Algèbre de Boole

- Définition des variables et fonctions logiques
- Les opérateurs de base et les portes logiques .
- Les lois fondamentales de l'algèbre de Boole

1

1. Introduction

- Les machines numériques sont constituées d'un ensemble de circuits électroniques.
- Chaque circuit fournit une fonction logique bien déterminé (addition, comparaison ,….)
- Pour concevoir et réaliser ce circuit on doit avoir modèle mathématique de la fonction réalisé par ce circuit .
- Ce modèle doit prendre en considération le système binaire.
- Le modèle mathématique utilisé est celui deBoole.

2

2. Algèbre de Boole

- George Boole est un mathématicien anglais (1815-1864).
- Il a fait des travaux dont les quels les expressions (fonctions) sont constitués par des objets (variables) qui peuvent prendre les valeurs 'OUI' ou 'NON'.
- Ces travaux ont été utilisés pour faire l'étude des systèmes qui possèdent deux états s'exclus mutuellement :
  - Le système peut être uniquement dans deux états E1 et E2 tel que E1 est l'opposé de E2.
  - Le système ne peut pas être dans l'état E1 et E2 en même temps
- Ces travaux sont bien adaptés au Systèmes binaire (0 et 1).

3

Exemple de systèmes à deux états

- Un interrupteur est ouvert ou non
- Une lampe est allumée ou non
- Une porte est ouverte ou non
- Remarque :

On peut utiliser les conventions suivantes :

OUI → VRAI (true)
NON → FAUX (false)

OUI → 1 (Niveau Haut)
NON → 0 (Niveau Bas)

4

3. Définitions et conventions

3.1. **Niveau logique :** Lorsque on fait l'étude d'un système logique il faut bien préciser le niveau du travail.

Niveau	Logique positive	Logique négative
H (Hight) haut	1	0
L (Low) bas	0	1

Exemple :

Logique positive :
lampe allumé : 1
lampe éteinte : 0
Logique négative
lampe allume : 0
lampe éteinte : 1

5

3.2. Variable logique

- Une variable logique (booléenne) est une variable qui peut prendre soit la valeur 0 ou 1 . Généralement elle est exprimer par un seul caractère alphabétique en majuscule (A , B, S , …)
- **Exemple :**
  - Une lampe : allumée L = 1
    éteinte L = 0
  - Premier interrupteur ouvert : I1 =1
    fermé : I1 =0
  - 2éme interrupteur ouvert : I2=1
    fermé : I2=0

6

3.3. Fonction logique

- C'est une fonction qui relie N variables logiques avec un ensemble d'opérateurs logiques de base.
- Dans l'Algèbre de Boole il existe trois opérateurs de base : NON , ET , OU.
- La valeur d'une fonction logique est égale à 1 ou 0 selon les valeurs des variables logiques.
- Si une fonction logique possède N variables logiques → 2^n combinaison → la fonction possède 2^n valeurs.
- Les 2^n combinaisons sont représentées dans une table qui s'appelle table de vérité (TV).

7

Exemple d'une fonction logique

F(A,B,C)= $\overline{A}\ \overline{B}\ C + \overline{A}\ B\ C + A\ \overline{B}\ C + A\ B\ C$

Une table de vérité

A	B	C		F
0	0	0		0
0	0	1		1
0	1	0		0
0	1	1		1
1	0	0		0
1	0	1		1
1	1	0		0
1	1	1		1

8

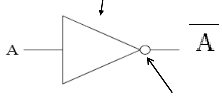
4. Opérateurs logiques de base
4.1 NON (négation)

- NON : est un opérateur unaire (une seule variable) à pour rôle d'inverser la valeur de la variable .
- F(A)= Non A = $\overline{A}$

(lire A barre)

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Une porte logique



Pour indiquer une inversion

9

4. Opérateurs logiques de base
4.2 ET (AND)

- Le ET est un opérateur binaire (deux variables) , à pour rôle de réaliser le Produit logique entre deux variables booléennes.
- Le ET fait la conjonction entre deux variables.
- Le ET est défini par : F(A,B)= A . B

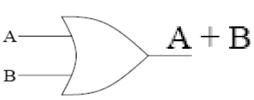
A	B	A • B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

10

4.Opérateurs logiques de base
4.3 OU (OR)

- Le OU est un opérateur binaire (deux variables) , à pour rôle de réaliser la somme logique entre deux variables logiques.
- Le OU fait la disjonction entre deux variables.
- Le OU est défini par F(A,B)= A + B (il ne faut pas confondre avec la somme arithmétique)

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



11

Remarques

- Dans la définition des opérateurs ET , OU , nous avons juste donner la définition de base avec deux variable.
- L'opérateur ET pour réaliser le produit entre plusieurs variables booléens (ex : A . B . C . D).
- L'opérateur OU peut aussi réaliser la somme entre plusieurs variables logique (ex : A + B + C +D).
- Dans une expression on peut aussi utiliser les parenthèses.

