وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة باجي مختار عنابة
كلية الآداب و العلوم الإنسانية و الاجتماعية
قسم التربية البدنية و الرياضية

مقياس الإحصاء سنة ثانية
الدرس الرابع

إعداد الدكتور: بن شيخ يوسف

قائمة المحتويات

4 – الارتباط و الانحدار
- أنواع الارتباط
- حسب عدد المتغيرات
- حسب نوع العلاقة
- حسب قوة العلاقة

4 . 1 العلاقة بين متغيرين كميين
- لوحة الانتشار
- أنواع لوحة الانتشار
- العلاقات الخطية
- معامل الارتباط الخطي البسيط
- شرح معامل الارتباط الخطي
- معامل (التحديد)
- الدلالة الإحصائية لمعامل التحديد

4 . 2 الارتباط بين متغيرين نوعيين (الرتبي)

4 . 3 الانحدار الخطي

الخطأ المعياري لمعادلة الانحدار أو التنبؤ:

الانحدار الخطي:

في هذا المحور الهدف ليس دراسة الارتباط بين متغيرين كميين و إنما الهدف هو التنبؤ بقيم متغير من خلال قيم الآخر.

مثال:

التنبؤ بقيم الوزن من خلال قيم الوزن، التنبؤ بقيم IMC من خلال قيم الوزن، التنبؤ بقيم FC_{max} من خلال السن.

و هذا النوع من الدراسات الإحصائية يسمى بالانحدار حيث إذا كانت العلاقة بين المتغيرين x و y علاقة خطية يمكن و أردنا التنبؤ بقيم متغير من خلال المتغير الثاني يمكننا وضع هذه العلاقة في شكل معادلة رياضية بسيطة على النحو التالي:

$$Y = AX + B$$

هذه المعادلة هي التي تساعدنا في عملية التنبؤ حيث:

X: المتغير التابع.

Y: المتغير المستقل.

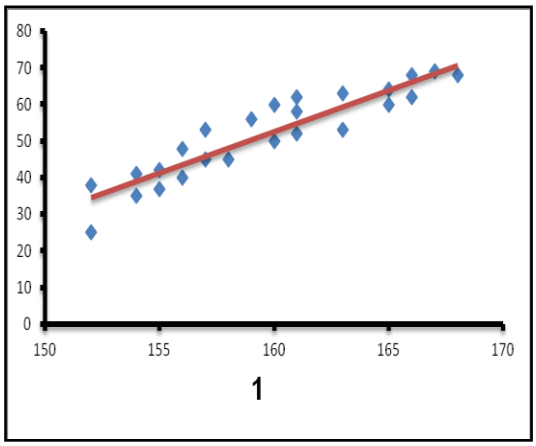
A هو الميل (معامل الانحدار) الذي يدل على نوع العلاقة و قوة العلاقة حيث.

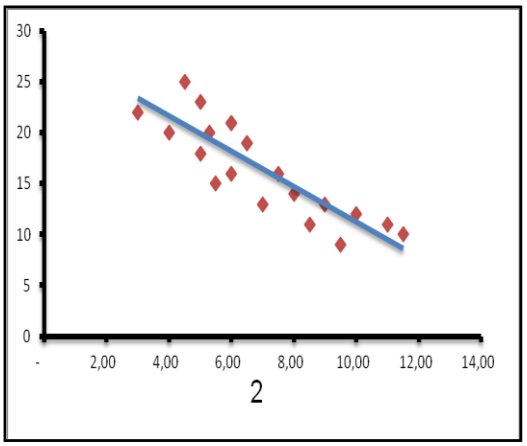
إذا كانت قيمة A موجبة العلاقة طردية.

إذا كانت قيمة A سالبة العلاقة عكسية.

