEBABECHE M. Contribution au calcul des écoulements uniformes à surface libre et en charge, Larhyss Journal, n°1, 7-36, 2002.

ACHOUR B., BEDJAOUI A. Calcul du coefficient de frottement en conduite circulaire sous pression, Larhyss Journal, n°5, 197-200, 2006.

ACHOUR B., KHATTAOUI M. Computation of Normal and Critical Depths in Parabolic Cross Sections, The Open Civil Engineering Journal, Vol.2, 9-14, 2008.

ACHOUR B., BEDJAOUI A. Contribution au calcul de la profondeur normale dans un canal rectangulaire, Larhyss Journal, n°5, 139-147, 2006.

ACHOUR B., BEDJAOUI A. Turbulent Flow Computation Using The Rough Model Method (RMM), Journal of Civil Engineering and Science, Vol.1, n°1, 36-41, 2012.

ACHOUR B. Design of Pressurized Vaulted Rectangular Conduits Using the Rough Model Method, International Journal of Advanced Materials Research, Vols. 779-780, 414-419, 2013.

BABEYAN-KOOPAEI K. "Dimensionless Curves for Normal-Depth Calculations in Canal Sections", J. Irrig. Drain. Eng., ASCE, Vol.127, 386-389, 2001.

Bakhmeteff B.A., Feodoroff N.V., Discussion on open channel flow, Transactions, American Society of Engineers, Vol.108, 492-502, 1943.

Bazin H., Etude d’une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts, Mémoire n°41, Annales des ponts et chausses, Vol.14, ser.7, 4ème trimestre, 20-70, 1897.

BEDJAOUI A., ACHOUR B. Nouvelle approche pour le dimensionnement des conduites circulaires sous pression, Courrier du Savoir, n°10, 23-29, 2010.

Blench T., A new theory of turbulent flow in liquids of small viscosity, Journal, Institution of Civil Engineers, London, Vol.11, n°6, 611-612, April, 1939.

Camp T.R., Design of sewers to facilitate flow, Sewage Works Journal, Vol.18, 1-16, 1946.

Chow V.T., *Open channel Hydraulics*, McGraw-Hill International Editions, 1973.

Forchheimer P., Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig and Berlin, 139-163, 1930.

FRENCH R.H. Open channel hydraulics. New York, USA : McGraw Hill, 1986.

Ganguillet E., Kutter W.R., An investigation to establish a new general formula for uniform flow of water in canals and rivers, Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines, Vol.21, n°1, 6-25, n°2-3, p.46-59, 1869.

HENDERSON F.M., Ed., Open channel flow. New York : MacMillan Publishing Co., 1966.

Houk I.E., Calculation of flow in open channels, Miami Conservancy District, Technical report, Pt. IV, Dayton, Ohio, 1918.

Keulegan G.H., Laws of turbulent flow in open channels, Research paper RP 1151, Journal of Research, U.S. National Bureau of Standards, Vol. 21, 707-741, December, 1938.

Lindquist E., On velocity formulas for open channels and pipes, Transactions of the World Power Conference, Sectional Meeting, Scandinavia, Stockholm, Vol.1, 177-234, 1933.

Manning R., On the flow of water in open channels and pipes, Transactions, Institution of Civil engineers of Ireland, Vol.20, 161-207, Dublin, 1891.

Pavlovski N.N., “*Handbook of Hydraulic”, Kratkil Gidravlicheskil, Spravochnik, Gosstrolizdat*, Leningrad and Moscow, 1940, 314p.

Powell R.W., Resistance to flow in rough channels, Transactions, American Geophysical Union, Vol.31, n°4, 575-582, August, 1950.

Prandtl L., On fully developed turbulence, Proceedings of the 2nd International Congress of Applied Mechanics, Zurich, 62-74, 1926.

RIABI M., ACHOUR B. Contribution au dimensionnement des conduites de forme ovoïdale, Courrier du Savoir, n°11, 33-39, 2011.

RIABI M., Contribution au dimensionnement des conduites fermées de forme circulaire et non circulaire, Thèse de Doctorat en Science, Université de Biskra, Juin, 242p, 2012.

Schnackenberg E.C., Slope discharge formulae for alluvial streams and rivers, Proceeding, New Zealand Institution of Engineers, Vol. 37, 340-409, Wellington, 1951.

Sinniger, R.O., Hager W.H., *Constructions hydrauliques*, Traité de Génie Civil de l’Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Presses Polytechniques Romandes, (15), 1ère Edition, Suisse, 1989.

SWAMEE P.K. "Normal-depth equations for irrigation canals", J. Irrig. Drain. Eng., ASCE, Vol.120, 942-948, 1994.

Swamee P.K., Jain A.K., Explicit equations for pipe-flow problems, Proc. ASCE, J. Hydraulics Division, Vol.102, HY5, 657-664, 1976.

SWAMEE P.K., SWAMEE N. full-range pipe-flow equations, J. Hydraul. Res., Vol.45, n°6, 841-843, 2007.

SWAMEE P.K., RATHIE P.N. "Exact Solution for Normal Depth Problem", J. Hydraul. Res., Vol.42, n°5, 541-547, 2004.

Toebes C., Streamflow : Poly-dimensional treatment of variable factors affecting the velocity in alluvial streams and rivers, Proceedings, Institution of Civil Engineers, London, Vol.4, n°3, pt. III, 900-938, December, 1955.

Vladislavljevitch Z., Aperçu critique sur les formules pour la prédétermination de la vitesse moyenne de l’écoulement uniforme, Transactions of the 1st Congress, International Commission on Irrigation and Drainage, New Delhi, Vol.2, rept.12, question 2, 405-428, 1951.