SERIE DE TP n°=1 (3séances)

Exercice2 : Soit le nombre d'absences des étudiants d'un module, relevé au cours d'un semestre :
1,2,1,0,5,5,3,1,1,1,0,0,0,4,4,4,4,4,2,3,4,1,0,3,2,2,2,0,1,6,6,6

1) construire le tableau statistique correspondant (effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées)
2) calculer : Moyenne, étendue, Médiane, écart interquartile, Variance, écart type.
3) interpréter ces mesures.

Exercice3 : on désire étudier les revenus journaliers (en millions de centimes) d'une grande surface (super marché), pendant 56jours.

Y =(188, 169, 181, 180, 159, 180, 164, 184, 177, 159, 187, 174, 170, 173, 175, 150,171, 166, 173, 182, 167, 173, 174, 175, 166, 173, 180, 188, 165, 173, 178, 182, 175,186, 162, 173, 184, 184, 184, 182, 187, 161, 169, 163, 179, 179, 184,182, 182, 172, 175, 170, 176, 166, 177, 163)

1) construire le tableau statistique correspondant (en regroupant les données en 4 intervalles de même amplitude et en commençant par la valeur 148).
2) calculez : Moyenne, étendue, Médiane, écart interquartile, Variance, écart type.

5) interpréter ces mesures.

Exercice4 : Soit une pharmacie qui désire étudier la demande sur les pulvérisateurs nasaux, existant sur le marché, selon le fabricant. En voici les observations collectées :

fabriquant	Effectifs du pulvérisateur
A	10
B	30
C	15
D	60
E	30
F	27
G	18
H	12
K	23
L	33

1) construire le tableau statistique

Exercice 5 :

Soit les notes de deux groupes, ayant été validées dans les mêmes circonstances :

Groupe A (X) Groupe B

(0 .25 10 11 4 14 7 16.5 12 5) (5 6 4 10 11 12 10.5 4 17)

1) comparer graphiquement ces deux séries, sous R .
2) soit les absences du groupe A : Y= 4 3 2 5 0 4 0 2 4

Calculez le coefficient de corrélation entre les notes(X) et leur nombre d'absences(Y)

3) tracer le graphe représentatif des deux variables X et Y (sous R) .

Solution

Exercice2 :

1) tableau statistique

Xi	Effectives ni	Effectives cumulés Ni	Fréquences fi	Fréquences cumulées
0	6	6	6/32=0.1875	0.1875
1	7	6+7=13	7/32=0.2187	(6+7)/32=0.4062
2	5	13+5=18	5/32=0.1562	(13+5)/32=0.5625
3	3	18+3=21	3/32=0.0937	(18+3)/32=0.6562
4	6	21+6=27	6/32=0.1875	(21+6)/32=0.8437
5	2	27+2=29	2/32=0.0625	(27+2)/32=0.9062
6	3	29+3=32	3/32=0.0937	(29+3)/32=1
Total	32	-------	1	------

2) la version équivalente en commande R :

4)calcule :

Moyenne=$\bar{x}$=1/n $\sum_{j=1}^{J} nj\ xj$= (6*0+7*1+5*2+3*3+6*4+2*5+ 3*6)/ 32=2.4375

Etendue =x_{max}-x_{min}=6-0=6

Médiane : série ordonné x1 à x6 sont des zéro
x7 à x13 sont des 1
x14 à x18 sont des 2
x19 à x21 sont des 3
x22 à x27 sont des 4
x28 à x29 sont des 5
x30 à x32 sont des 6

N=32 est pair => médiane =1/2($x_{32/2}$+$X_{32/2+1}$)=1/2(2+2)=2=médiane

Quartiles :

SI N*(p=1/4) est un nombre entier, la valeur représentant le premier quartile est la valeur=1/2($X_{N/4}$+$X_{N/4+1}$) ,

sinon q1= X_{NP+1} (de même pour q3, en mettant p=3/4)

q1=1/2($x_{32/4}$+ $x_{32/4+1}$)= 1/2(x_8+ x_9)=1, q3= ½($x_{32*3/4}$+ $x_{32*3/4+1}$)=1/2 (X_{24}+ x_{25})=4

Écart interquartile=4-1=3.

