

1. Introduction :

Le problème de la détermination des régulateurs est connu par la synthèse des systèmes bouclés. La synthèse du régulateur PID n'est plus alors qu'un problème de réglage des actions proportionnelle, intégrale et dérivée, c'est-à-dire K_p , T_i et T_d . Le réglage de ces paramètres est un problème essentiel dont l'objectif est de mettre en œuvre des méthodes simples, rapides et suffisamment précises. Ces méthodes de synthèse sont très nombreuses et une classification n'est pas une tâche facile. Ce problème a bien sûr débouché sur nombreuses méthodes. On présente dans le cadre de ce chapitre quelques types de méthodes:

- **Méthodes empiriques :** Encore très utilisées dans l'industrie, ces méthodes ne nécessitant pas une connaissance parfaite du modèle du procédé à commander.

La pratique industrielle, on utilise directement des régulateurs PID, construits par des spécialistes en matière

Les paramètres du régulateur seront calculés à partir des observations expérimentales sur le procédé (Relevé de la réponse indicielle par exemple). L'intérêt majeur de ces méthodes réside dans leur simplicité. Elles sont largement utilisées dans le domaine industriel et elles sont dans la plus part des cas suffisants mais ne permettent pas un réglage fin.

- **Méthodes Analytiques:** Ces méthodes nécessitent l'identification préalable (un modèle mathématique du procédé).
- **Méthodes théoriques :** Ces méthodes basées sur la connaissance du modèle du système sous forme de fonction de transfert par exemple. Les actions du régulateur seront calculées de façon à obtenir la fonction de **transfert souhaitée** en boucle ouverte ou en boucle **fermée**.

➤

2. Méthodes empiriques :

En 1942 **Ziegler** et **Nichols** ont proposé deux approches expérimentales destinées à fixer rapidement les paramètres des régulateurs **P**, **PI** et **PID**. La première nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle du système à régler, alors que la deuxième exige d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité. Il est important de noter que ces méthodes ne s'appliquent en générale qu'à des systèmes sans comportement oscillant. Ces systèmes possèdent souvent un retard pur et/ou plusieurs constantes de temps. On les rencontre surtout dans les processus Physicochimiques tels que les régulations de température, de niveau, de pression, etc....

2.1. Méthode Ziegler et Nichols en Boucle ouverte:

La méthode de Ziegler et Nichols est basée sur les deux paramètres T_u et T_d de la réponse indicielle résultant d'un essai en boucle ouverte. Pour obtenir les paramètres de régulateur PID, il suffit

d'enregistrer la réponse indicielle du processus seul (c'est-à-dire dans régulateur). Figure suivante :

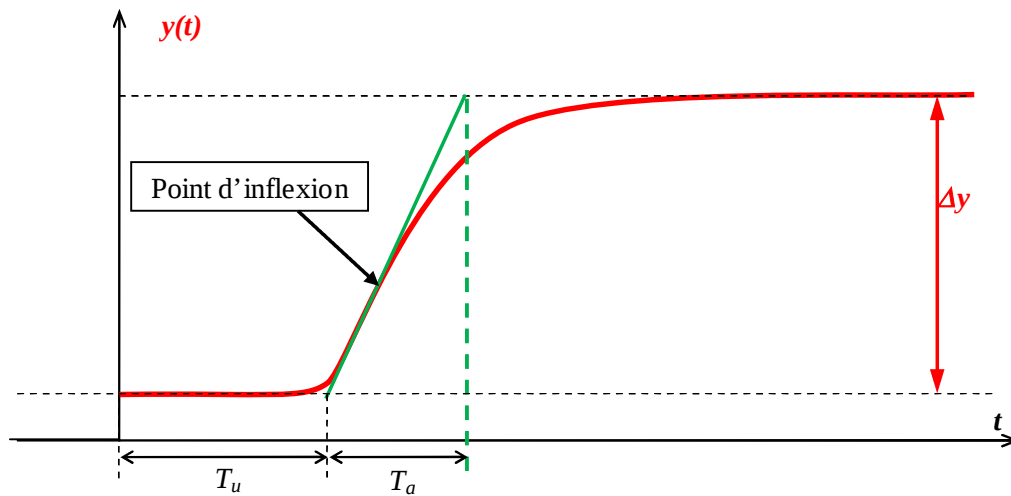


Figure 3.1: paramètres Ziegler –Nichols en boucle ouverte.

- S'il est possible d'ouvrir la boucle,
- On règle K_p à 1, T_i à 1^∞ et T_d à 0 sans débrancher le correcteur.
- On envoie un échelon d'amplitude A en entrée et on observe la sortie y .
- Sur l'enregistrement, on trace la tangente au point d'inflexion.
- On mesure ensuite le retard apparent T_u correspondant au point d'intersection de la tangente avec l'abscisse et le temps T_a mis pour atteindre A .

Le tableau suivant, fournit les paramètres du régulateur **PID** à structure mixte en fonction des paramètres caractéristiques relevés sur le processus dans le cas d'un essai en boucle ouverte:

Type	K_p	T_i	T_d
P	$T_a/(T_u.k)$	-----	-----
PI	$0.9T_a/(T_u.k)$	$3.3.T_u$	-----
PID	$1.2T_a/(T_u.k)$	$2.T_u$	$0.5T_u$

Figure 3.1: paramètres PID obtenus par Ziegler –Nichols en boucle ouverte.