12

4.4 Précédence des opérateurs (priorité des opérateurs)

- Pour évaluer une expression logique (fonction logique) :
  - on commence par évaluer les sous expressions entre les parenthèses.
  - puis le complément (NON) ,
  - en suite le produit logique (ET)
  - enfin la somme logique (OU)

Exemple :

$$F(A, B, C) = (\overline{AB})\,(C + B) + A\,\overline{B}C$$

13

4.5 Lois fondamentales de l'Algèbre de Boole

•L'opérateur NON

$$\overline{\overline{A}} = A$$
$$\overline{A} + A = 1$$
$$\overline{A} \bullet A = 0$$

14

4.5 Lois fondamentales de l'Algèbre de Boole

•L'opérateur ET

$(A \bullet B) \bullet C = A \bullet (B \bullet C) = A \bullet B \bullet C$	Associativité
$A \bullet B = B \bullet A$	Commutativité
$A \bullet A = A$	Idempotence
$A \bullet 1 = A$	Elément neutre
$A \bullet 0 = 0$	Elément absorbant

15

4.5 Lois fondamentales de l'Algèbre de Boole

• L'opérateur OU

$(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C$	Associativité
$A + B = B + A$	Commutativité
$A + A = A$	Idempotence
$A + 0 = A$	Elément neutre
$A + 1 = 1$	Elément absorbant

16

4.5 Lois fondamentales de l'Algèbre de Boole

•Distributivité

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C) \quad \text{Distributivité du ET sur le OU}$$
$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C) \quad \text{Distributivité du OU sur le ET}$$

17

4.5 Lois fondamentales de l'Algèbre de Boole

•Autres relations utiles

$$A + (A \bullet B) = A$$
$$A \bullet (A + B) = A$$
$$(A + B) \bullet (A + \overline{B}) = A$$
$$A + (\overline{A} \bullet B) = A + B$$

18

5. Dualité de l’algèbre de Boole

- Toute expression logique reste vrais si on remplace le ET par le OU , le OU par le ET , le 1 par 0 , le 0 par 1.
- Exemple :

  $A + 1 = 1 \rightarrow A \,.\, 0 = 0$

  $A + \overline{A} = 1 \rightarrow A \,.\, \overline{A} = 0$

19

6. Théorème de DE-MORGANE

•La somme logique complimentée de deux variables est égale au produit des compléments des deux variables.

$$\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$

- Le produit logique complimenté de deux variables est égale au somme logique des compléments des deux variables.

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$$

20

6.1 Généralisation du Théorème DE-MORGANE à N variables

$$\overline{A \bullet B \bullet C \bullet \ldots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots$$

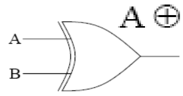
$$\overline{A + B + C + \ldots} = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} \bullet \ldots$$

21

7. Autres opérateurs logiques
7.1 OU exclusif (XOR)

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$A \oplus B$



Il n’y a pas de portes XOR à plus de 2 entrées

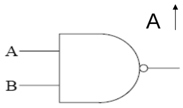
22

7. Autres opérateurs logiques
7.2 NAND (NON ET)

A	B	$\overline{A \bullet B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A / B

$A \uparrow B$

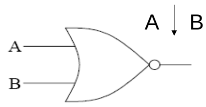


23

7. Autres opérateurs logiques
7.3 NOR (NON OU)

A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$A \downarrow B$



24

7.4 NAND et NOR sont des opérateurs universels

- En utilisant les NAND et les NOR c'est possible d'exprimer n'importe qu'elle expression (fonction) logique.
- Pour cela , Il suffit d'exprimer les opérateurs de bases (NON , ET , OU) avec des NAND et des NOR.

