CORRIGE SERIE 1

Exercice 1

1. f (A, B,C) = 1 si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1

$$f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$$

2. f (A, B,C) = 1 si et seulement si exactement une des variables A, B, C prend la valeur 1

$$f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C}$$

3. f (A, B,C) = 1 si et seulement si au moins l'une des variables A, B, C prend la valeur 0

$$f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + \overline{A}\,BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,C + AB\overline{C}$$

4. f (A, B,C) = 1 si et seulement si au moins deux des variables A, B, C prennent la valeur 0

$$f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C}$$

Exercice 2

1. $AB + ACD + \overline{B}D = AB + ACD(B + \overline{B}) + \overline{B}D = AB + ABCD + A\overline{B}CD + \overline{B}D$
$\underbrace{}_{=1}$

$= AB\underbrace{(1 + CD)}_{=1} + \overline{B}D\underbrace{(1 + AC)}_{=1} = AB + \overline{B}D$

2. $(\overline{A} + B)(A + C)(B + C) = (\overline{A} + B)(A + C)(B + C + \underbrace{\overline{A}A}_{=0}) = (\overline{A} + B)(A + C)(B + C + \overline{A})(B + C + A)$

$= (\overline{A} + B + \underbrace{0.C}_{=0})(A + C + \underbrace{0.B}_{=0}) = (\overline{A} + B)(A + C)$

3. $AB + \overline{B}C = AB\underbrace{(1 + C)}_{=1} + \overline{B}C\underbrace{(1 + A)}_{=1} = AB + \overline{B}C + ABC + A\overline{B}C = AB + \overline{B}C + AC$

$= AB + \underbrace{\overline{B}B}_{=0} + \overline{B}C + AC = (A + \overline{B})B + (A + \overline{B})C = (A + \overline{B})(B + C)$

4. $\overline{A\overline{B} + \overline{A}B} = \overline{A\overline{B}}.\overline{\overline{A}B} = (\overline{A} + B)(A + \overline{B}) = \underbrace{\overline{A}A}_{=0} + \overline{A}\,\overline{B} + BA + \underbrace{B\overline{B}}_{=0} = AB + \overline{A}\,\overline{B}$

5. $\overline{(A + B)(\overline{A} + C)} = \overline{A + B} + \overline{\overline{A} + C} = (\overline{A}.\overline{B}) + (A.\overline{C}) = \underbrace{(\overline{A} + A)}_{=1}(\overline{A} + \overline{C})(\overline{B} + A)(\overline{B} + \overline{C})$

$= (\overline{A} + \overline{C})(A + \overline{B})(\underbrace{\overline{A}A}_{=0} + \overline{B} + \overline{C}) = (\overline{A} + \overline{C})(A + \overline{B})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})$

$= (\overline{A} + \underbrace{0.\overline{B}}_{=0} + \overline{C})(A + \overline{B} + \underbrace{0.\overline{C}}_{=0}) = (\overline{A} + \overline{B})(A + \overline{C})$

6 $A + A B = A (1+B) = A$

7- Selon 6, $B = B + A B \rightarrow (B + A B) + \overline{B} A = B + A (B + \overline{B}) = B + A = A + B$

Exercice 3

1. $F_1 = Y$

2. $F_2 = \overline{X} + Y$

3. $F_3 = 1$

4. $F_4 = X \oplus Y \oplus Z$

5. $F_5 = (X + \overline{Y})Z$

6. $F_6 = \overline{Y} + \overline{T}$

7. $F_7 = Y + Z$

Exercice 4

$F1 = a.b.\overline{c} + \overline{a}.\overline{b}.c + a.\overline{b}.\overline{c} + a.\overline{b}.c$

$F1 = a\overline{c} + \overline{b}c$

$F2 = a.b.c + \overline{a}.b.c + \overline{a}.\overline{b}.c + a.b.\overline{c}$

$F2 = ab + \overline{a}c$

$F3 = \overline{a}.\overline{b}.c.\overline{d} + \overline{a}.b.\overline{c}.d + a.\overline{b}.c.\overline{d} + \overline{a}.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + a.b.\overline{c}.d + \overline{a}.b.c.d + a.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d}$

$F3 = \overline{a}bd + b\overline{c}d + \overline{b}\overline{d}$

$$F4 = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.d + \bar{a}.\bar{b}.c.d + \bar{a}.\bar{b}.c.\bar{d} + a.b.\bar{c}.d + a.b.c.d + a.\bar{b}.\bar{c}.d + a.\bar{b}.c.d + a.\bar{b}.c.\bar{d}$$

$$F4 = \bar{a}\bar{b} + ad + a\bar{b}c$$

$$F5 = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}.c.\bar{d} + a.b.\bar{c}.\bar{d} + a.b.c.\bar{d} + a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + a.\bar{b}.c.\bar{d}$$

$$F5 = \bar{b}\bar{d} + a\bar{d}$$

Exercice 5

AB\CD	00	01	11	10
00	1	1	O	X
01	1	1	X	0
11	X	1	1	X
10	0	0	0	1

Exercice 6

Définir la fonction logique

1 Célibataire, être âgé de plus de 25 ans, n'avoir jamais eu d'accident : $X\bar{Z}W$

2.Femme mariée, jamais d'accident : $Y\,\bar{X}\,W$
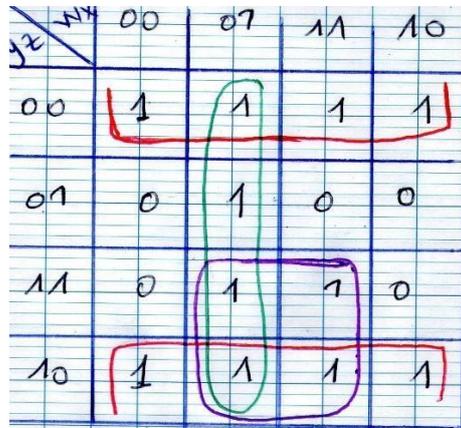
3.Femme mariée, plus de 25 ans : $Y\,X\,Z$

4.Individu, plus de 25 ans, un accident : ZW

5.Homme marié : $Y\,X$

6. Individu marié, plus de 25 ans, aucun accident : $X\,Z\,\bar{W}$

Donc A= X$\bar{Z}$W + Y $\bar{X}$ W + Y X Z + ZW + Y X + X Z W

W	X	Y	Z	A
0	0	0	0	**1**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**0**
0	1	0	0	**1**
0	1	0	1	**1**
0	1	1	0	**1**
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**1**
1	0	0	1	**0**
1	0	1	0	**1**
1	0	1	1	**0**
1	1	0	0	**1**
1	1	0	1	**0**
1	1	1	0	**1**
1	1	1	1	**1**

$$A = XY + \overline{W}X + \overline{Z}$$

le logigramme :