K est le gain statique :

$$K = \Delta Y / \Delta U$$

2.1.1. Exemple :

Une illustration de cette démarche est donnée ci-dessous pour la réponse indicielle unitaire d'un

procédé $G(s) = k \frac{e^{-1.5s}}{1 + 10s}$ à un échelon unité.

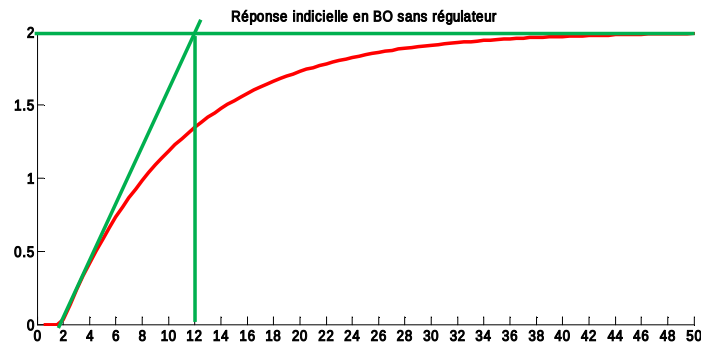


Figure 3.2: Exemple de paramètres Ziegler –Nichols en boucle ouverte.

On relève les paramètres suivants :

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{2}{1} = 2 \quad Tu = 2, Ta = 10$$

Le tableau de réglage proposé par Ziegler & Nichols est:

Type	K_p	T_i	T_d
P	2.5		
PI	2.25	6.6	
PID	3	4	1

Tableau 3.2: Exemple de calcul d'un PID obtenus par Ziegler et Nichols en Boucle ouverte.

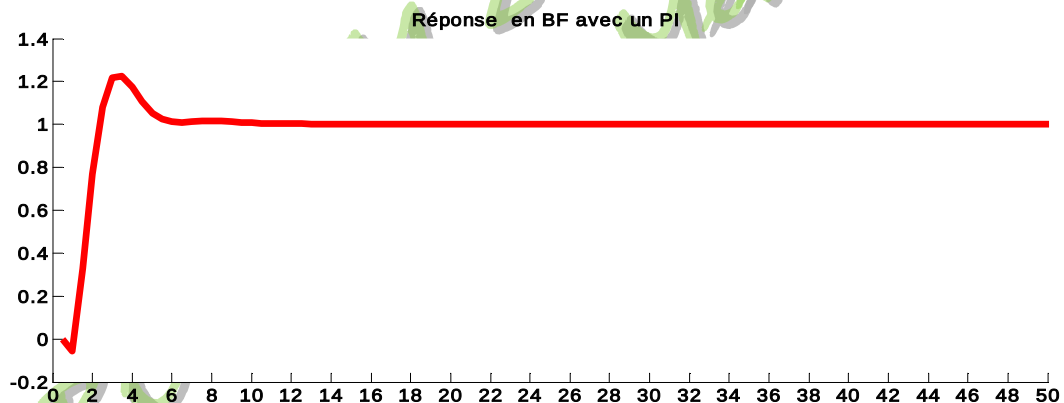


Figure 3.3: Réponse indicielle du système en boucle fermée avec PI obtenu.

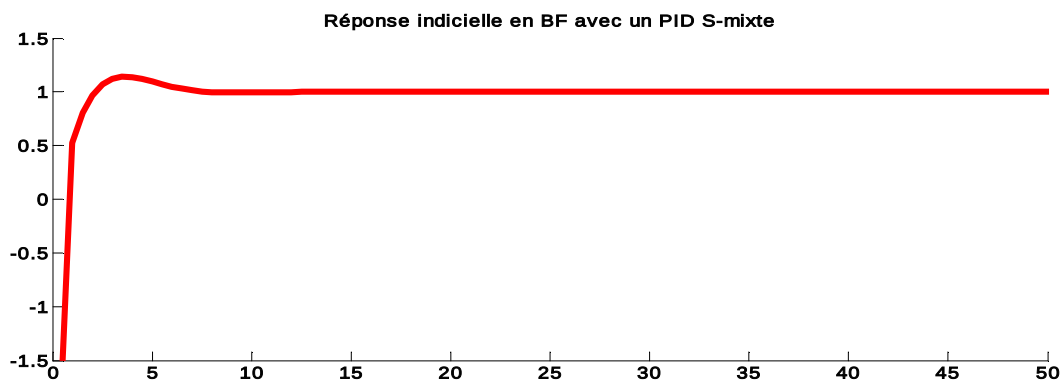


Figure 3.4: Réponse indicielle du système en boucle fermée avec PID obtenu.

Remarque :

Généralement les gains proportionnels (K_p) proposés par **Ziegler & Nichols** sont trop élevés et conduisent à un dépassement supérieur à 20%. Il ne faut pas **craindre** de réduire ces gains d'un facteur 2 pour obtenir une réponse satisfaisante.

2.2. Méthode Ziegler et Nichols en Boucle fermée:

Cette méthode nécessite de boucler le système sur un Simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu'à amener le système à osciller de manière permanente; on se trouve ainsi à la limite de stabilité du système comme indique la figure (**Fig 3.5**).