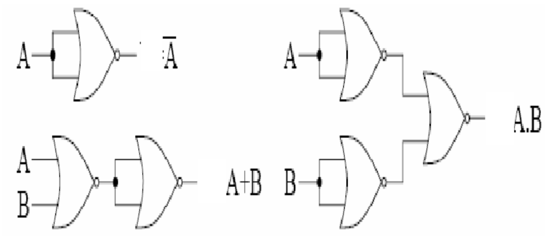
25

7.4.1 Réalisation des opérateurs de base avec des NOR

- $\overline{A} = \overline{A + A} = A \downarrow A$
- $A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{A \downarrow B} = (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$
- $A . B = \overline{\overline{A} + \overline{B}} = \overline{A} \downarrow \overline{B}$

26

7.4.2 Réalisation des opérateurs de base avec des NOR



27

Exercice

- **Exprimer le NON , ET , OU en utilisant des NAND ?**

28

7.4.3 Propriétés des opérateurs NAND et NOR

- $A / 0 = 1$, $A \downarrow 0 = \overline{A}$
- $A / 1 = \overline{A}$, $A \downarrow 1 = 0$
- $A / B = B / A$, $A \downarrow B = B \downarrow A$

- Les opérateurs NAND et NOR ne sont pas associatifs

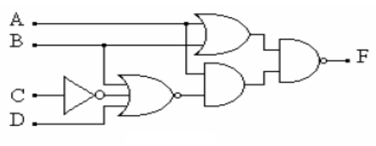
$(A / B) / C \# A / (B / C)$

$(A \downarrow B) \downarrow C \# A \downarrow (B \downarrow C)$

29

7. Schéma d'un circuit logique (Logigramme)

$$F = \overline{(A + B) . (\overline{B + \overline{C} + D}) .A}$$



30

Définition textuelle d'une fonction logique , table de vérité , forme algébrique , simplification algébrique, table de Karnaugh

31

1. Définition textuelle d'une fonction logique

- Généralement la définition du fonctionnement d'un système est donnée sous un format textuelle .
- Pour faire l'étude et la réalisation d'un tel système on doit avoir son modèle mathématique (fonction logique).
- Donc il faut tirer (déduire) la fonction logique a partir de la description textuelle.
- Mais il faut d'abord passer par la table de vérité.

32

Exemple : définition textuelle du fonctionnement d'un système

- Une serrure de sécurité s'ouvre en fonction de trois clés A, B, C. Le fonctionnement de la serrure est définie comme suite :

  S(A,B,C)= 1 si au moins deux clés sont utilisées

  S(A,B,C)= 0 sinon

S=1 → serrure ouverte

S=0 → serrure est fermé

33

2. Table de vérité
2.1Rappel :

- Si une fonction logique possède N variables logiques → 2^n combinaisons → la fonction possède 2^n valeurs.
- Les 2^n combinaisons sont représentées dans une table qui s'appelle table de vérité.

34

2. Table de vérité
2.2 Exemple

A	B	C		S		
0	0	0		**0**	→ $A+B+C$	**Maxterme**
0	0	1		**0**	→ $A+B+\overline{C}$	
0	1	0		**0**	→ $A+\overline{B}+C$	
0	1	1		**1**	→ $\overline{A}.B.C$	**Minterme**
1	0	0		**0**	→ $\overline{A}+B+C$	
1	0	1		**1**	→ $A.\overline{B}.C$	
1	1	0		**1**	→ $A.B.\overline{C}$	
1	1	1		**1**	→ $A.B.C$	

35

2.3 Extraction de la fonction logique à partir de la T.V

- F = somme mintermes

$$F(A,B,C) = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + A.B.C$$

- F= produit des maxtermes

$$F(A,B,C) = (A+B+C)\ (A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)\ (\overline{A}+B+C)$$

36

3. Forme canonique d'une fonction logique

- On appel forme canonique d'une fonction la forme ou chaque terme de la fonction comportent toutes les variables.
- Exemple :

$$F(A, B, C) = AB\overline{C} + A\overline{C}B + \overline{A}BC$$

Il existent plusieurs formes canoniques : les plus utilisées sont la première et la deuxième forme .

37

3.1 Formes canoniques Première forme canonique

- Première forme canonique (forme disjonctive) : somme de produits
- C'est la somme des mintermes.
- Une disjonction de conjonctions.
- Exemple :

$$F(A,B,C) = \overline{A}\,.\,B\,.\,C + A\,.\,\overline{B}\,.\,C + A\,.\,B\,.\,\overline{C} + A\,.\,B\,.\,C$$

- Cette forme est la forme la plus utilisée.