Xi	Effectives ni	xi-$\bar{x}$	ni(xi-$\bar{x}$)^2
0	6	(0-2.4375)=-2.4375	6*5.9414
1	7	(1-2.4375)=-1.4375	7*2.0664
2	5	(2-2.4375)= -0.4375	5*0.1914
3	3	(3-2.4375)= 0.5625	3*0.3164
4	6	(4-2.4375)= 1.5625	6*2.4414
5	2	(5-2.4375)=2.5625	2*6.5664
6	3	(6-2.4375)=3.5625	3*12.6914

Si les données sont brutes, la suivante formule est utilisée :

Var(x)=δ^2_x=1 /n$\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^2$

Var(x)= δ^2_x=1 /n$\sum_{j=1}^{n} nj(xj-\bar{x})^2$

Variance =(35.6484+14.4648+0.957+0.9492+14.6484+13.1328+38.0742)/ 32
= 3.6835

D'après théorème de **Koenig :** Var(x)= δ^2_x=1 /n$\sum_{j=1}^{n} nj(xj)^2$-$\bar{x}^2$

Variance =δ^2(x) =(6*(0)^2+7*(1)^2+5*(2)^2+3*(3)^2+6*(4)^2+2*(5)^2+ 3*(6)^2)/ 32-(2.4375)^2
=(308) /32 –(78/32)^2=(308-78*78 /32)/ 32= 3.6835
≈9.625-5.9410= 3.648

Ecart type =δ(x)=√ 3.6835=1.9192

6) interpréter ces mesures :

Médiane et moyenne sont très proches (pas de valeurs aberrantes)

C'est une série ou les données observées sont concentrées autour de la moyenne (écart type=1.9).

50% des étudiants ont des absences entre 4 et 1 (écart interquartile=3).

Exercice3 :

1) tableau statistique :

Xi	Effectifs ni	Effectifs cumulés Ni	Fréquences fi	Fréquences cumulées
[148, 158[	1	1	1/56=0.0178	0.0178
[158, 168[	12	13	0.2142	9/56=0.1607
[168, 178[	22	35	0.3928	0.625
[178, 188[	21	56	0.375	1
Total	56	-------	1	------

3) calcule de $\bar{x}=\sum_{k=1}^{n} fi * xci$, on pose $xc_i = (x_{i+1}+x_i)/2$

Moyenne=(1*153+12*163+22*173+21*183)/56=174.25

Classe modale : [168, 178[

Etendue :188-150=38

Médiane ∈[168, 178[,1iere classe qui possède une fréquence cumulée supérieur ou égale à 0 .5.

Xi	Centre des classes	Fréquences fi	fi (xci-$\bar{x}$)^2
[148, 158[	153	1/56=0.0178	8.0378
[158, 168[	163	0.2142	27.1096
[168, 178[	173	0.3928	0.6137
[178, 188[	183	0.375	28.7109
Total		1	64.472

Variance=64.472

écart type=8.0294

5) interpréter ces mesures :

Les revenues sont bien étalés autour de la moyenne (174) avec un étendue de38 et écart type= 8.

La médiane et la moyenne sont presque identiques : la série est bien distribuée (pas de valeur extrême qui perturbe les résultats).

Il y a perte d'information lorsqu'on discrétise la série pour la rendre continue :

Médiane des valeurs réelles=175

Médiane graphique≈174.77<175

50% des revenues sont entre 169 et 182 millions centimes.

Exercice4 :

Il s'agit d'une variable qualitative nominale(les lettres de l'alphabet ne sont qu'un code d'anonymat).

1) construire le tableau statistique : les individus sont le produit vendu, la variable mesurée : le nom du fabricant du pulvérisateur nasal utilisé.

Fabriquant	Effectifs	Fréquences	Pourcentage de proportion
A	10	0.0387	3.87%
B	30	0.1162	11.62%
C	15	0.0581	5.81%
D	60	0.2325	23.25%
E	30	0.1162	11.62%
F	27	0.1046	10.46%

G	18	0.0697	6.97%
H	12	0.0465	4.65%
I	23	0.0891	8.91%
J	33	0.1279	12.79%
totale	258		100%

On peut lire les proportions, comme suit :
23.25% de l'échantillon étudié utilise le pulvérisateur nasal du fabricant D.
Que les fabricants B, D, E, F,J ,ensemble détiennent la plus grande part de ce marché (d'après l'échantillon) soit :69.74% .
2)le diagramme adéquat (sous R) :

```
M=data.frame(fabricants=c("A",
"B","C","D","E","F","G","H","I","J"),effectifs=c(10,30,15,60,30,27,18,12,23,33))
pie(M$effectifs, labels=M$fabricants)
```

