POMPES ET STATIONS DE POMPAGES

I. DÉFINITION

Une pompe est une appareil qui refoule l'eau ou un autre liquide d'un point bas à un point haut.

II. TYPE DE POMPES

Il existe deux grandes catégories de pompes :

- Les turbopompes
- Les pompes volumétriques

II.1. Les Pompes volumétriques

Elles sont surtout destinées au pompage des fluides visqueux. Elles élèvent de faibles débits à des pressions élevées.

II.2. Les turbopompes

Ce sont les plus employées, on distingue :

- les pompes centrifuge (à basse et à haute pression)
- Les pompes hélices.
- Les pompes hélico-centrifuge.

Les pompes centrifuges sont utilisées pour des hauteurs d'élévation importantes (plusieurs dizaines de mètres).

Figure 01 : Différentes types de turbopompes.

II. LES POMPES CENTRIFUGES

Figure 02 : Constitution d'une pompe centrifuge

III.1. Principe de fonctionnement

Une pompe comporte d'une façon schématique :

- un organe mobile : la roue, ou turbine, ou impulseur,
- des organes fixes : diffuseur et canaux de retour.

La pompe étant pleine, la rotation de la turbine entraînée par le moteur, chasse l'eau de la région axiale vers la périphérie. De ce fait, il se produit une dépression dans la région centrale, ce qui provoque l'appel des tranches d'eau suivantes et un écoulement continu. L'eau à la sortie de la roue est recueillie par le diffuseur qui dirige l'eau vers la conduite de refoulement.

Figure 03 : Différents types de roue.

III.2. Rôle des différents organes

La roue est animée d'un mouvement de rotation entretenu par le moteur. Pour que la roue communique son mouvement, des aubages sensiblement parallèles à l'axe de rotation, sont fixés à cette roue. La concavité des aubages est à l'opposé du sens de rotation et les angles qu'ils forment à l'entrée et à la sortie dépendent des conditions H et Q de travail de la pompe.

Soit U la vitesse tangentielle d'entraînement due à la rotation de la roue, W la vitesse relative par rapport à la roue, la vitesse absolue V est donc :

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$$

A l'entrée de la roue on peut admettre que la vitesse est radiale donc U_1 est perpendiculaire à V_1 ($\alpha_1=90^\circ$). On obtiendra W_1 par une construction des parallélogrammes. Pour que l'écoulement s'effectue sans choc il faut que l'aubage soit tangent à W_1 , et par conséquent, qu'il fasse un angle β_1 avec U_1 . Il en est de même à la sortie de la roue où l'angle α_2 de V_2 avec U_2 doit être égal à l'angle de l'aubage du diffuseur. Cet angle α_2 dépend de Q et de H . Les angles α_1 et α_2 sont des angles de construction dont la valeur est de l'ordre de 15° à 30° .

La roue a pour effet d'augmenter la pression de l'eau mais surtout d'augmenter son énergie cinétique.

A la sortie de la roue l'eau pénètre dans le diffuseur dont le rôle est de transformer l'énergie cinétique en énergie de pression et ramener la vitesse de l'eau à sa valeur V_1 qu'elle avait à l'entrée. Pour ce faire, la section offerte à l'écoulement doit aller en augmentant, mais pour éviter de trop grandes pertes d'énergie, l'eau est dirigée par des aubages aux tracés divergents.

A la sortie du diffuseur, il faut ramener l'eau avec cette faible vitesse jusqu'à l'entrée de la roue suivante. Ceci est le rôle des canaux de retour dont la section est généralement constante. Parfois, la diffusion se poursuit dans les canaux de retour dont la section n'est, alors, plus constante.

Le théorème d'Euler permet d'évaluer l'énergie fournie par la pompe au fluide. Soit V les vitesses absolues, u les vitesses d'entraînement et W les vitesses relatives par rapport à

la pompe. On peut construire les triangles des vitesses à l'entrée (notée 1) et à la sortie (notée 2) de la pompe :

Le théorème d'Euler exprime que la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur un domaine de fluide, est égale au débit de quantité de mouvement qui sort de ce domaine. On peut montrer aisément que ce théorème s'applique également aux moments par rapport à un axe quelconque.

Soient R_1 et R_2 les rayons de la roue à l'entrée et à la sortie, C le couple exercé sur l'axe de rotation de la pompe ; on aura :

$$C = \rho Q (R_2 V_{u2} - R_1 V_{u1})$$

Où V_{u1} et V_{u2} sont les composantes tangentielles des vitesses absolues.