38

3.2 Formes canoniques Deuxième forme canonique

- Deuxième forme canonique (conjonctive): produit de sommes
- Le produit des maxtermes
- Conjonction de disjonctions
- Exemple :

$$F(A,B,C) = (A+B+C)\,(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)\,(\overline{A}+B+C)$$

La première et la deuxième forme canonique sont équivalentes .

39

Remarque 1

- On peut toujours ramener n'importe qu'elle fonction logique à l'une des formes canoniques.
- Cela revient à rajouter les variables manquants dans les termes qui ne contiennent pas toutes les variables (les termes non canoniques).
- Cela est possible en utilisant les règles de l'algèbre de Boole :
  - Multiplier un terme avec une expression qui vaut 1
  - Additionner à un terme avec une expression qui vaut 0
  - Par la suite faire la distribution

40

Exemple

1. $F(A, B) = A + B$

$$= A\,(B + \overline{B}) + B(\,A + \overline{A})$$
$$= AB + A\overline{B} + AB + \overline{A}B$$
$$= AB + A\overline{B} + \overline{A}B$$

2. $F(A, B, C) = AB + C$

$$= AB(C + \overline{C}) + C(\,A + \overline{A})$$
$$= ABC + AB\overline{C} + AC + \overline{A}C$$
$$= ABC + AB\overline{C} + AC(B + \overline{B}) + \overline{A}C\,(B + \overline{B})$$
$$= ABC + AB\overline{C} + ABC + A\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}\,\overline{B}C$$
$$= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}\,B\,C + \overline{A}\,\overline{B}\,C$$

41

Remarque 2

- Il existe une autre représentation des formes canoniques d'une fonction , cette représentation est appelée forme numérique.
- R : pour indiquer la forme disjonctive
- P : pour indiquer la forme conjonctive.

$$R(\,2,4,6) = \sum(2,4,6) = R(\,010,100,110) = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}$$

$$P(0,1,3,5,7) = \prod(0,1,3,5,6) = P(000,001,011,101,111)$$
$$= (A+B+C)(A+B+\overline{C})\,(A+\overline{B}+\overline{C})\,(\overline{A}+B+\overline{C})\,\,(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

42

Remarque 3 : déterminer $\overline{F}$

A	B	C		F	$\overline{F}$
0	0	0		**0**	**1**
0	0	1		**0**	**1**
0	1	0		**0**	**1**
0	1	1		**1**	**0**
1	0	0		**0**	**1**
1	0	1		**1**	**0**
1	1	0		**1**	**0**
1	1	1		**1**	**0**

$$\overline{F} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C}$$

43

Exercice 1

- Déterminer la première et la deuxième forme canonique à partir de la TV suivante. Déterminer aussi la fonction inverse ?. Tracer le logigramme de la fonction ?

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

44

Exercice 2

- Faire le même travail avec la T.V suivante :

A	B	C		S
0	0	0		**0**
0	0	1		**1**
0	1	0		**1**
0	1	1		**1**
1	0	0		**0**
1	0	1		**1**
1	1	0		**1**
1	1	1		**1**

45

4. Simplification des fonctions logiques

46

4. Simplification des fonctions logiques

- L'objectif de la simplification des fonctions logiques est de :
  - réduire le nombre de termes dans une fonction
  - et de réduire le nombre de variables dans un terme
- Cela afin de réduire le nombre de portes logiques utilisées → réduire le coût du circuit
- Plusieurs méthodes existent pour la simplification :
  - Méthode algébrique
  - Méthodes graphiques : table de karnaugh
  - Les méthodes programmables

47

5. Méthode algébrique

- Le principe consiste à appliquer les règles de l'algèbre de Boole afin d'éliminer des variables ou des termes.
- Mais il n'y a pas une démarche bien spécifique.
- Voici quelques règles les plus utilisées :

$$A\,B + \overline{A}\,B = B$$
$$A + A\,B = A$$
$$A + \overline{A}\,B = A + B$$
$$(A + B)\,(A + \overline{B}) = B$$
$$A\,(A + B) = A$$
$$A\,(\overline{A} + B) = AB$$

48

5.1 Règles de simplification

- Règles 1 : regrouper des termes à l'aide des règles précédentes
- Exemple

$$ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}CD = AB(C + \overline{C}) + A\overline{B}CD$$
$$= AB + A\overline{B}CD$$
$$= A(B + \overline{B}(CD))$$
$$= A(B + CD)$$
$$= AB + ACD$$