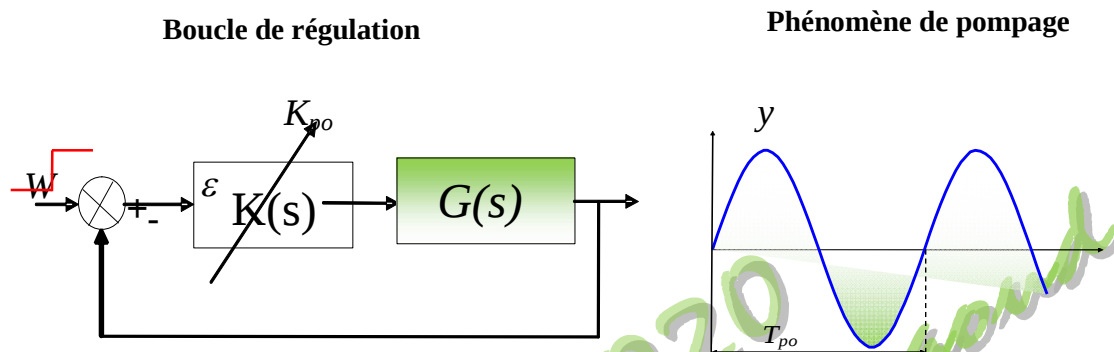


Figure 3.5: paramètres Ziegler –Nichols en boucle fermée.

Après avoir relevé le gain critique K_{po} et la période d'oscillation T_{po} de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi à l'aide du tableau suivant:

Type	K_p	T_i	T_d
P	$0.5. K_{po}$	max	0
PI série	$0.45.K_{po}$	$0.83. T_{po}$	0
PI parallèle	$0.45.K_{po}$	$2 .T_{po}/ K_{po}$	0
PID série	$0.30.K_{po}$	$0.25 T_{po}$	$0.25.T_{po}$
PID parallèle	$0.6.K_{po}$	$0.85.T_{po}/ K_{po}$	$K_{po}.T_{po}/13.3$
PID mixte	$0.6.K_{po}$	$0.5 .T_{po}$	$0.125.T_{po}$

Tableau 3.3 : Paramètre d'un PID obtenus par Ziegler et Nichols en Boucle fermée.

Les valeurs proposées par **Ziegler et Nichols** ont été testées dans de très nombreuses situations et il faut souligner qu'ici également elles conduisent à un temps de montée relativement court assorti d'un dépassement élevé [].

2.2.1. Exemple : On prend l'exemple du système précédent :

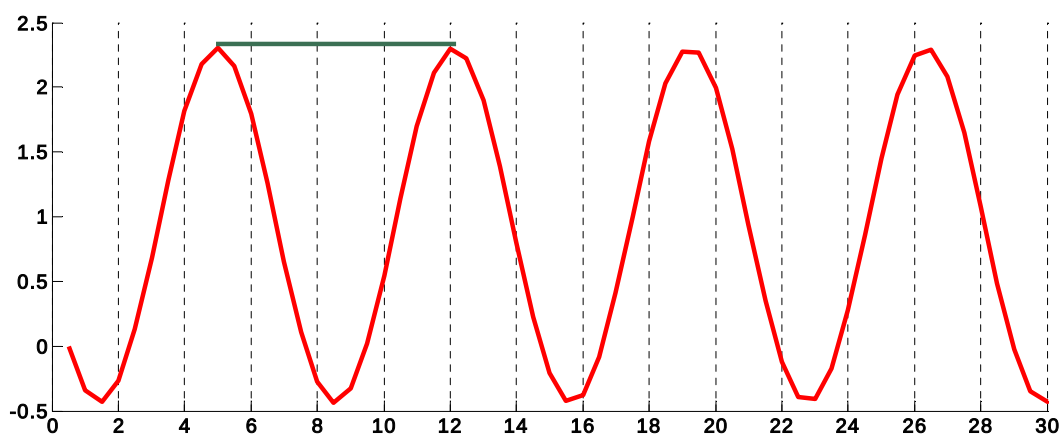


Figure 3.6: Exemple de paramètres Ziegler –Nichols en boucle fermée.

$K_{p0}=7.16$ et $T_{p0}=7$

Type	K_p	T_i	T_d
P	3.58	max	0
PI série	3.22	5.81	0
PI parallèle	3.22	1.96	0
PID série	2.15	1.75	1.75
PID parallèle	4.3	0.83	3.77
PID mixte	4.3	3.5	0.875

Tableau 3.4: Exemple de calcul d'un PID obtenus par Ziegler et Nichols en Boucle fermée.

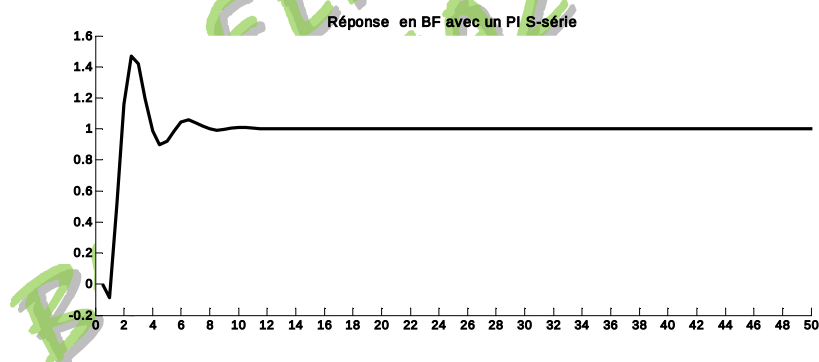


Figure 3.7: Réponse du système boucle fermée avec PI série.

