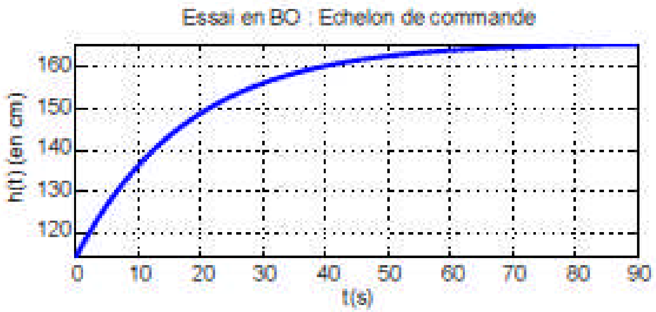
Exercice N01

On s'intéresse à la mesure du niveau ***h*** dans une cuve ouverte. Le débit d'entrée Q_e est contrôlé par une vanne positionnée LV, commandée par un signal ***U*** . Le débit de sortie $\boldsymbol{Q_s}$ est contrôlé grâce à une vanne manuelle HV. La mesure ***Y*** (en %) du niveau est délivrée par un transmetteur LT. Le transmetteur est réglé avec une étendue de mesure de 200 cm.

1. Faire un schéma TI de l'installation et préciser le régulateur de niveau, ainsi

que les signaux ***W*** , ***Y***, *U* et Z.

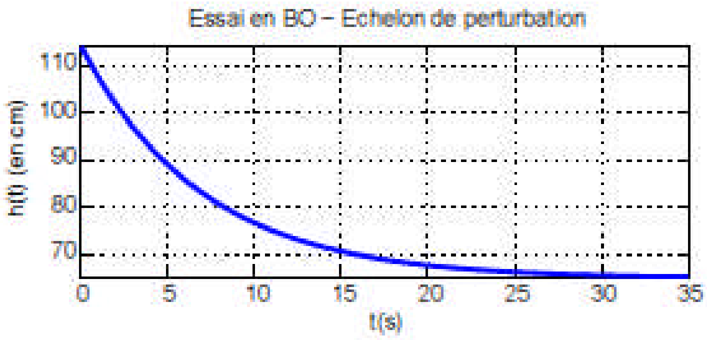
2. Le procédé étant stabilisé en boucle ouverte à son point de fonctionnement (*U* = 30 %, *Z*= 30 %, h=114 cm), on applique un échelon de commande ΔU = 20 %. On enregistre l'évolution du niveau dans la cuve suite à cet essai :



Essai en BO : Echelon de commande

3. Caractériser le procédé : Le procédé est il stable en BO ? Réaliser l'identification du procédé à un modèle du premier ordre. En déduire la fonction de transfert réglante $G_{c(}s)$ du procédé en BO.

Le procédé étant stabilisé en boucle ouverte à son point de fonctionnement (U = 30 %, Z= 30 %, h=114 cm), on effectue un échelon de perturbation ΔZ = 20 %. On enregistre l'évolution du niveau dans la cuve suite à cet essai:

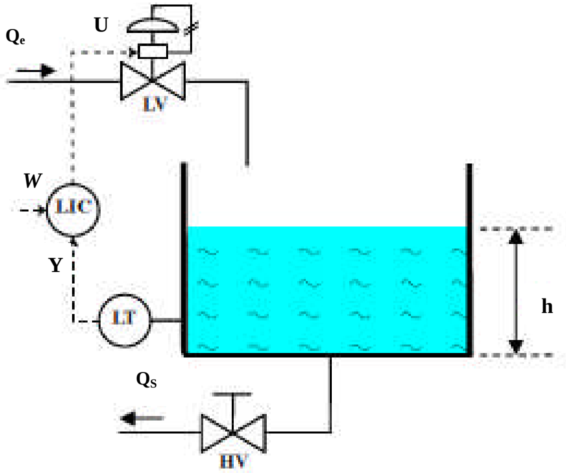


Essai en BO : Echelon de perturbation

4. Réaliser l'identification du procédé à un modèle du premier ordre. En déduire la fonction de transfert perturbatrice G_z (s) du procédé en BO.

Solution

1. **Schéma TI de l'installation**



2. Le système du premier ordre, naturellement stable en BO (entrée bornée sortie bornée).
3. Identification par un système du premier ordre pour un échelon de commande de 20%.

$$G_C(s) = \frac{K}{1+\tau s}$$

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{(y_\infty - y_0)\%}{(u_\infty - u_0)\%} = \frac{???\%}{20\%} =$$

$\Delta Y = y_\infty - y_0$ =51 et $\Delta Y\% = ???$

On a l'étendue de mesure de la hauteur h=200 cm.