49

5.1 Règles de simplification

- Règles 2 : Rajouter un terme déjà existant à une expression
- Exemple :

$$ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} =$$
$$ABC + \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}C + ABC + AB\overline{C} =$$
$$BC + AC + AB$$

50

5.1 Règles de simplification

- Règles 3 : il est possible de supprimer un terme superflu (en plus), c'est-à-dire déjà inclus dans la réunion des autres termes.
- Exemple : soit l'expression suivante

$F(A,B,C) = AB + \overline{B}C + AC$

Si B = 0 alors F= A . 0 + 1 . C + AC= C (1+A)= C
Si B= 1 alors F = A.1 + 0. C + AC = A + AC = A

On remarque que le terme AC n'intervient pas dans la valeur finale de la fonction alors il est superflus → possible de l'éliminer.

51

5.1 Règles de simplification

- Le terme superflu

$$F(A,B,C) = AB + \overline{B}C + AC = AB + \overline{B}C + AC(B + \overline{B})$$
$$= AB + \overline{B}C + ACB + A\overline{B}C$$
$$= AB(1 + C) + \overline{B}C(1 + A)$$
$$= AB + \overline{B}C$$

52

5.1 Règles de simplification

- Règles 4 : il est préférable de simplifier la forme canonique ayant le nombre de termes minimum.
- Exemple :

$$F(A,B,C) = R(2,3,4,5,6,7)$$
$$\overline{F(A,B,C)} = R(0,1) = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C$$
$$= \overline{A}.\overline{B}(\overline{C} + C)$$
$$= \overline{A}.\overline{B} = \overline{A + B}$$
$$F(A,B,C) = \overline{\overline{F(A,B,C)}} = \overline{\overline{A + B}} = A + B$$

53

Exercice 1

Démontrer la proposition suivante

$$AB + BC + AC + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C = A + B + C$$

54

Exercices 2

4./ Un jury composé de 4 membres pose une question à un joueur, qui à son tour donne une réponse. Chaque membre du jury positionne son interrupteur à " 1 " lorsqu'il estime que la réponse donnée par le joueur est juste (avis favorable) et à " 0 " dans le cas contraire (avis défavorable). Les interrupteurs des membres du jury sont notés A, B, C, D.

On traite la réponse de telle façon que l'on positionne une variable succès (S=1) lorsque la majorité des membres de jury est favorable, une variable Echec (E=1) lorsque la majorité des membres de jury est défavorable et une variable Egalité (N=1) lorsqu'il y a autant d'avis favorables que d'avis défavorables. A partir de ces hypothèses,

a./ Déduire une table de vérité pour le problème,

b./ Donner les équations simplifiées de S, E,

c./ En déduire l'équation de N,

d./ Représenter E (<u>simplifiée</u>) par un <u>seul schéma</u> contenant <u>uniquement</u> des portes Nand et Nor.

55

6.Tableau de Karnaugh

•Examinons l'expression suivante :

$$A\,.\,B + A\,.\,\overline{B}$$

•Les deux termes possèdent les même variables. La seule différence est l'état de la variable B qui change.
•Si on applique les règles de simplification :

$$AB + A\overline{B} = A(B + \overline{B}) = A$$

•Ces termes sont dites adjacents.

56

Exemple de termes adjacents

- Ces termes sont adjacents
  - $AB + \overline{A}B = B$
  - $ABC + A\overline{B}C = AC$
  - $ABCD + AB\overline{C}D = ABC$
- Ces termes ne sont pas adjacents
  - $AB + \overline{A}\,\overline{B}$
  - $ABC + \overline{A}\,\overline{B}C$
  - $ABCD + AB\overline{C}\,\overline{D}$

57

6.Tableau de Karnaugh

•La méthode de Karnaugh se base sur la règle précédente.

• La méthode consiste a mettre en évidence par une méthode graphique tous les termes qui sont adjacents (qui ne diffèrent que par l'état d'une seule variable).

•La méthode peut s'appliquer aux fonctions logiques de 3,4,5 et 6 variables.