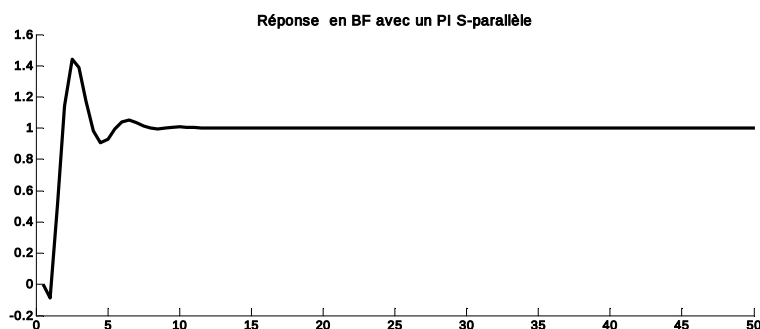


Figure 3.8: Réponse du système boucle fermée avec PI parallèle.

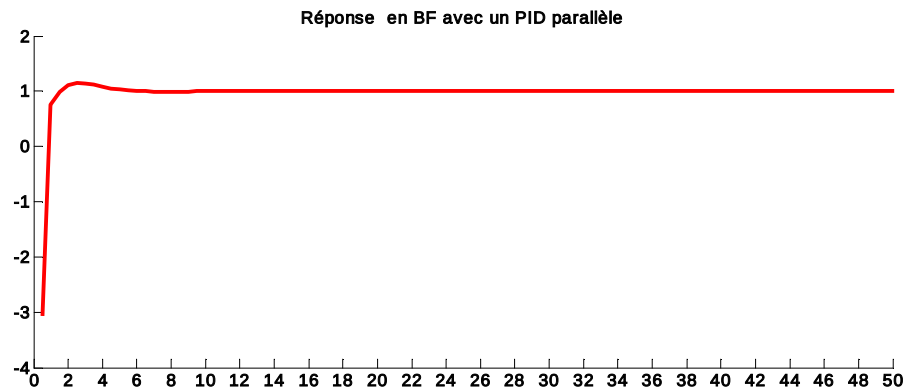


Figure 3.9: Réponse du système boucle fermée avec PID parallèle.

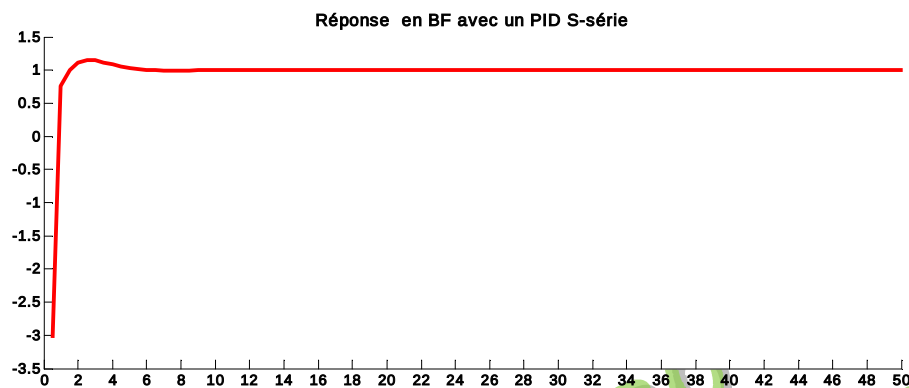


Figure 3.10: Réponse du système boucle fermée avec PID série.

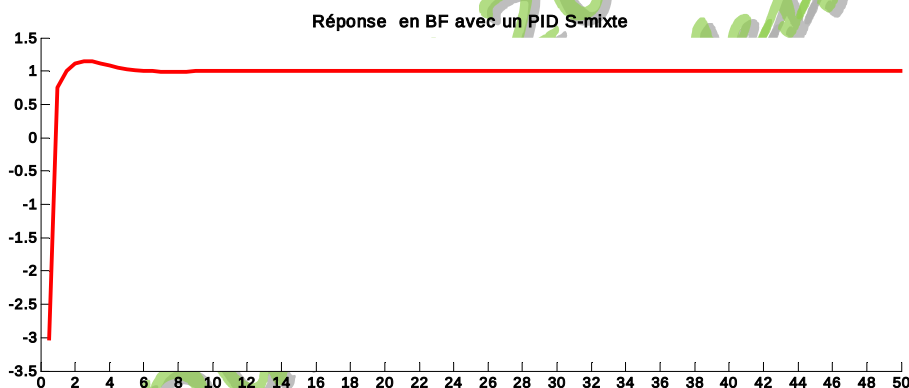


Figure 3.11: Réponse du système boucle fermée avec PID mixte.