$200 \ cm \longrightarrow 100 \ \%$

$51 \ cm \longrightarrow Y \ \%$

$$\Rightarrow \quad y\% = \frac{100 \times 51}{200} = 25.5\%$$

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{y_\infty - y_0}{u_\infty - u_0} = \frac{25.5\%}{20\%} = 1.275$$

La constante du temps d'un système du premier ordre correspond le temps pour atteindre 63% de la valeur finale de *y*.

On a ΔY =51 cm

$51 \ cm \longrightarrow 100 \ \%$

$ycm \longrightarrow 63 \ \%$

$$\Rightarrow \quad ycm = \frac{51 \times 63}{100} = 32.13 \ cm$$

La valeur réelle de la hauteur égale 114+32.13=146.13 cm

A partir de la courbe, le temps correspond cette valeur est $\approx 7.5\text{sec}$

Donc

$$G_C(s) = \frac{1.275}{1+17s}$$

4. Identification par un système du premier ordre pour un échelon de perturbation de 20%.

$$G_z(s)=\frac{K}{1+\tau s}$$

$$K=\frac{\Delta Y}{\Delta Z}=\frac{(y_\infty-y_0)\%}{(Z_\infty-Z_0)\%}=\frac{???\%}{20\%}=$$

$\Delta Y = y_\infty - y_0$ =65-114=-49 et $\Delta Y\% = ???$

On a l'étendue de mesure de la hauteur h=200 cm.

$200 \ cm \longrightarrow 100 \ \%$

$49 \ cm \longrightarrow Y \ \%$

$$\Rightarrow \ y\% = \frac{100 \times 49}{200} = 24.5\%$$

$$K=\frac{\Delta Y}{\Delta U}=\frac{y_\infty-y_0}{z_\infty-z_0}=\frac{24.5\%}{20\%}=-1.225$$

La constante du temps d'un système du premier ordre correspond le temps pour atteindre 63% de la valeur finale de *y*.

On a ΔY =49 cm

$49 \ cm \longrightarrow 100 \ \%$

$ycm \longrightarrow 63 \ \%$

$$\Rightarrow \ ycm = \frac{49 \times 63}{100} = 30.87 \ cm$$

La valeur réelle de la hauteur égale 114-30.87=83.13 cm

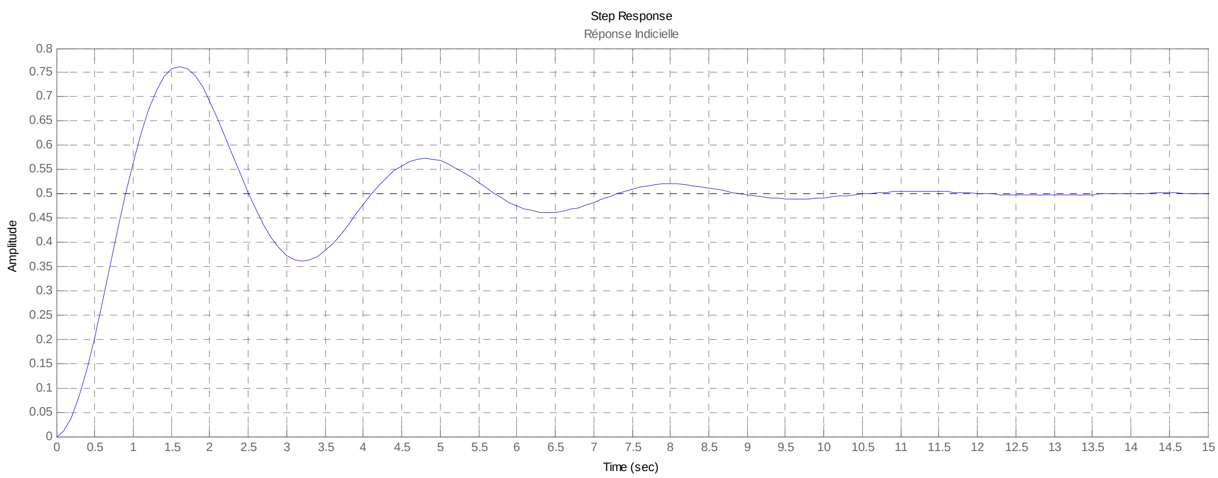
A partir de la courbe, le temps correspond cette valeur est $\approx 17 \sec$

Donc

$$G_z(s)=\frac{1.225}{1+7.5s}$$

Remarque on a constaté que : ***G_Z (s)*** est en sens inverse c.-à-d. l'augmentation de la perturbation provoque la diminution de la mesure