<u>exercice5 :</u>
50% des étudiants du groupe A ont des notes entre (5 et 11), cependant 50% des étudiants du groupe B ont des notes entre (5,12). Les notes du groupe A sont plus dispersé que celles du groupe B
2)coefficient de corrélation

(xi-$\bar{x}$)	(xi-$\bar{x}$)^2	(yi-$\bar{y}$)	(yi-$\bar{y}$)^2	(yi-$\bar{y}$) (xi-$\bar{x}$)
0.25-8.8611=-8.6111	74.1510	4-2.6666=1.3334	1.7779	-11.4820
1.1389	1.2970	0.3334	0.1111	0.3797
2.1389	4.5748	-0.6666	0.4443	-1.4257
-4.8611	23.6302	2.3334	5.4447	-11.3428
5.1389	26.4082	-2.6666	7.1107	-13.7033
-1.8611	3.4636	1.3334	1.7779	-2.4815
7 .6389	58.3527	-2.6666	7.1107	-20.3698
3.1389	9.8526	-0.6666	0.4443	-2.0923
-3.8611	14.9080	1.3334	1.7779	-5.1483
TOTAL	216.6381	/////	25.9995	-67.666

Var(noteA)=1/9*(216.6381)=24.0709
Ecart(noteA)=4.9062
Var(absenceA)=1/9*(25.9995)=2 .8888
Ecart(absenceA)=1.6996
covar(noteA,absenceA)=1/9(-67.666)=-7.5184
r=-7.5184/(4.9062*1.6996)=- 0.9016406
Interprétation :
Les notes sont inversement corrélées avec le nombre d'absences, soit -0.9 comme facteur de corrélation. Ceci indique que : lorsque le nombre d'absences augmente la note de l'étudiant diminue.

Série de TP n°=2

Exercice 2 :
un sac contient 10 boules blanches et 20 boules noires on extrait 2boules du sac, quelle est la probabilité quelles soient toutes les deux noires

EXERCICE 3 : Une compagnie d'assurance automobile a classé ses assurés en trois classes d'âges, le tableau ci-dessous donne deux informations :
-La proportion(ou pourcentage) d'assurés appartenant à chaque classe ;

-la probabilité qu'un assuré, d'une classe donnée, déclare au moins un accident au cours d'une année.

classe	AGE	proportion	Probabilité
1	Moins de 25 ans	0.25	0.12
2	De 25 à 50 ans	0.53	0.06
3	Plus de 50ans	0.22	0.09

1) déterminer l'ensemble fondamental des classes d'assurés, ainsi que les probabilités données.
2) Un assuré est tiré au hasard dans le fichier de la compagnie, quelle est la probabilité qu'il ait déclaré au moins un accident au cours de l'année ?
3) Quelle est la probabilité qu'un assuré ayant déclaré au moins un accident en cours d'année, ait moins de 25 ans ?
4) Quelle est la probabilité qu'un assuré âgé de 25 ans ou plus ait au moins un accident en cours d'année ?

Exercice 4 : Dans une usine, on utilise conjointement deux machines M1 et M2 pour fabriquer des pièces cylindriques, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement 0.01 et 0.008. De plus la probabilité de l'événement : la machine M2 est en panne sachant que M1 est en panne" est égale à 0.4.

1. Quelle est la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne ?

EXERCICE5 :

Étant donnée : X une v.a. de distribution binomiale de paramètres n=100 et p=0,50

Y étant une v.a de distribution normale : N(25, σ=5.25)

Calculer : P(X =42)à l'aide de la formule de la loi ,

P(Y<20), le 1^{ier} quartile de y, à l'aide des tables correspondantes

Sous R vérifier les résultats obtenus puis :

1) calculer : P(42 ≤X ≤62), P(X≤42), P (Y=20),P(20≤Y≤25)

EXERCICE 6 :

Soit le nombre de VOITURE qui traversent un pont par minute, suit une loi de poisson. Sachant qu'en moyenne 12 voitures traversent le pont en une minute.

1) Déterminer la probabilité qu'il y ait dix-sept VOITURE qui traversent le pont en une minute donnée.