3. Méthode de réglage après Identification du procédé

Ces méthodes consistent d'abord à identifier le système à commander

3.1 Modèle non évolutif :

Le modèle retenu est de type **Broïda** $G(s) = k \frac{e^{-Ts}}{1 + \tau s}$ et le choix de régulateur va être lié au rapport

$$\frac{\tau}{T}$$

3.1. 1. Choix du régulateur:

$\frac{\tau}{T} > 20$	Régulateur tout ou rien (TOR)
$10 < \frac{\tau}{T} < 20$	Régulateur P
$5 < \frac{\tau}{T} < 10$	Régulateur PI
$2 < \frac{\tau}{T} < 5$	Régulateur PID
$\frac{\tau}{T} < 2$	Limite du régulateur PID

Tableau 3.5 : choix d'un PID obtenus par identification d'un système stable.

3.1.2. Paramètres des régulateurs:

Les paramètres des régulateurs correspondants sont donnés sur le tableau suivant : Tab (3.6)

Action	P	PI série	PI parallèle	PID série	PID parallèle	PID mixte
K_p	$\frac{0.8\tau}{kT}$	$\frac{0.8\tau}{kT}$	$\frac{0.8\tau}{kT}$	$\frac{0.85\tau}{kT}$	$\frac{\frac{\tau}{T} + 0.4\tau}{1.2T}$	$\frac{\frac{\tau}{T} + 0.4\tau}{1.2T}$
T_i	Max	τ	$\frac{kT}{0.8}$	τ	$\frac{kT}{0.75}$	$\tau + 0.4T$
T_d	0	0	0	0.4τ	$\frac{0.35\tau}{k}$	$\frac{T\tau}{T + 2.5\tau}$

Tableau 3.6 : Paramètres d'un PID obtenus par identification d'un système stable.

3.2. Modèle évolutif :

L'identification s'effectue impérativement en boucle **fermée** : on relève le gain critique K_{cr} et la période des oscillations de pompage T_{osc} , le modèle choisi étant le modèle le plus **simple** :

$$G(s) = k \frac{e^{-Ts}}{s}$$

Les valeurs de k et T sont données par les relations:

$$T = \frac{T_{osc}}{4}$$

et

$$k = \frac{K_{cr}}{6.28T_{osc}}$$

3.2.1. Choix du régulateur:

Le choix des paramètres du régulateur est lié à la réglabilité du produit kT :

$kT < 0,05$	Régulateur tout ou rien (TOR)
$0,05 < kT < 0,1$	Régulateur P
$0,1 < kT < 0,2$	Régulateur PI
$0,2 < kT < 0,5$	Régulateur PID
$kT > 0,5$	Limite du régulateur PID Régulateur en cascade ou faire la synthèse du correcteur

Tableau 3.7 : choix d'un PID obtenus par identification d'un système évolutif.

3.2.2. Paramètres des régulateurs:

Le tableau ci-dessous (Tab 3.8) donne les valeurs des paramètres des correcteurs correspondants :

Action	P	PI série	PI parallèle	PID série	PID parallèle	PID mixte
K_p	$\frac{0,8\tau}{kT}$	$\frac{0,8\tau}{kT}$	$\frac{0,8\tau}{kT}$	$\frac{0,85}{kT}$	$\frac{0,9}{kT}$	$\frac{0,9}{kT}$
T_i	max	5 T	$\frac{kT^2}{0,15}$	4,8 T	$\frac{kT^2}{0,15}$	5,2 T
T_d	0	0	0	0,4 T	$\frac{0,35}{k}$	0,4 T

Tableau 3.8 : Paramètres d'un PID obtenus par identification d'un système évolutif.

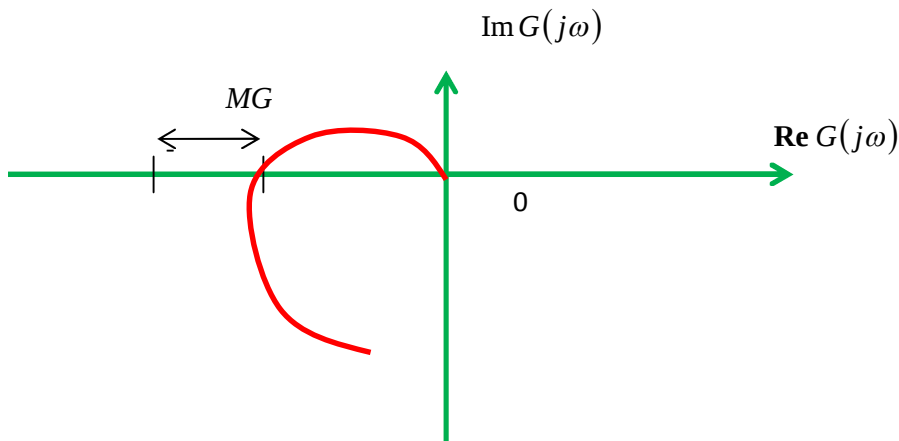
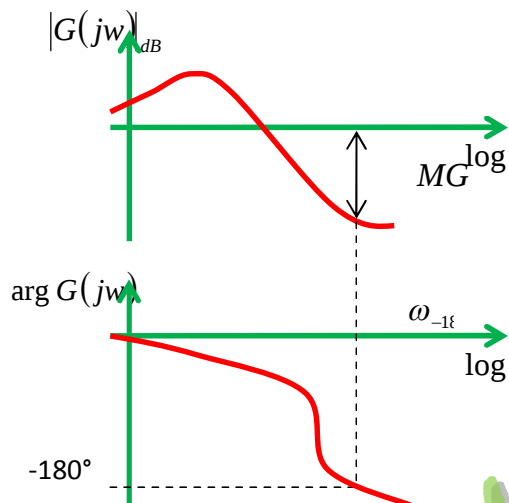
4. Réglage d'un régulateur PID basé sur les marges de gain et de phase:

4.1. Rappel

4.1.1. Marge de gain :

La marge de gain est $MG = \frac{1}{|G(j\omega_{-180^\circ})|}$ ou $(MG)_{dB} = -|G(j\omega_{-180^\circ})|_{dB}$ avec ω_{-180° telle que

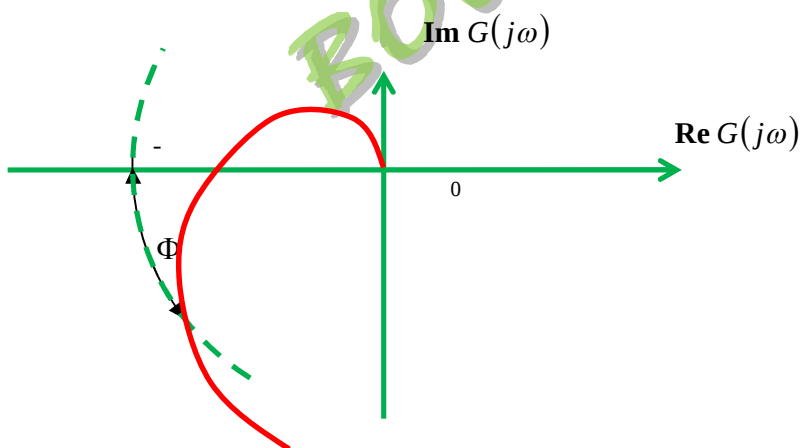
$$\text{Arg } G(j\omega_{-180^\circ}) = -180^\circ.$$

Sur le plan de Nyquist :**Figure.3.12:** La marge de gain sur le plan de Nyquist.**Sur le plan de Bode :**

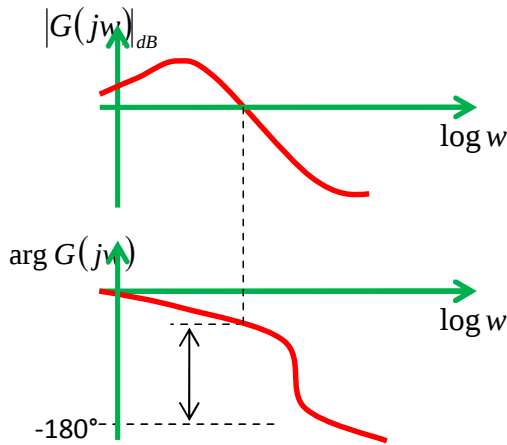
Une petite marge de gain entraîne un degré de stabilité petit. Une valeur de marge de gain utilisée habituellement est 12 dB. ou bien 3

Figure.3.13 : La marge de gain sur le plan de Bode.**4.1.2. Marge de phase :**

La marge de phase est $\Phi_m = 180^\circ + \arg G(j\omega_0)$ avec ω_0 la fréquence au gain unité en boucle ouverte, c'est-à-dire telle $|G(j\omega_0)| = 1$ ou $|G(j\omega_0)|_{dB} = 0$.

**Figure.3.14 :** La marge de phase sur le plan de Nyquist.

Sur le plan de Bode



Une marge de phase petite entraîne un degré de stabilité petit. On utilise couramment une marge de phase de 45° qui garantit un fonctionnement correct de la plupart des systèmes.

Figure.3.15: La marge de phase sur le plan de Bode.

4.2 Synthèse dans le cas d'un régulateur PI

Généralement, le régulateur PI est donné par $K(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$ et le système est représenté à l'aide d'un modèle Broïda

$$G(s) = k \frac{e^{-Ts}}{\tau s + 1}$$

Pour un processus donné, caractérisé par les paramètres (K , τ , T) et pour des marges de gain et de phase spécifiés (MG , Φ_m), Des Approximation des paramètres du régulateur sont données par :

$$K_p = \frac{\omega_\pi \tau}{MG \cdot k}$$

$$T_i = \left(2 \cdot \omega_\pi - \frac{4 \cdot \omega_\pi^2}{\omega_\pi} T + \frac{1}{\tau} \right)^{-1}$$

$$\omega_\pi = \frac{MG \cdot \Phi_m + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot MG \cdot (MG - 1)}{(MG^2 - 1)T}$$

4.3. Exemple :

Soit le système de 5^{ème} ordre suivant :

$$G(s) = \frac{4.2}{302 s^5 + 634 s^4 + 449 s^3 + 141 s^2 + 20 s + 1}$$

Nous voulons de calculer les paramètres du régulateur PI permettant d'assurer une marge de gain de $MG=3$ et une marge de phase de $\Phi_m = 60^\circ$

Pour calculer les paramètres du régulateur nous traçons tous d'abord la réponse indicielle avec une entrée un échelon unitaire, la réponse est indiquée sur la figure (Fig 3.16):