Exercice N 02



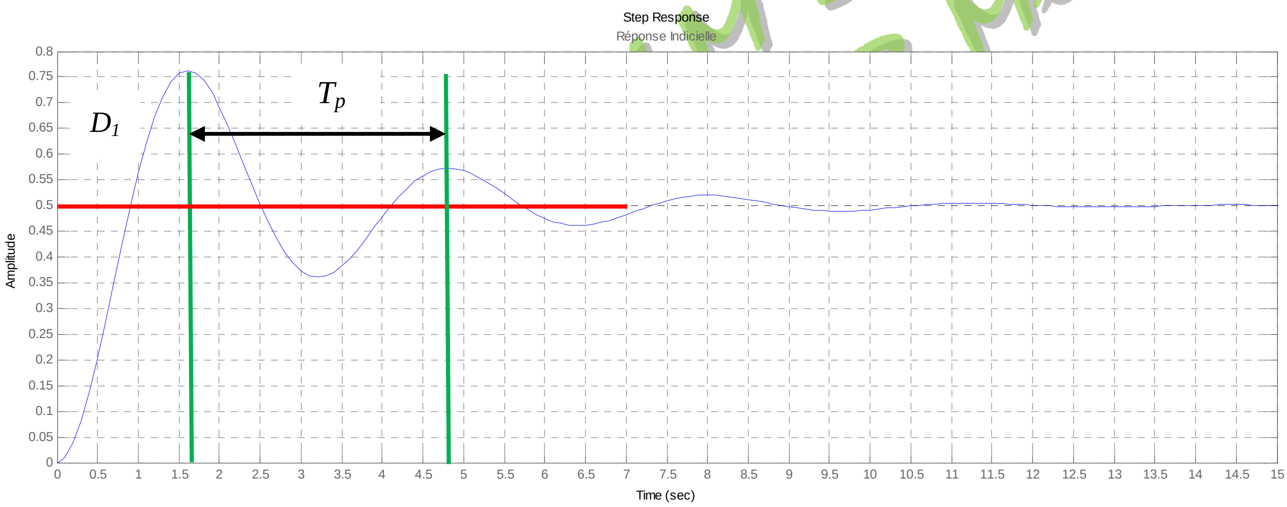
Soit, ci dessous, la réponse x(t) d'un système à un échelon d'entrée y(t) de 1%.

1. Déterminer graphiquement (le plus précisément possible) le premier dépassement D_1 et la pseudo période T_P .

2. En déduire le gain statique ***K***, le coefficient d'amortissement ξ et la pulsation propre (naturelle) w_n du système. On utilisera les formules qui figurent dans le cours.

3. En déduire la fonction du transfert G (s) du système.

Solution :



$$D_1 = \frac{y(t_{D_1}) - y(\infty)}{y(\infty) - y(0)} \approx \frac{0.76 - 0.5}{0.5 - 0}$$

On a $t(D_1) = 1.6\ sec, et\ t(D_2) = 4.8$ sec

$$T_p = t(D_2) - t(D_2) = 4.8 - 1.6 = 3.2\ sec$$

- **Calcul du Gain statique *K***

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{y_\infty - y_0}{x_\infty - x_0} = \frac{0.5 - 0}{1 - 0} = 0.5$$

- **Calcul du coefficient d'amortissement ξ**

$$D_1\% = e^{\frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$D_1\% = \frac{100 \times 0.24}{0.5} = 48\%$$

$$D_1\% = e^{\frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \ln(D_1\%) = \ln(e^{\frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \ln(D_1\%) = \frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\ln(D_1\%) = \frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \ln(D_1\%)\sqrt{1-\xi^2} = -\pi.\xi \Rightarrow$$

$$(\ln(D_1\%)\sqrt{1-\xi^2})^2 = (-\pi.\xi)^2 = \pi^2.\xi^2 \Rightarrow$$

$$\ln(D_1\%)^2(1-\xi^2) = \pi^2.\xi^2$$

$$D_1\% = 48 \Rightarrow \ln(D_1\%) = \ln\left(\frac{48}{100}\right) = -0.73$$

$$(-0.73)^2(1-\xi^2) = \pi^2.\xi^2 \Rightarrow 0.53(1-\xi^2) = \pi^2.\xi^2$$

$$0.476 = 0.53\xi^2 + \pi^2.\xi^2 = (3.14)^2\xi^2 + 0.53\xi^2 = 10.85\xi^2 \Rightarrow$$

$$\xi = \sqrt{\frac{0.53}{10.85}} \approx 0.22$$

- **Calcul de w_n**

$$w_n = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$w_n = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{3.14\times 2}{3.2\sqrt{1-(0.22)^2}} = \frac{6.28}{3.2\times 0.95} \approx 2.06 =$$

$$G(s) = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} = \frac{0.5\times 4}{s^2 + 2\times 0.22\times 2s + 4} = \frac{2}{s^2 + 0.88s + 4}$$

Exercice n 03

A partir de la réponse indicielle (voir ci-dessous) d'un procédé industriel, dont le signal de commande (ou signal réglant) subit une variation en échelon ΔX unitaire, on se propose de modéliser la fonction de transfert **G(s)** de ce procédé.