58

6.1 Description de la table de karnaugh

B \ A	0	1
0		
1		

Tableau à 2 variables

C \ AB	00	01	11	10
0				
1				

Tableau à 3 variables

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Tableau à 4 variables

59

Description de la table de Karnaugh à 5 variables

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

U = 0

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

U= 1

60

6.2 Passage de la table de vérité à la table de Karnaugh

A	B	C	S
0	0	0	**0**
0	0	1	**0**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**1**

C \ AB	00	01	11	10
0			**1**	
1		**1**	**1**	**1**

61

6.3 Méthode de simplification Exemple : 3 variables

C \ AB	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$ABC + AB\overline{C} = AB$

$ABC + A\overline{B}C = AC$

$\overline{A}BC + ABC = BC$

$$F(A,B,C) = AB + AC + BC$$

62

6.3 Méthode de simplification

1. Remplir le tableau à partir de la table de vérité.
2. Faire des regroupements : des regroupements de 16,8,4,2,1
3. Les même termes peuvent participer à plusieurs regroupements.
4. Dans un groupement :
   - qui contient un seule terme on peut pas éliminer de variables.
   - Dans un regroupement qui contient deux termes on peut éliminer une variable (celle qui change d'état).
   - Dans un regroupement de 4 termes on peut éliminer deux variables
   - ……………….
5. L'expression logique finale est la réunion (somme) des groupements après simplification et élimination des variables qui changent d'état.

63

Exemple : 4 variables

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	1
11				1
10	1			1

$$F(A,B,C,D) = A\overline{B} + \overline{B}\,\overline{D} + B\overline{C}D$$

64

Exemple à 5 variables

zt \ xy	00	01	11	10
00	1			
01	1		1	
11	1		1	
10	1			

U=0

zt \ xy	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11	1	1		
10	1			

U=1

$$F(X,Y,Z,T,U) = \overline{X}\,\overline{Y} + X\,Y\,T\overline{U} + X\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,U + \overline{X}\,Y\,Z\,U$$

65

Exercices

Trouver la forme simplifié des fonctions à partir des deux tableaux ?

c \ ab	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1		1	1

cd \ ab	00	01	11	10
00	1		1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

66

6.4 Cas de fonction non totalement définie

•Soit l'exemple suivant :

Une serrure de sécurité s'ouvre en fonction de quatre clés A, B, C D. Le fonctionnement de la serrure est définie comme suite :

S(A,B,C,D)= 1 si au moins deux clés sont utilisées

S(A,B,C,D)= 0 sinon

Les clés A et D ne peuvent pas être utilisées en même temps.

•On remarque que si la clé A et D sont utilisées en même temps l'état du système n'est pas déterminé.

•Ces cas sont appelés cas impossibles ou interdites → comment représenter ces cas dans la table de vérité ?.

67

6.4 Cas de fonction non totalement définie

•Pour les cas impossibles ou interdites Il faut mettre un X dans la T.V .

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	X
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	1
1	1	0	1	X
1	1	1	0	1
1	1	1	1	X

68

6.4 Cas de fonction non totalement définie

- Il est possible d'utiliser les X dans des regroupements :
  - Soit les prendre comme étant des 1
  - Ou les prendre comme étant des 0

cd \ ab	00	01	11	10
00			1	
01		1	x	x
11	1	1	x	x
10		1	1	1

AB+CD+AC+BC+BD

69

Exercice 1

Trouver la fonction logique simplifiée à partir de la table suivante ?

cd \ ab	00	01	11	10
00		1	x	
01	1	x		1
11	1		x	1
10	x		1	x

70

Exercice 2

- Faire l'étude (table de vérité , table e karnaugh , fonction simplifié) du circuit qui nous permet de passer du codage binaire au codage BCD ?
- Faire le même travail pour le circuit qui permet le passage du codage ACCESS 3 au codage BCD

71

7. Exemple de synthèse (Exercice 10 TD5)

10./ La figure 1 représente un réservoir alimenté par deux vannes V1 et V2. On distingue trois niveaux : Sécurité, Moyen, Haut:

- lorsque le niveau du liquide est inférieur ou égal à Moyen mais supérieur à Sécurité, seule V1 est ouverte.
- lorsque le niveau du liquide est supérieur à Moyen mais inférieur à Haut, seule V2 est ouverte.
- lorsque le niveau de liquide a atteint le niveau Haut, les deux vannes sont fermées.
- lorsque le niveau de liquide est inférieur ou égale à Sécurité, V1 et V2 sont ouvertes.

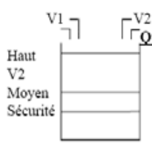


Figure 1

Question:

Donner les équations logiques de l'ouverture de V1 et en fonction du niveau de liquide.

72