Solution

EXERCICE2 : tirage simultané

Nombre de cas possible= C_{30}^2

Probabilité d'avoir deux boules noires au tirage= C_{20}^2 / C_{30}^2

Sous R : p= choose(30,2) /choose(30,2)

EXERCICE3

1) Soit les événements : Ci : l'assuré appartient à la classe Ci /i=1,2ou3.
   Ω={C1, C2, C3},on a p(C1)=0.25 ,p(C2)=0.53, p(C3)=0.22

Soit l'événement A : l'assuré déclare au moins un accident.

On a les probabilités : p(A|Ci) l'assuré déclare au moins un accident sachant qu'il appartient à Ci.

2) On cherche p(A) la probabilité qu'un assuré ait déclaré au moins un accident au cours de l'année :

C1, C2, C3 constituent une partition de Ω =>leur intersection égale à l'ensemble vide et leur union donne Ω

$P(A)=P(A\cap \Omega)$=>
$P(A)=p(A\cap(C1\cup C2\cup C3))=p(A\cap C1)+ p(A\cap C2)+ p(A\cap C3)$ ………….probabilité totale
$=p(C1)*P(A|C1)+ p(C2)*P(A|C2)+p(C3)*P(A|C3)$ ……………..probabilité composée
=0.25*0.12+0.53*0.06+0.22*0.09 =0.0816.

3) soit l'événement D : un assuré ayant déclaré au moins un accident en cours d'année, a moins de 25 ans ?

formule de bayes :
$P(D)= P(C1|A)=p(A\cap C1)/p(A)=p(A|C1)*p(C1)/p(A)$…………….formule de bayes
=0.12*0.25 /0.0816=0.3676

3)soit l'événement E : un assuré âgé de 25 ans ou plus, a eu au moins un accident en cours d'année
$\overline{C1} = C2\cup C3$:l'assuré appartient à la classe complémentarité de la classe C1, c.à.d. n'appartient pas à la classe C1
$p(E)=p(A|(C2\cup C3)=p(A|\overline{C1})=p(A\cap\overline{C1})/p(\overline{C1})$ ……. …………………formules utilisées :$C2\cup C3=\overline{C1}$ et formule de bayes
$=p(A-C1)/ p(\overline{C1}) =(p(A)-p(A\cap C1))/ p(\overline{C1})$………… $A\cap\overline{C1}=A-C1$ opération sur les événements
$=(p(A)-p(C1)*p(A|C1))/(1-P(C1))$ ……………………….. …….. $P(\overline{C1})=1-p(C1)$ probabilité complémentaire
=(0.0816-0.25*0.12)/(1-0.25)=0.0688

Exercice4

1. $P(M1 \cap M2) = P(M1)P(M2|M1)$ = 0 .01 * 0 . 4 = 0 . 004.
2. $P(\overline{M1}\cup\overline{M2}) = 1- P(M1\cap M2)$ = 0.996

EXERCICE 5:

Pour la v.a X :
P(X =k pour n essais)=n !/(k !(n-k) !) * $\Pi^k (1-\Pi)^{n-k}$….. Π=0.52 (probabilité de succès)et n=100, k=42
P(X=42)=100 !/(42 !(100-42) !)*$0.52^{42} (1-0.52)^{100-42}$=0.01084

Pour la v.a Y :

Table de loi normale centrée réduite : on prend U=(Y-25)/5.25=>Y=5.25U+25…………….Centré réduire la variable
$P(Y\leq 20)=p(5.25U+25\leq 20)=p(U\leq -5/5.25)$………table de loi normale centrée réduite
$P(Y\leq 20)= p(U\leq -5/5.25)=1-p(U\leq 5/5.25)$…………caractéristique de la courbe de la loi
$=1-p(U\leq 0.9523)$=1-0.8289=0.1711
1ier quartile de Y=>
$P(Y\leq a)=1/4= p(5.25U+25\leq a)=p(U\leq (a-25)/5.25)=0.25$…………sur la table des fractiles de la loi normale on obtient
$P(U\leq -0.6745)=0.25$=> (a-25)/5.25=0.6745=>a=-0.6745*5.25+25=21.45887

Exercice6:

X suit la loi de poisson avec une moyenne=12 voiture par minute=>E(x)=12=lambda (pour la loi de poisson) :

1) étant donnée la formule de la loi de poisson P(λ) :

P(X =k) =e-λ (λk/k !)
=>p(X=17)= e-12 (1217/17 !)=0.0383 …………en utilise la fonction de densité