1. Calculer le gain statique K
2. Déterminer les paramètres du ***modèle de Broïda***. En déduire l'expression de G(s) ainsi modélisée.
3. Déterminer les paramètres du ***modèle de Strejc***. En déduire la nouvelle expression de G(s) modélisée.

Solution :

Model de broïda

Calcul du gain Statique :

A partir de la figure on peut facilement extraire ΔY = 12-0=12

$$k = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{12}{1} = 12$$

T_2 correspond 40% de la valeur finale de Y ou bien ΔY.

A partir de la figure on peut facilement extraire $\boldsymbol{\Delta Y}$ = 12-0=12

$$\begin{array}{l} 12 \longrightarrow 100\ \% \\ Y \longrightarrow 28\ \% \end{array}$$

$$\Rightarrow y_{28\%} = \frac{12 \times 28}{100} = 3.6$$

De la même manière on trouve :

De la réponse indicielle :

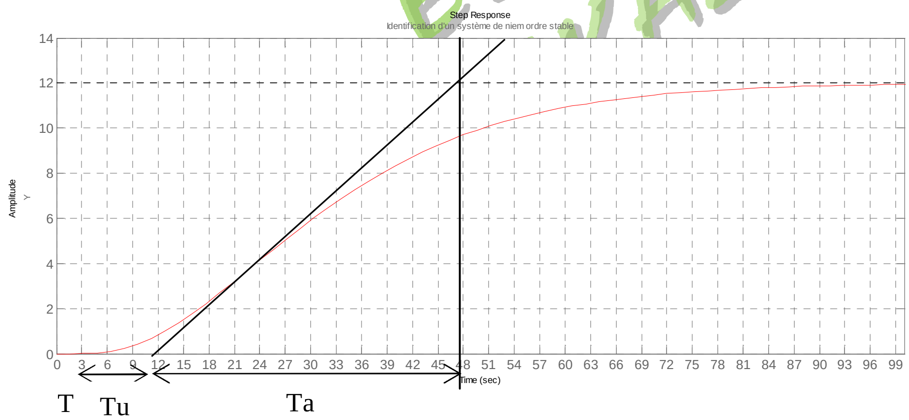
$$t_{40\%} = 26 \sec$$
$$t_{28\%} = 22.5 \sec$$

$$T = (2.8 \times t_{28\%} - 1.8 * t_{40\%}) = 2.8 \times 22.5 - 1.8 \times 26 = 16.2$$

$$\tau = 5{,}5(t_{40\%} - t_{28\%}) = 5.5(26 - 22.5) = 19.25$$

$$G(s) = \frac{k\, e^{-Ts}}{1 + \tau s} \approx \frac{12\, e^{-16.2 s}}{1 + 19.25 s}$$

Model de Strejc :



T	Ta	Tu	T_u/T_a
3	**47.5-11= 36.5**	**11-3=8**	**8/36.5= 0.2191**

n	T_u/T_a	T_a/τ
1	0	1
2	0,104	2,718
3	0,218	3,695
4	0,319	4,463

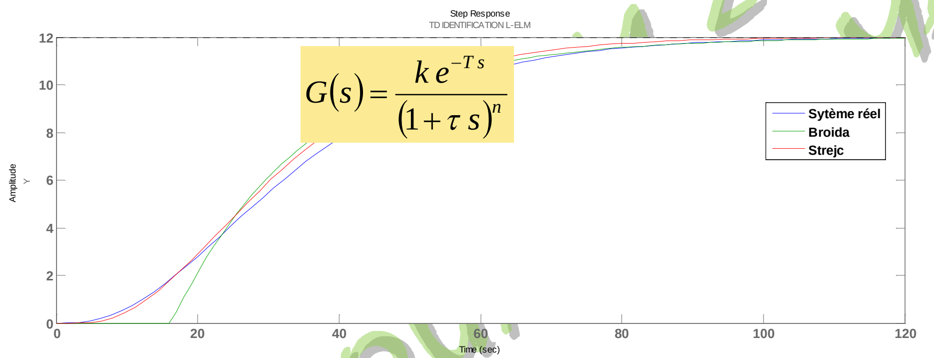
5	0,410	5,119

$\Rightarrow \quad n = 3$

Tableau 02 pour estimer l'ordre (n) et la constante de temps.

Du tableau 02 on a

$$\frac{Ta}{\tau} = 3.695 = \tau = \frac{Ta}{3.695} = 12.85$$



$$G(s) = \frac{k\, e^{-T s}}{(1+\tau\, s)^n}$$