La puissance fournie par la pompe est donc $P = C \omega$, ω étant la vitesse de rotation (en radian par seconde) :

$$P = \rho Q \omega (R_2 V_{u2} - R_1 V_{u1})$$

Soient S_{n1} et S_{n2} les sections offertes à l'écoulement à l'entrée et à la sortie de la roue. On aura :

$$Q = S_{n1} v_{n1} = S_{n2} v_{n2}$$

$$\text{mais : } V_{u1} = \frac{V_{n1}}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{Q}{S_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1}$$

$$V_{u2} - U_2 = -\frac{V_{n2}}{\operatorname{tg} \beta_2} \rightarrow V_{u2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$V_{u2} = \omega R_2 - \frac{Q}{S_{n2} \operatorname{tg} \beta_2}$$

La puissance fournie à l'eau est donc :

$$P = \rho Q \omega R_2 V_{u2} - \rho Q \omega R_1 V_{u1}$$

$$P = \rho Q \omega R_2 \left[\omega R_2 - \frac{Q}{S_{n2} \operatorname{tg} \beta_2} \right] - \rho Q \omega R_1 \left[\frac{Q}{S_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1} \right]$$

$$P = \rho Q \omega^2 R_2^2 - \rho Q^2 \omega \left[\frac{R_2}{S_{n2} \operatorname{tg} \beta_2} + \frac{R_1}{S_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1} \right]$$

Mais la puissance fournie à l'eau est aussi égale à : $P = \rho g Q H$, d'où la relation théorique entre H et Q :

$$H_{eff} = \frac{\omega^2 R_2^2}{g} - \frac{Q \omega}{g} \left[\frac{R_2}{S_{n2} \operatorname{tg} \beta_2} + \frac{R_1}{S_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1} \right]$$

(Souvent, les vitesses V_I sont purement radiales, donc $V_{u1} = 0$ et l'on tire de :

$$P = \rho Q \omega R_2 V_{u2} \text{ et } W = \rho g Q H .$$

$$H_{eff} = \frac{\omega R_2 V_{u2}}{g} \text{ Avec } U_2 = \omega R_2$$

$$H_{eff} = \frac{V_{u2}^2 \operatorname{Cos} \alpha_2}{g} \text{ et } Q = \pi D L V_{n2}$$

On appelle caractéristique d'une pompe, la courbe H (Q) et on voit donc que théoriquement, cette relation est linéaire. Selon le signe de l'expression $\left[\frac{R_2}{S_{n2} \operatorname{tg} \beta_2} + \frac{R_1}{S_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1} \right]$, la caractéristique sera montante ou descendante. Dans la pratique, on réalise des pompes à caractéristique descendante de façon à limiter la puissance en cas d'incident et à faciliter les couplages stables.

Cette relation n'est que théorique car une partie de la puissance sert à vaincre les frottements ($H_f \cong k Q^2$) et à compenser les pertes par choc lorsque le débit Q s'éloigne du débit Q_0 pour lequel la pompe a été dessinée [$H_c \cong K(Q - Q_0)^2$].

A partir d'une caractéristique théorique $H_t(Q)$ linéaire, on obtient une caractéristique réelle H (Q) à allure parabolique :

$$H(Q) = H_t(Q) - H_f(Q) - H_c(Q).$$

IV. DIFFÉRENTS TYPES DE POMPES CENTRIFUGES

IV.1. Directions d'écoulement

Selon les directions de l'écoulement dans la roue, on peut faire les distinctions suivantes :

- **roues à écoulement radial.** Ce sont les **pompes centrifuges** au sens strict. Elles permettent de **relever des faibles débits sur de fortes hauteurs**. La hauteur de refoulement croît avec le diamètre extérieur de la roue. Dans ce cas, l'écoulement est radial et les aubages sont des surfaces planes.

- **roues à écoulement semi-axial.** Pour **relever de forts débits sur de faibles hauteurs** on montre que les vitesses d'entrée doivent être faibles. La hauteur de refoulement étant faible le diamètre de sortie est relativement faible d'où la construction d'une pompe hélico-centrifuge avec des dimensions importantes. Les diamètres d'entrée et de sortie sont comparables.

- **roues à écoulement axial :** ce sont les pompes hélices où les pales sont constituées par des surfaces gauches. Ces pompes conviennent pour **relever de forts débits sur de faibles hauteurs**.

Dans le cas **d'un débit fort** avec **une hauteur de relèvement moyenne**, on peut faire appel aux **pompes à deux entrées** (ou pompes à deux ouïes). L'eau y pénètre symétriquement ce qui équilibre les poussées et améliore le rendement.

IV.2. Pompes mono- et multi-cellulaires

Une **pompe centrifuge multicellulaire** comporte plusieurs roues clavetées sur un même arbre d'entraînement. Chaque cellule, ou étage, comporte les éléments décrits précédemment : c'est à dire une **turbine**, un **diffuseur** et des **canaux de retour** qui ramènent l'eau à l'entrée de la turbine suivante.

On fait appel aux pompes multicellulaires lorsque la hauteur de refoulement est telle qu'elle conduirait pour une pompe monocellulaire, à des dimensions trop importantes pour la construction. On utilise également les pompes multicellulaires lorsque des raisons d'encombrement limitent le diamètre extérieur de la roue, et par conséquent, la hauteur de relèvement de chaque étage.

Une **pompe monocellulaire** ne comporte donc qu'**une seule roue**, les canaux de retour deviennent inutiles. En fait, le rôle des diffuseurs et des canaux de retour est joué par un seul élément : la volute. Cette volute a une section croissante depuis son origine jusqu'à la sortie. Mais le débit transitant dans la volute va en augmentant si bien que la vitesse y demeure sensiblement constante.

