

SERIE 1

Exercice 1 : Écrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

1. $f(A, B, C) = 1$ si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1
2. $f(A, B, C) = 1$ si et seulement si exactement une des variables A, B, C prend la valeur 1
3. $f(A, B, C) = 1$ si et seulement si au moins l'une des variables A, B, C prend la valeur 0
4. $f(A, B, C) = 1$ si et seulement si au moins deux des variables A, B, C prennent la valeur 0

Exercice 2 : Démontrer les relations suivantes :

1. $AB + ACD + \overline{B}D = AB + \overline{B}D$
2. $(\overline{A} + B)(A + C)(B + C) = (\overline{A} + B)(A + C)$
3. $AB + \overline{B}C = (A + \overline{B})(B + C)$
4. $\overline{\overline{A}B + \overline{A}B} = AB + \overline{A}B$
5. $\overline{(A + B)(\overline{A} + C)} = (A + \overline{B})(\overline{A} + \overline{C})$
6. $A + AB = A$
7. $B + \overline{B}A = A + B$

Exercice 3 : Simplifier algébriquement les fonctions suivantes

1. $F_1 = (X + Y)(\overline{X} + Y)$
2. $F_2 = \overline{X}\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$
3. $F_3 = XY + \overline{Z} + Z(\overline{X} + \overline{Y})$
4. $F_4 = X(\overline{Y}\overline{Z} + YZ) + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\overline{Y}Z$
5. $F_5 = (X + \overline{Y})(X\overline{Y} + Z)Z$
6. $F_6 = X\overline{Y} + Z\overline{T} + \overline{X}\overline{Y} + \overline{Z}\overline{T}$
7. $F_7 = (X + Y + Z)(\overline{X} + Y + Z) + XY + YZ$

Exercice 4 : Simplifier par la méthode de Karnaugh les expressions suivantes :

$$F1 = a.b\overline{c} + \overline{a}.\overline{b}.c + a.\overline{b}.\overline{c} + a.b.c$$

$$F2 = a.b.c + \overline{a}.b.c + \overline{a}.\overline{b}.c + a.b.\overline{c}$$

$$F3 = \overline{a}.\overline{b}.c.\overline{d} + \overline{a}.b.\overline{c}.\overline{d} + a.\overline{b}.c.\overline{d} + \overline{a}.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + a.b.\overline{c}.\overline{d} + \overline{a}.b.c.d + a.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d}$$

$$F4 = \overline{a}.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + \overline{a}.\overline{b}.c.\overline{d} + \overline{a}.b.\overline{c}.\overline{d} + \overline{a}.b.c.\overline{d} + a.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + a.b.\overline{c}.\overline{d} + a.b.c.d + a.\overline{b}.c.d + a.\overline{b}.\overline{c}.d$$

$$F5 = \overline{a}.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + \overline{a}.\overline{b}.c.\overline{d} + a.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + a.b.c.\overline{d} + a.\overline{b}.\overline{c}.d + a.\overline{b}.c.d$$

Exercice 5 : *Simplifier par la méthode de Karnaugh la fonction donnée sous sa représentation décimale suivante*

$$F = \{0, 1, 4, 5, 10, 13, 15\} + \emptyset \{2, 7, 12, 14\}$$

Exercice 6

Les conditions requises pour souscrire une police d'assurance automobile sont énoncées comme suit. Le demandeur doit être dans l'une des conditions suivantes :

- 1. Célibataire, être âgé de plus de 25 ans, n'avoir jamais eu d'accident*
- 2. Femme mariée, jamais d'accident*
- 3. Femme mariée, plus de 25 ans*
- 4. individu, plus de 25 ans, un accident*
- 5. homme marié*
- 6. individu marié, plus de 25 ans, aucun accident*

On définit les variables logiques suivantes, associées aux événements logiques du problème :

$$W=1 \text{ si accident} \quad X=1 \text{ si marié} \quad Y=1 \text{ si homme} \quad Z=1 \text{ si moins de 25 ans}$$

Chaque variable logique ne peut prendre que deux valeurs (0 ou 1), en fonction de l'état de l'événement qui lui est associé : si l'événement est VRAI alors la variable prend la valeur 1, et si l'événement est FAUX alors la variable prend la valeur 0.

1. Trouver une expression logique A en fonction des variables logiques W, X, Y et Z, prenant la valeur 1 chaque fois que le demandeur est autorisé à s'assurer.
2. Etablir la table de vérité de la fonction logique A.
3. En déduire une équation simplifiée de A en utilisant les tableaux de Karnaugh
4. Etablir le logigramme de A.