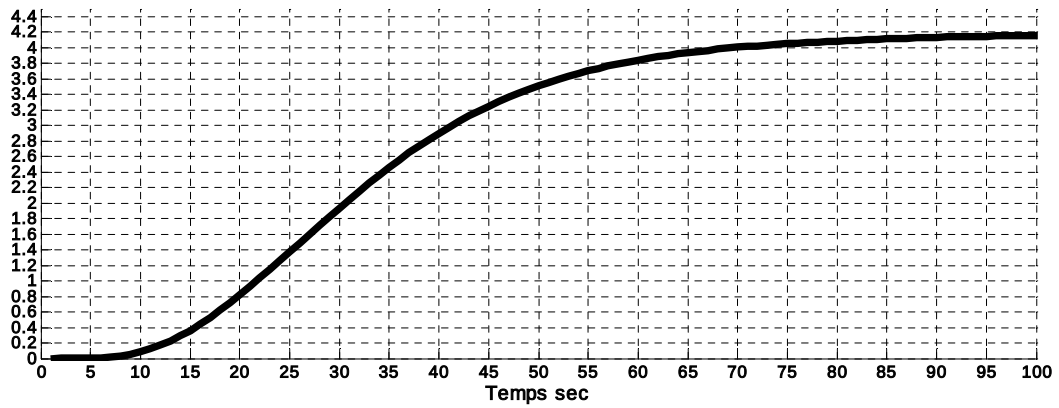


Figure 3.16: Réponse indicielle du système étudié.

D'après l'évolution de cette réponse on voit que le système est stable en boucle ouverte (entrées bornée et sortie bornée), donc nous pouvons proposer un modèle de Broïda de Type :

$$G(s) = \frac{K e^{-Ts}}{1 + \tau s}$$

La figure (**Fig 3.17**) présente le diagramme de Bode de ce système, d'après cette figure les valeurs des marges de gain et de phase sont plus faibles par rapport à les marges désirées (-1.04 dB) pour MG et (-7.19 deg) pour Φ_m . Ainsi la figure (**Fig 4.18**) représente la réponse indicielle du système bouclé sans régulateur, cette figure montre que le bouclage de ce système le rend instable, Ce qui nous oblige de faire une correction avec un régulateur PI pour améliorer ces performances en boucle fermée.

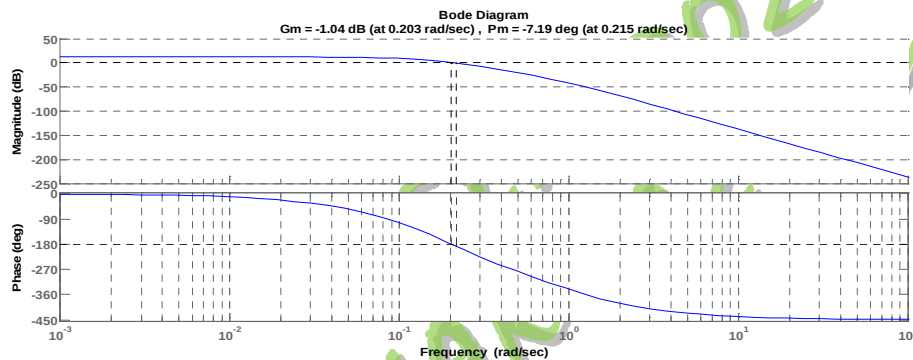


Figure.3.17 : Diagramme de Bode du système étudié.

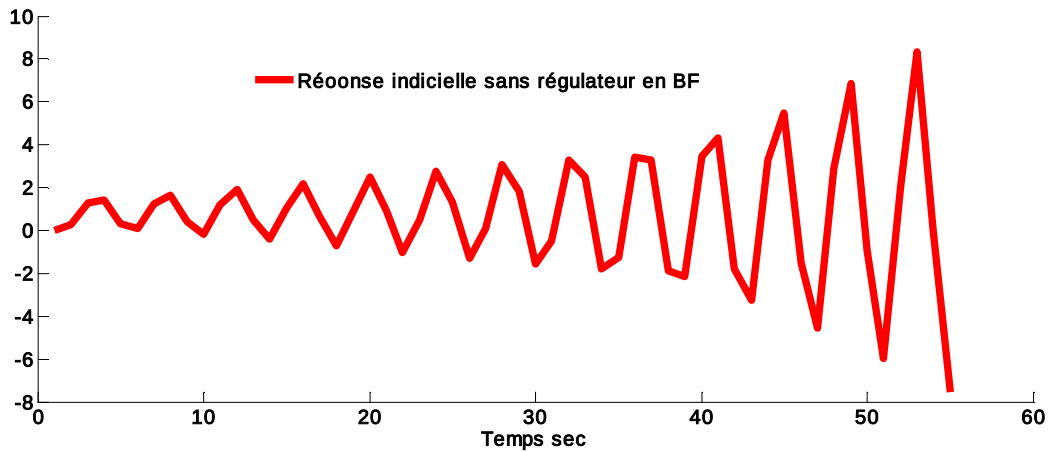


Figure.3.18: Réponse indicielle du système étudié en boucle fermée sans régulateur.

4.3.1. Calcul des paramètres du modèle :

La valeur finale de la réponse est 4.2, donc $\Delta y = 4.2 - 0 = 4.2$.

D'après la réponse de la figure (**Fig3.16**) le temps correspond 40% de la variation de la sortie ((1.68)) est 15.7 s

D'après la réponse de la figure (**Fig 3.16**) le temps correspond 28% de la variation de la sortie ((1.176)) est 13.13 s.