IV.3. Pompes de surface

Ce type de pompe conçue pour être installée à la surface est le plus fréquemment rencontré. Les types de pompes sont nombreux et adaptés aux fluides qu'ils doivent transporter. La qualité du fluide joue sur la conception de la pompe aussi bien que sur les matériaux utilisés pour sa construction. Généralement, le corps de la pompe est en fonte et la roue en bronze. Pour l'eau de mer par exemple,

on utilise des pompes uniquement en bronze. Pour des eaux chargées, on prévoira des accès de visite, afin de nettoyer la pompe en cas d'engorgement ; les presses étoupes seront alimentées en eau pure par un système indépendant afin de réduire les usures.

Pour les pompes de surface on rencontre aussi bien des pompes à axe de rotation vertical qu'horizontal.

IV.4. Pompes gyrostatiques

Ces pompes ont été conçues pour le cas où la hauteur d'aspiration devient trop forte pour une pompe de surface. Dans ce cas, la pompe fixée à sa conduite de refoulement, est descendue verticalement jusqu'à ce que la hauteur d'aspiration soit admissible. La pompe peut même être immergée. Le moteur d'entraînement est situé en surface, à la verticale de la pompe à axe vertical. La transmission du mouvement se fait par une ligne d'arbres logée dans la conduite de refoulement.

Généralement, les pompes utilisées sont multicellulaires puisque les dimensions sont restreintes et la hauteur de refoulement grande. Cependant, on rencontre également des pompes gyrostatiques où les différentes cellules sont réparties en relais tout au long de la conduite de refoulement.

IV.5. Groupes immergés

Les groupes immergés répondent aux mêmes besoins que les groupes gyrostatiques, c'est à dire l'exploitation de forages étroits plus ou moins profonds. Ils se composent d'une pompe à axe vertical (mono ou multicellulaire) surmontant un moteur électrique étanche. L'aspiration se fait par une crépine située entre le moteur et la pompe. Ce schéma présente l'avantage de réduire les installations de surface, de maintenir la pompe et le moteur hors gel, et de supprimer les risques de désamorçage. Par rapport aux groupes gyrostatiques, il présente l'avantage de limiter pertes d'énergie dans la transmission du mouvement.

les

V.1. Fonctionnement au régime optimal - rendement manométrique

Le régime optimal de la pompe est caractérisé par le fait que la vitesse W_1 à l'entrée de la roue est tangente à l'aube et la vitesse absolue V_2 à la sortie de la roue est tangente à l'aube fixe du diffuseur.

Les seules pertes de charge du liquide à la traversée de la pompe sont celles dues aux frottements des filets liquides entre eux et contre les aubages fixes et mobiles.

Désignons par ξ_d l'ensemble de ces pertes de charge se produisant dans les aubages fixes du diffuseur et par ξ_r l'ensemble de ces pertes de charge se produisant dans la roue.

En fournissant sur l'arbre de la pompe une énergie représentée par la hauteur H_{eff} , on ne recueille, en fait, que la hauteur nette H_n telle que :

$$H_n = H_{eff} - \xi_d - \xi_r$$

et le rendement manométrique optimal de la pompe sera :

$$\eta = \frac{H_n}{H_{eff}}$$

V.2. Fonctionnement en dehors du régime optimal -courbes caractéristiques

Une pompe centrifuge fonctionne rarement à régime constant correspondant au régime optimal, il se produit généralement des variations de régime dues aux nécessités de l'exploitation.

Le fonctionnement d'une pompe centrifuge aux différents régimes possibles est caractérisé par une surface ayant pour équation :

$$F(H, Q, N) = 0$$

N : nombre de tours par minute.

A chaque point de cette surface correspond, un point de fonctionnement de la pompe.

Si on joint, sur la surface $F(H, Q, N) = 0$, les points pour lesquels la pompe possède le même rendement, on obtient des réseaux de courbes équi-rendement.

Cette représentation à trois dimensions est assez compliquée, on adopte un système plus simple, à deux dimensions.

On supposant que la N est constante, on peut étudier pour une pompe centrifuge :

- la caractéristique $H_{eff} = f(Q)$ à vitesse constante ;
- la caractéristique $H_n = f(Q)$ à vitesse constante ;
- la caractéristique $P = f(Q)$ la puissance fournie à l'arbre de la pompe en fonction du débit;
- la caractéristique $\eta = f(Q)$ à vitesse constante.

V.3. Caractéristique de la hauteur nette à vitesse constante : $H_n = f(Q)$

La hauteur nette est égale à la hauteur effective diminuée :

- des pertes de charges ξ_d et ξ_r dues aux frottements des filets liquides entre eux et contre les parois de la pompe dans la roue ξ_r et dans le diffuseur ξ_d ;
- des pertes de charge tenant aux chocs à l'entrée et à la sortie de la roue, ces pertes supplémentaires ξ_c proviennent de la non concordance des directions des filets liquides avec les aubes de la roue (à l'entrée) et les aubes du diffuseur (à la sortie) lorsqu'on s'éloigne du régime de fonctionnement optimal.

$$H_n = H_{eff} - \xi_d - \xi_r - \xi_c$$

Compte tenu de la variation de ces différentes pertes de charge en fonction du débit, la hauteur nette a pour expression en fonction du débit Q et de la vitesse N :

$$H_n = \mu N^2 + \lambda NQ + \kappa Q^2$$

Les coefficients μ , λ et κ étant fonction des caractéristiques de la pompe (forme et dimensions des aubes de la roue et du diffuseur).