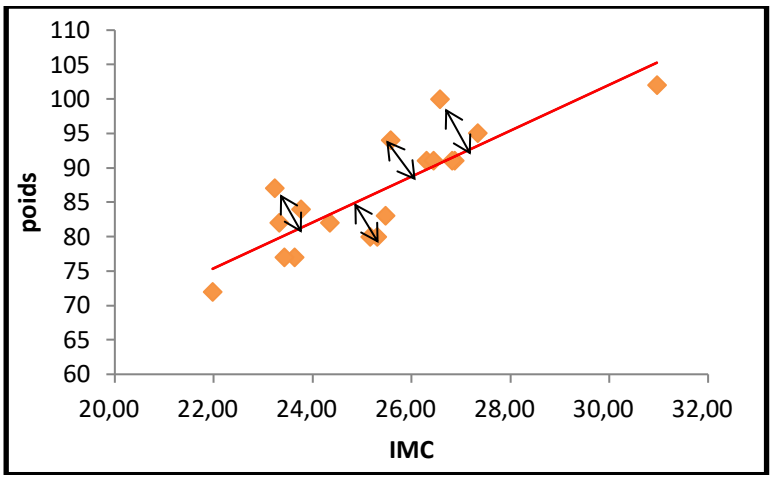
إذا كانت قيمة A تساوي 0 عدم وجود علاقة.

B هو الفاصلة الابتدائية للمحور العمودي.





العلاقات الخطية بين متغيرين يمكن أن تكون أما طردية أو عكسية و و انتشار قيم متغير بالنسبة لآخر تأخذ إحدى الحالتين التاليتين :



من خلال الأشكال الثلاث نلاحظ أن جميع القيم لا تنتمي للخط المستقيم الذي يمر وسط السحابة النقطية و المعادلة الخطية المراد كتابتها تخص هذا المستقيم إذن توجد قيم منحرفة بإضافة هذا الخطأ و الذي نرمز له بالرمز E للمعادلة السابقة تصبح المعادلة على الشكل التالي:

$$Y = AX + B + E$$

و من خلال المعادلة أيضا نلاحظ أن التغير في x يتبعه التغير في y و بالتالي نقول أن x هو المتغير المستقل و y يعتبر المتغير التابع. و نلاحظ دائما من خلال الأشكال أنه توجد قيم فوق الخط المستقيم و تكون موجبة و قيم تحت الخط المستقيم تكون سالبة و نتذكر خاصية من خواص المتوسط الحسابي مربع مجموع الانحرافات عن متوسطها الحسابي يساوي الصفر

$$\sum(E)^2 = 0 \quad \text{إذن:}$$

و باستخراج قيمة E من المعادلة : $E = Y - (AX + B)$

و منه

$$\sum(E)^2 = \sum[Y - (AX + B)]^2$$

و بإجراء عمليات اشتقاق جزئي للمعادلة تحصل عن قيمة كل من A و B و هما:

$$B = \overline{y} - A\overline{x}$$

$$A = \frac{\sum\frac{xy}{n} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sum\frac{x^2}{n} - \overline{x}^2}$$

مثال:

في المثال الخاص بقيم وزن و طول لاعبي المنتخب الوطني لكرة اليد اتضح لنا من خلال لوحات الانتشار و معاملات الارتباط و التحديد أنه توجد علاقة خطية واحدة بين الوزن و IMC

- قدر معلمات النموذج الخطي البسيط.
- ما هي قيمة IMC عندما تكون قيمة الوزن 88 كلغ؟

الحل: بما أن العلاقة بين المتغيرين خطية فيمكننا كتابة المعادلة الخطية:

$$Y_i = AX_i + B + E$$

نعتبر أن X_i هو الوزن (المتغير المستقل) و Y_i هو IMC (المتغير التابع)

أولا نحسب المتوسط الحسابي لكل متغير:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = 86.61$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{n} = 25.36$$

تحديد معامل الانحدار

$$A = \frac{\sum \frac{xy}{n} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sum \frac{x^2}{n} - \overline{x}^2} = \frac{2210.53 - 2196.9}{7566.28 - 7501.5} = \frac{13.66}{64.79} = 0.21$$

بالتعويض في المعادلة:

$$B = \overline{y} - A\overline{x}$$

$$B = 25.36 - 0.21 \times 86.61 = 7.17$$

و منه فالمعادلة الخطية:

$$Y_i = 0.21\, X_i + 7.17$$

قيمة أل IMC عندما تكون قيمة الوزن تساوي 88 كلغ هي:

$$Y_i = 0.21 * 88 + 7.17 = 25.65$$

ملاحظة:

تستعمل معادلة الانحدار الخطي البسيط في عملية التنبؤ بقيم المتغير التابع و لكن بشرط أن تبقى نفس الظروف على حالها. و التفسير الإحصائي لهذه المعادلة يكون كالتالي:

العلاقة الخطية الانحدارية تبين أن المتغير X (المستقل) يؤثر في المتغير Y (التابع) في المثال السابق كلما زادت قيمة الوزن بكلغ واحد ازدادت قيمة أل IMC ب 0.21 كلغ/م^2

الحالة الثانية عندما يكون X هو المتغير المستقل و Y المتغير التابع تصبح المعادلة:

$$X_i = AY_i + B + E$$

$$B = \overline{x} - A\overline{y}$$

$$A = \frac{\sum \frac{xy}{n} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sum \frac{y^2}{n} - \overline{y}^2}$$

نفس المثال السابق الخاص بالوزن و IMC بحيث نعتبر أن Y_i هو الوزن (المتغير المستقل) و X_i هو IMC (المتغير التابع).

نتبع نفس الخطوات السابقة:

$$A = \frac{\sum \frac{xy}{n} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sum \frac{y^2}{n} - \overline{y}^2} = \frac{2210.53 - 2196.9}{647.47 - 643.37} = \frac{13.66}{4.10} = 3.33$$

بالتعويض في المعادلة:

$$B = \overline{x} - A\overline{y}$$
$$B = 86.61 - 3.33 \times 25.36 = 2.16$$

ومنه فالمعادلة الخطية:

$$X_i = 3.33Y_i + 2.16$$

حل التمرين:

X	10 8 7 5 4 2 1
Y	14 10 11 7 8 4 5

حساب معامل الارتباط:

	$Z_y * Z_x$	Z_y	Z_x	y	X	
	1,51	- 1,06	- 1,43	5	1	1
	1,49	- 1,37	-1,09	4	2	2
	0,06	- 0,13	- 0,43	2	4	3
	0,04	-0,44	- 0,10	7	5	4
	0,45	0,79	0,57	11	7	5
	0,44	0,48	0,90	10	8	6
	2,69	1,72	1,56	14	10	7
	0.95			53	35	المجموع

حساب معالم كل متغير

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = 5.28$$
$$\overline{y} = \frac{\sum y}{n} = 8.43$$

د. يوسف بن شيخ
أستاذ محاضر –أ– بقسم التربية البدنية و الرياضية جامعة باجي مختار عنابة

$$Sx = \frac{\sum X^2}{n} - \overline{X}^2 = 3.01$$
$$Sy = \frac{\sum y^2}{n} - \overline{y}^2 = 3.24$$

إذن: معامل الارتباط يساوي:

$$r = 0.95$$

حساب المعلمات:

1/ في حالة X متغير تابع:

$$Y = AX + B$$
$$B = \overline{y} - A\overline{x}$$
$$A = \frac{\sum \frac{xy}{n} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sum \frac{x^2}{n} - \overline{x}^2}$$

بالتعويض:

$$A = 1.03$$
$$B = 2.99$$

إذن المعادلة:

$$Y = 1.03\,X + 2.99$$

الخطأ المعياري لمعادلة الانحدار أو التنبؤ:

1/ الانحراف المعياري لمعامل الانحدارA

يعتمد أساسا على الفروق بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للمتغير التابع و على فروق قيم المتغير المستقل بالنسبة لوسطه الحسابي. وهو عبارة عن النسبة بين الانحراف المعياري للمتغير العشوائي (الفرق بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للمتغير التابع) و الجذر ألتربيعي لمجموع مربعات فروق قيم المتغير المستقل بالنسبة لمتوسطه الحسابي و تكتب علاقته بالشكل التالي:

$$Sd_A = \frac{Sd_u}{\sqrt{\sum (X - \overline{X})^2}}$$

$$\mathrm{Sd_u} = \sqrt{\frac{\sum(\mathrm{y} - \overline{\mathrm{y}})^2}{\mathrm{n} - 2}}$$

2/ الانحراف المعياري لمعامل الانحدارB

تكتب علاقته بالشكل التالي:

$$Sd_B = \overline{X}.Sd_A + \frac{\mathrm{Sd_u}}{n}$$