D'après les formules de calcul du modèle Broïda:

Gain statique : $K = \Delta Y / \Delta X = 4.2 / 1 = 4.2$

Constante de temps : $\tau = 5.5 * (t_2 - t_1) = 5.5 * (16 - 13) = 14.135$

Retard ou temps mort : $T = 2.8 * t_1 - 1.8 * t_2 = 2.8 * 13 - 1.8 * 16 = 8.5$

Donc le modèle identifié est donné par : $G(s) = \frac{4.2e^{-8.5s}}{1 + 14.135s}$

La figure (**Fig 3.19**) indique l'évolution de la réponse indicielle du système réel (courbe rouge) et celle du modèle identifié (courbe verte). Il faut noter que le modèle c'est une approximation du système réel.

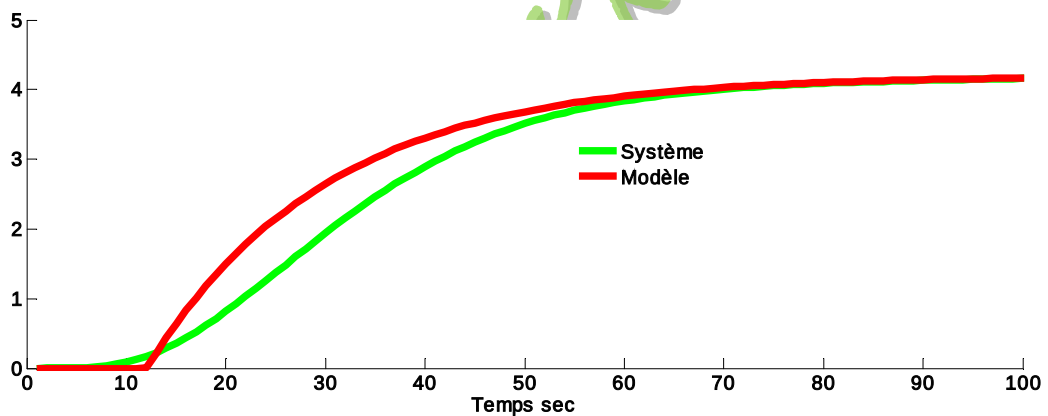


Figure.3.19: Réponse indicielle du système réel et celle du modèle identifié en boucle ouverte.

4.3.2. Calcul des paramètres du régulateur PI.

D'après la formule de calcul, et avec les paramètres du modèle de Broïda (K , T et τ) calculés, et les valeurs de Φ_m et MG désirées nous avons obtenu les paramètres K_p et T_i suivant :

$$K_p = 0.20, T_i = 12.5.$$

Concernant la méthode basée sur le tableau (3.6), les paramètres du régulateur peuvent être calculés par:

$$k_p = \frac{0.8.\tau}{kT} = \frac{0.8 * 14.135}{4.2 * 8.5} = 0.31 \text{ et la valeur de } T_i \text{ est } \tau = 14.135.$$

La figure (3.20) nous donne l'évolution de la réponse indicielle du système régulé en boucle fermée avec le régulateur PI calculé à partir de technique (calcul après identification du système), et la même réponse obtenu avec un PI basé sur les marges de stabilité.

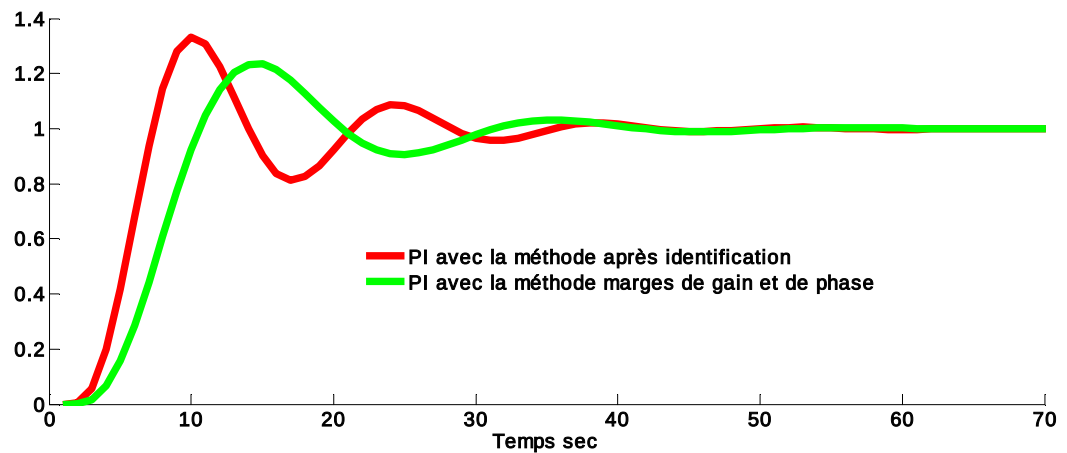


Figure 3.20: Réponse indicielle du système et celle du modèle identifié en boucle fermée

La figure (Fig 3.20) montre l'amélioration de certaines performances de ce système telles que l'erreur statique devient nulle, l'assurance de la stabilité globale. Le temps de réponse à 5% est 30.1 s, un dépassement légèrement supérieur.