La caractéristique $H_n = f(Q)$ à vitesse constante est donc représentée par une parabole qui coupe l'axe des hauteurs en un point P dont l'ordonnée OP correspond à la hauteur à débit nul ou « hauteur de barbotage »

Caractéristique de la hauteur effective (H_{eff}), de la hauteur nette (H_n) et de la puissance (P) en fonction du débit à vitesse constante.

REMARQUES

La forme de la caractéristique H_n est intimement liée à la valeur de l'angle β_2 Ou « angle de sortie des aubes » qui est, l'angle formé à la sortie de la roue par la tangente à l'aube orientée dans le sens de W_2 et la tangente à la roue (orientée dans le sens inverse de U_2).

Si $\beta_2 < 90^\circ$ ($\tan \beta_2 > 0$), la caractéristique H_n a une allure générale tombante pouvant ou non présenter un maximum (courbe I').

Une caractéristique $H_n(Q)$ entièrement plongeante permet d'obtenir un fonctionnement stable de la pompe en évitant les oscillations de pression dans la canalisation de refoulement.

Si $\beta_2 = 90^\circ$ ($\tan \beta_2 = \infty$), la caractéristique H_n a l'allure indiquée en II' sur la figure.

Si $\beta_2 > 90^\circ$ ($\tan \beta_2 < 0$), la caractéristique H_n a l'allure représentée en III'.

Cette caractéristique $H_n = f(Q)$ se révèle expérimentalement. On fait tourner la pompe à vitesse constante, on dispose d'un vacuomètre (indicateur de vide) à l'aspiration et un manomètre au refoulement, ou plus simplement un manomètre différentiel raccordé aux deux points correspondants ; la canalisation de refoulement est munie d'une vanne de réglage du débit à l'aval du manomètre ; le débit est mesuré par un moyen quelconque (venturi, tuyère, déversoir, etc.).

Pour chaque réglage de la vanne, on note H_n au manomètre différentiel et le débit Q mesuré expérimentalement.

On trace ainsi point par point la caractéristique $H_n = f(Q)$ Cette caractéristique est fournie par le constructeur de la pompe.

V.4. Caractéristique de la puissance fournie à l'arbre de la pompe à vitesse constante : $P = f(Q)$

La théorie des turbomachines montre que la puissance absorbée par la pompe est donnée par la formule suivante, en fonction du débit Q et de la vitesse de rotation N :

$$P = \frac{\varpi N Q}{100} \left(\mu_0 N - \frac{\lambda_0}{\tan \beta_2} Q \right)$$

Avec :

P : la puissance en kw.

ϖ : Le poids volumique ($\varpi = \rho g$) en daN/m³.

Q : le débit en m³/s.

N : la vitesse de rotation en tr/min.

Les coefficients μ_0 et λ_0 étant fonction des dimensions de la roue.

Pour une vitesse N constante l'équation $P = f(Q)$ est celle d'une parabole qui, selon les valeurs de β_2 , peut présenter les formes suivantes :

- Si $\beta_2 < 90^\circ$ ($\tan \beta_2 > 0$) la caractéristique P est une parabole dont la concavité est toujours tournée vers le bas et qui présente un maximum (courbe I").

- Si $\beta_2 = 90^\circ$ ($\tan \beta_2 = \infty$) la caractéristique P est une droite représentée en II" sur la figure.

- Si $\beta_2 > 90^\circ$ ($\tan \beta_2 < 0$) la caractéristique P est une parabole à concavité tournée vers le haut (courbe III").

REMARQUES

1 - Théoriquement la caractéristique $P = f(Q)$, dans les différents cas, passe par l'origine. Pratiquement, ce régime (barbotage) donne lieu à des remous importants aussi bien dans la roue que dans le diffuseur et, d'autre part, il ne supprime pas les pertes inévitables aux joints et aux paliers ; pour toutes ces raisons, la puissance fournie à l'arbre dans ces conditions est loin d'être nulle et les caractéristiques $P = f(Q)$ ont une ordonnée à l'origine positive. A ce régime le théorème du moment cinétique n'est plus applicable et il n'y a rien d'étonnant à ce que le résultat constaté expérimentalement ne corresponde pas à la théorie, mais dès que le débit augmente les courbes prennent l'allure indiquée.

Notons qu'en régime de barbotage, la puissance absorbée par la pompe contribue pour une part à brasser et échauffer le liquide. Pour une pompe déterminée, on peut tracer la courbe donnant, en fonction du débit, réchauffement du liquide pompé ce qui permet de préciser le débit minimal au-dessous duquel réchauffement peut être excessif et dangereux.

2 - Cette caractéristique $P = f(Q)$ se relève expérimentalement en faisant tourner la pompe à vitesse constante et en réglant le débit par une vanne placée sur le refoulement. Pour chaque réglage de la vanne, on mesure :

- la puissance P transmise par le moteur à la pompe (couple mètre, moteur dynamo-métrique, puissance absorbée par le moteur dont on connaît la courbe de rendement) ;
- le débit Q refoulé (tuyère, venturi, déversoir).

V.5. Caractéristique du rendement à vitesse constante $\eta = f(Q)$

Nous nous limiterons à la caractéristique du *rendement global* qui tient compte de toutes les pertes (frottements, chocs, fuites).

Pratiquement le *rendement global* se détermine expérimentalement : nous avons indiqué comment, pour un régime donné, on pouvait déterminer expérimentalement la hauteur nette H_n et la puissance P fournie à l'arbre ; il suffit, pour chaque régime, de calculer :

$$\eta = \frac{\varpi Q H_n}{100 P}$$

η : le rendement.

P : la puissance en kW

Q : le débit en m^3/s

H_n : la hauteur nette en m.

ϖ : le poids volumique en daN/m^3 .

On trace ainsi, point par point, la caractéristique $\eta = f(Q)$ qui est en général celle fournie par les constructeurs des pompes, ainsi que les caractéristiques $H_n = f(Q)$ et $P = f(Q)$.

VI. Lois de similitude des pompes centrifuges - coefficients de Râteau - vitesse spécifique.

VI.1. Pour une pompe donnée

La théorie des turbomachines appliquée aux pompes centrifuges montre que, pour une pompe donnée fonctionnant à différentes vitesses et en des points de fonctionnement homologues (c'est-à-dire tels que les triangles des vitesses soient semblables d'un régime de fonctionnement à l'autre aussi bien à l'entrée qu'à la sortie de la roue) :

- 1- le *débit* est proportionnel à la *vitesse* ;
- 2- les *hauteurs* H_{eff} et H_m sont proportionnelles au *carré de la vitesse* ;

3- le rendement manométrique est indépendant de la vitesse ; Toutefois comme le rendement global diffère très peu du rendement manométrique, on peut dire que le rendement global est, en gros, indépendant de la vitesse, en réalité, le rendement global diminue légèrement avec la vitesse.

Ainsi, si $N' = \frac{N}{2}$ on a sensiblement $\eta' = \eta - 0,005$; si $N' = \frac{N}{3}$ on a $\eta' = \eta - 0,01$;

4- la puissance absorbée sur l'arbre de la pompe est proportionnelle au cube de la vitesse.

VI.2. Lois de similitude à plusieurs pompes semblables -coefficients de Râteau

Les pompes semblables sont supposées fonctionner en similitude mécanique c'est-à-dire à une vitesse telle que les triangles des vitesses aux points homologues soient semblables.

Dans ces conditions, si on désigne par :

r : rayon de la roue,

u : une vitesse caractéristique de cette pompe, par exemple la vitesse tangentielle à la périphérie de la roue,

Râteau a montré que les coefficients adimensionnels suivants restent constants pour toutes les pompes considérées et pour toutes les vitesses de rotation :

$$\delta = \frac{Q}{ur^2} \quad : \text{Coefficient de débit.}$$

$$\mu = \frac{gH_n}{u^2} \quad : \text{Coefficient manométrique.}$$

$$\tau = \frac{P}{\rho u^3 r^2} \quad : \text{Coefficient de puissance.}$$

η : rendement.

- pour une même pompe centrifuge tournant à une vitesse quelconque ainsi que pour des pompes semblables tournant à des vitesses quelconques, si on se trouve en des points de fonctionnement homologue (c'est-à-dire des points où les triangles des vitesses sont semblables), les coefficients de Râteau sont communs à tous les régimes de fonctionnement considérés.

Ces coefficients de Râteau présentent un grand intérêt pour la représentation de courbes de fonctionnement des pompes centrifuges. Si on dispose des courbes caractéristiques H_n , P et h en fonction de Q pour une pompe et une vitesse données et si on substitue à ces grandeurs les coefficients adimensionnels de Râteau correspondants : μ , τ , η et δ , on obtient, pour toutes les pompes semblables à la pompe considérée et pour toutes les vitesses de rotation, trois courbes qui sont les *courbes caractéristiques* de la pompe centrifuge considérée et de toutes les autres pompes semblables.

VI.3. Vitesse spécifique

Pour deux pompes semblables fonctionnant en similitude mécanique, les coefficients de Râteau permettent d'établir les relations suivantes entre leurs débits Q et Q' et leurs hauteurs (nettes ou effectives) H et H' :

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^3 \cdot K \qquad \frac{H}{H'} = \lambda^2 \cdot K^2$$

$$\text{Avec : } \lambda = \frac{D}{D'} \quad \text{et} \quad K = \frac{N}{N'}$$

En éliminant λ entre ces deux équations, on trouve :

$$K = \frac{N}{N'} = \left(\frac{H}{H'} \right)^{3/4} \left(\frac{Q'}{Q} \right)^{1/2}$$

$$\text{Où : } N \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} = N' \frac{Q'^{1/2}}{H'^{3/4}} = N_s = C^{te}$$

N_s : est la vitesse spécifique, elle s'exprime généralement en tours par minute avec Q en (m^3/s) et H en (m).

La vitesse spécifique d'une pompe est donc la vitesse à laquelle tournerait la pompe semblable qui, en régime de fonctionnement homologue, débiterait $1 \text{ m}^3/\text{s}$ à 1 m de hauteur. La puissance recueillie (exprimée en eau élevée) serait donc 1000 kg.m/s , soit environ 10 kw .

Il est conseillé de remplacer la vitesse spécifique N_s définie précédemment par le coefficient de vitesse angulaire C_v défini par l'expression :

$$C_v = \frac{\omega Q^{1/2}}{(g H)^{3/4}}$$

Avec :

H : hauteur nette d'élévation, en m.

Le coefficient de vitesse angulaire C_v est un nombre adimensionnel, valable pour toutes les pompes centrifuges, quelle que soit la nature du fluide qui les traverse.

Ce coefficient C_v est lié à la vitesse spécifique N_s par la relation approchée :

$$C_v = 0,019 N_s$$

VI.4. Utilisation pratique des lois de similitude et des courbes caractéristiques des pompes centrifuges

VI.4.1. Cas d'une pompe considérée isolément

Les propriétés que nous avons établies précédemment permettent de résoudre plusieurs problèmes pratiques dont nous allons étudier les principaux en nous limitant d'abord au cas d'une pompe considérée isolément, indépendamment de la canalisation sur laquelle elle débite.

VI.4.1.1. Influence de la vitesse de rotation sur les conditions de fonctionnement d'une pompe centrifuge

On connaît les caractéristiques $H_n = f(Q)$ et $\eta = f(Q)$ d'une pompe pour une vitesse de rotation N et on se propose de calculer la vitesse N_1 à laquelle doit tourner cette pompe pour fournir un débit Q_1 sous une charge H_1 , le point (Q_1, H_1) n'étant pas sur la caractéristique $H = f(Q)$.

Figure : influence de la vitesse de rotation sur le fonctionnement d'une pompe centrifuge.

Le point M de coordonnées Q_1 et H_1 par lequel devra passer la nouvelle caractéristique, le point M n'est pas sur la courbe $H=f(Q)$ correspondant à la vitesse de rotation N . D'après les lois de similitude nous savons que pour des points homologues du fonctionnement de la pompe, on a :

$$\frac{Q}{N} = C^{te} \cong a \quad \text{et} \quad \frac{H}{N^2} = C^{te} = b$$

En éliminant N on obtient :

$$H = \frac{b}{a^2} Q^2$$

C'est l'équation d'une famille de paraboles ; pour obtenir celle passant par $M(Q_1, H_1)$ il faut faire :

$$H_1 = \frac{b}{a^2} Q_1^2 \quad \text{et} \quad \frac{b}{a^2} = \frac{H_1}{Q_1^2}$$

Et l'équation de la parabole (P) passant par M est :

$$H = \frac{H_1}{Q_1^2} Q^2$$

Cette parabole coupe la caractéristique $H = f(Q)$ au point K de coordonnées H_2 et Q_2 qui est l'homologue de M . D'après les lois de similitude, on peut écrire :

$$\frac{N}{N_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{d'où:} \quad N_1 = N \frac{Q_1}{Q_2}$$

On aurait de même :

$$\left(\frac{N}{N_1}\right)^2 = \frac{H_2}{H_1} \quad \text{D'où:} \quad N_1 = N \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$$

Conformément aux lois de similitude le *rendement* reste le même si la hauteur varie comme le carré de la vitesse et le débit comme la vitesse, autrement dit la parabole (P) est une courbe joignant les points d'égal rendement (ou « *courbe équi-rendement* »). Le rendement au point *M* sera donc le même que celui au point *K* situé sur la même *courbe équi-rendement*, ce sera donc η_1 .

En réalité les courbes *équi-rendement* sont des *ellipses* allongées très voisines des paraboles telles que (P) sauf au voisinage de l'origine des axes où précisément les lois de similitude ne s'appliquent plus, en raison de l'importance relative des pertes volumétriques et mécaniques qui ne suivent pas les lois de similitude.

On voit donc qu'une pompe centrifuge peut conserver un excellent rendement en fournissant un débit et une hauteur différents, à condition de *modifier sa vitesse de rotation*.

VI.4.1.2. Détermination des dimensions d'une pompe centrifuge susceptible de fournir des conditions données de débit, hauteur et vitesse

On connaît la courbe caractéristique $H=f(Q)$ d'une pompe à la vitesse *N* et on se propose de déterminer les dimensions (par exemple le diamètre de la roue) d'une pompe semblable devant réaliser un débit *Q'* sous une pression *H'* en tournant à une vitesse *N'*.

Soit *D'* la dimension linéaire homologue de *D* pour la pompe cherchée.

Figure : détermination des dimensions d'une pompe centrifuge susceptible de fournir des conditions données de débit, hauteur et vitesse.

Le rapport de similitude des deux pompes est :

$$\lambda = \frac{D}{D'}$$

La vitesse spécifique de la deuxième pompe *M'* est :

$$N_s = N' \frac{Q'^{1/2}}{H'^{3/4}}$$

Conformément aux lois de similitude, au point homologue de *M'* pour la première pompe, N_s sera le même :

$$N \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} = N' \frac{Q'^{1/2}}{H'^{3/4}} \quad \text{d'où :} \quad Q = Q' \left(\frac{N'}{N} \right)^2 \left(\frac{H}{H'} \right)^{3/2} = \left[Q' \frac{N'^2}{N^2} \frac{1}{H'^{3/2}} \right] H^{3/2}$$

Tous les facteurs du crochet sont connus, soit :

$$A = Q' \frac{N'^2}{N^2} \frac{1}{H'^{3/2}}$$

Si on Trace la courbe $Q = AH^{3/2}$ (courbe 1) ; on trouve quelle coupe la caractéristique $H = f(Q)$ au point M homologue de M' . D'après les lois de similitude, on a :

$$\frac{H}{H'} = \lambda^2 K^2 \quad \text{avec} \quad K = \frac{N}{N'}$$

Donc : $\frac{H_1}{H'} = \lambda^2 \left(\frac{N}{N'}\right)^2$ d'où : $\lambda = \frac{N'}{N} \sqrt{\frac{H_1}{H'}}$

On aurait aussi :

$$\frac{Q_1}{Q'} = \lambda^3 K = \lambda^3 \frac{N}{N'} \quad \text{d'où :} \quad \lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_1 N'}{Q' N}}$$

On en déduit que : $D' = \frac{D}{\lambda}$

4.1.3. Influence du rognage de la roue sur la forme des caractéristiques

Soit une roue de pompe de rayon R (figure ci-après). Plaçons nous au point de rendement maximal et considérons le triangle de sortie des vitesses qui est caractérisé par :

$$U_2 = \frac{2 \pi R N}{60} \quad \text{et les angles } \beta_2 \text{ et } \alpha_2$$

Figure : influence du rognage de la roue sur la forme des caractéristiques de la pompe.

Le rognage signifie la réduction du diamètre extérieur de la roue et le rayon deviens R' , si la réduction du diamètre de la roue n'excède pas 12 à 15 %, l'angle de sortie des aubes reste constant. Le nouveau triangle de sortie des vitesses au point de rendement maximal sera caractérisé par :

$$U'_2 = \frac{2 \pi R' N}{60} \quad \text{et les même angles } \beta_2 \text{ et } \alpha_2$$

Le nouveau triangle de sortie des vitesses est donc semblable au premier, dans le rapport $\frac{R}{R'}$. Il en résulte :

- pour le rapport des hauteurs :

$$\frac{H'}{H} = \frac{V'_{u2} \cdot U'_2}{V_{u2} \cdot U_2} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$$

- pour le rapport des débits :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{2 \pi R' l V_{n2}}{2 \pi R l V_{n2}} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$$

l : représente la largeur de la roue à la sortie (comptée parallèlement à l'arbre) ; elle est pratiquement constante pour des rognages de 12 à 15 %.

Donc $\frac{H'}{H} = \frac{Q'}{Q} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$ et la caractéristique $H=f(Q)$ dans la zone de rendement maximal se déplace donc homothétiquement par rapport à l'origine dans le rapport $\left(\frac{R'}{R}\right)^2$.

Considérant que le rendement pratiquement constant, on peut écrire :

$$\frac{P}{P'} = \frac{QH}{Q'H'} = \left(\frac{R'}{R}\right)^4 \quad \text{et} \quad \frac{Q'}{Q} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$$

Donc :

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 \quad \text{ou} \quad \frac{P}{Q^2} = \frac{P'}{Q'^2} = a$$

Au point M de la caractéristique $P=f(Q)$ de la roue de rayon R , correspond donc le point M' de la caractéristique $P'=f(Q')$ de la roue de rayon R' , les points M et M' étant situés sur la parabole $P = aQ^2$

passant par M ; l'abscisse Q_I du point M' est telle que : $\frac{Q'}{Q} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$

De même pour les autres points $M_1, M_2 \dots$ de la caractéristique $P=f(Q)$.

Figure : influence du rognage de la roue sur la caractéristique de la puissance.

4.1.5. Cavitation - notion de NPSH

Figure : Cavitation d'une pompe centrifuge

Soit une pompe centrifuge dont l'axe supposé horizontal est à une hauteur h_A au-dessus du plan d'eau à l'aspiration. Si P_A est la pression absolue à l'entrée de la roue au point A et V_A la vitesse en ce point et si J_A est la perte de charge totale entre les points C et A d'un filet liquide partant de la surface libre à l'aspiration en C et passant en A, le théorème de Bernoulli appliqué entre les deux points considérés de ce filet donne :

$$h_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + J_A = \frac{P_a}{\rho g}$$

P_a : pression atmosphérique ou pression dans la bêche d'aspiration ou :

$$\frac{P_A}{\rho g} = \frac{P_a}{\rho g} - h_A - \frac{V_A^2}{2g} - J_A$$

V_A varie comme Q et J_A varie sensiblement comme Q^2 ; on peut donc poser :

$\frac{V_A^2}{2g} + j_A = KQ^2$ et la hauteur représentative de la pression absolue à l'ouïe de la roue s'écrit :

$$\frac{P_A}{2g} = \frac{P_a}{\rho g} - h_A - KQ^2$$

Pour une installation donnée (P_a et h_A donnés), la courbe : $\frac{P_A}{2g} = f(Q)$ est une parabole p_1 (figure suivante).

Figure : Définition du NPSH

Soit $h_v = \frac{P_v}{\rho g}$ la hauteur représentative de la tension de vapeur du liquide pompé à la température considérée.

Les constructeurs et installateurs de pompes ont introduit la notion de *NPSH* (« *net positive suction head* » qu'on peut traduire par « *charge nette à l'aspiration* »). Le NPSH est la cote de la ligne piézométrique à l'entrée de la tubulure d'aspiration de la pompe, rapportée à l'axe de celle-ci, exprimée en mètres et diminuée de la hauteur représentative de la tension de vapeur du liquide, soit :

$$\text{NPSH} = \frac{P_A}{\rho g} - h_v$$

Le NPSH est indépendante de la pompe utilisée et ne dépend que de l'installation (longueur et diamètre de la canalisation d'aspiration, pertes de charge le long de cette canalisation, hauteur géométrique d'aspiration).

C'est donc une donnée fournie par l'installateur de la pompe on l'appelle plus précisément le NPSH disponible, soit :

$$(\text{NPSH})_d = \frac{P_A}{\rho g} - h_v$$

Il est représenté par la distance verticale AB de la parabole p_1 à l'horizontale d'ordonnée h_v (figure précédente).

Mais le point A n'est pas le point où la pression est la plus faible le long du filet liquide considéré qui traverse la roue après A. Le minimum de pression sera normalement atteint en un certain point B.

Désignons par :

P_B : La pression absolue en B ;

h_B : La distance verticale de B à la surface libre à l'aspiration ;

V_B : La vitesse absolue en B (on a évidemment $V_B > V_A$) ;

J_{AB} : La perte de charge de A en B.

Le théorème de Bernoulli appliqué entre A et B permet d'écrire :

$$h_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} = h_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + J_{AB}$$

Faisons l'approximation $h_A \cong h_B$ et supposons que la pression en B atteigne la tension de vapeur, c'est-à-dire :

$$\frac{P_B}{\rho g} = h_v$$

La pression en A prend alors la valeur particulière P'_A et l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{P'_A}{\rho g} = h_v + \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g} + J_{AB}$$

On peut poser :

$$\frac{v_A^2}{2g} = k_1 Q^2 ; \frac{v_B^2}{2g} = k_2 Q^2 \quad (k_2 > k_1) \text{ et } J_{AB} = k_3 Q^2$$

Donc :

$$\frac{P'_A}{\rho g} = h_V + (k_2 - k_1 + k_3) Q^2$$

Ou :

$$\frac{P'_A}{\rho g} = h_V + K' Q^2$$

Avec :

$$K' = k_2 - k_1 + k_3 > 0$$

La courbe $\frac{P'_A}{\rho g} = f(Q)$ est la parabole P_2 qui coupe P_1 en M.

Par définition, le NPSH requis est :

$$(\text{NPSH})_r = \frac{P_A}{\rho g} - h_V$$

Il est donc représenté par la distance verticale BC de la parabole P_2 à l'horizontale d'ordonnée h_V .

Notons que le NPSH requis est *indépendant de l'installation* de la pompe ; il ne dépend que de ce qui se passe entre A et B, c'est-à-dire de la pompe elle-même ; c'est donc une donnée fournie par le constructeur de la pompe.

Soit N l'intersection de P_1 avec l'horizontale d'ordonnée h_V (figure précédente).

Si $Q < Q_M$, c'est-à-dire si $(\text{NPSH})_d > (\text{NPSH})_r$ ou :

$$\frac{P_A}{\rho g} - h_V > \frac{P'_A}{\rho g} - h_V$$

ou $P_A > P'_A$, La pression absolue à l'intérieur de la pompe n'atteint nulle part P_V ; aucune cavitation n'est à craindre.

- Si $Q = Q_M$ c'est-à-dire si $(\text{NPSH})_d = (\text{NPSH})_r$ ou $P_A = P'_A$, la pression absolue atteint P_V au point B où la cavitation apparaît, le liquide se met à bouillir en B et il y a formation d'une poche de vapeur avec chocs très violents et vibrations importantes de la pompe.
- Si $Q_M < Q < Q_N$, c'est-à-dire si $(\text{NPSH})_d < (\text{NPSH})_r$, la cavitation se développe autour du point B, la poche de vapeur augmente d'importance.

- Si $Q = Q_N$, c'est-à-dire si $(NPSH)_d = 0 < (NPSH)_r$ ou $\frac{P_A}{\rho g} = h_v$ la cavitation commence en A et s'étend jusqu'au delà de B.

En définitive, pour éviter le phénomène de cavitation, il faut que le *NPSH* disponible soit toujours supérieur au *NPSH* requis.

ASPECT PHYSIQUE DU PHÉNOMÈNE DE CAVITATION - SES DANGERS -SON INFLUENCE SUR LA FORME DES COURSES CARACTÉRISTIQUES.

La production de « cavités » dues à des bulles ou poches de vapeur dans la masse liquide en écoulement est génératrice de chocs très violents (bruit de bétonnière) et de *corrosions mécaniques rapides et spectaculaires* pouvant détruire très rapidement les organes de la pompe (roue et diffuseur). En fait, les érosions constatées sont dues essentiellement aux *chocs* considérables qui se manifestent lorsque les bulles ou poches de vapeur se résorbent par condensation rapide dans les zones où la pression reprend une valeur suffisante.

Les poches de vapeur engendrées lors de la cavitation proprement dite se déforment alors rapidement d'où résulte la production de « coups d'eau » qui peuvent heurter la paroi contre laquelle se trouve la bulle avec une force considérable et une fréquence élevée, produisant une érosion mécanique très importante.

Les *courbes caractéristiques* $H(Q)$, $P(Q)$ et $\eta(Q)$ subissent une chute brutale à partir du moment où se produit la cavitation.